



This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

- + *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
- + *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
- + *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
- + *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at <http://books.google.com/>

A 2. 10

6 Mar. 1808.

HJ

9717

.M623

June 1

18134
Johann Andr. Christ. Michelsen's

Professors der Mathematik und Physik am vereinigten Berlinischen
und Edlinschen Gymnasium

Anleitung



zur

juristischen, politischen

und

öconomischen

Rechenkunst.

Erster Theil.

Halle

im Verlage des Waisenhauses

1782.

Er. Hochwohlgebornen

H e r r n

Johann Albrecht

Philippi

Königl. Preussischen geheimen Kriegerathe
und Präsidenten der königlichen Residenzien
etc.

Er. Hochwohlgebornen

H e r r n

Carl Friedrich

Kansleben

Königl. Preussischen geheimen Rathe und
Bürgermeister der königlichen Residenzien
etc.

role auch

Er. Wohlgebornen

H e r r n

Christian Benjamin
Waczenroder

Königl. Preuß. Kriegerathe und Bürgermeister
der königlichen Residenzien

und

Er. Wohlgebornen

H e r r n

Christian
Albrecht Friedrich
Buchholz

Königl. Preuß. Kriegerathe und Bürgermeister
der königlichen Residenzien.

1915

1916

1917

1918

1919

1920

1921

1922

1923

1924

1925

1926

1927

1928

1929

1930

1931

1932

Hochwohlgeborne Wohlgeborne
Hochzuverehrende Herrn!



Ich habe von Ew. Hoch-
wohl- und Wohlgebornen während
der Führung meines jetzigen Amtes so vie-
le und so starke Beweise von Deroselben

Gewogenheit gegen mich erhalten, daß
mein dadurch innigst gerührtes Herz
längst den Wunsch hegen mußte, meine
Dankbarkeit dagegen öffentlich an den
Tag legen zu können. Wie schmeichel-
haft war für mich die Art, mit welcher
Ew. Hochwohl- und Wohlgebors-
nen mir vor drey und einem halben Jah-
re das Amt, das ich bekleide, übertru-
gen!

gen! Wie reizend nachmals Deroselben
Gewogenheitsvolles Verhalten : gegen
mich! Wie ermunternd, daß Dieselben
kürzlich die äussern Vortheile meines
Postens ohne die geringste Bitte von
meiner Seite so gütig vergrößert ha-
ben! Innigste Dankbarkeit, verbunden
mit der grössten Verehrung und voll-
kommensten Hochachtung erfüllt gegen

Em. Hochwohl- und Wohlgebore-
nen durch so viele und grosse Verdienste
ausgezeichneten Lebens

Em. Hochwohl-
und
Wohlgeborenen

Berlin
den 4ten April

1782.

gehorsamster
J. A. C. Michelsen.

Vorrede.

Ich weiß nicht, ob mein Vorfaß, die juristische, politische und öconomische Rechenkunst ausführlich und ohne die höhere Arithmetik zu bearbeiten, allgemein gebilliget werden wird, und ich gestehe selbst, daß eine solche Behandlungsart nicht ohne alle Unbequemlichkeiten ist. Um dieselben mit ein Paar Worten zu berühren, so ist man ohnstrittig, wenn man die höhere Arithmetik zu Hülfe nimmt, oft im Stande weiter zu gehen, als man ohne dieselbe thun könnte, wenn gleich das Gebiet der gemeinen Rechenkunst nicht in so enge Grenzen eingeschlossen werden darf, als es Unger in seinen Beiträgen zur Mathesi forensi und andere thun. Ausserdem erfordert so wohl der Ausdruck als der Beweis der jedesmal zu befolgenden Regeln, wenn man sich dabei des Gebrauchs der Buchstaben enthält, meistens eine grössere Wettläufigkeit, und endlich ist bey der Befolgung wörtlich ausgedruckter Regeln mehr Nachdenken nöthig, als wenn man nach Vorschriften rechnet, die in Buchstaben ausgedruckt sind. Ohnerachtet ich indess
diese

diese Schwierigkeiten, ehe ich den gedachten Vor-
 satz fest faßte, in ihrer ganzen Grösse und Wichtig-
 keit überdacht habe, so sind sie gleichwohl nicht im
 Stande gewesen, mich von der Ausführung dessel-
 ben zurückzuhalten, und die Gründe davon sind
 folgende. Einmal betrachtet man jetzt zwar nicht
 mehr so wie sonst die höhere Arithmetik als eine
 Wissenschaft, deren Erlernung ganz besondere An-
 lagen verlange, und noch weniger sieht man sie als
 bloße müßige Speculation an; indeß giebt es doch,
 so sehr man auch den Zugang zu ihr erleichtert hat,
 und so sehr man ihr in Ansehung ihrer Nützbarkeit,
 so bald man einigen wahren Begriff von ihr hat,
 Gerechtigkeit wiederfahren läßt, unter denen, die
 sich der Mathematic nicht vorzüglich widmen, noch
 immer nur sehr wenige, die es der Mühe werth
 halten, sich frühzeitig in derselben eine solche Fertig-
 keit zu erwerben, daß sie ohne Schwierigkeit Re-
 geln im algebraischen Gewande als Vorschriften ge-
 brauchen könnten. Genau erwogen ist auch diese
 Fertigkeit so leicht nicht erworben; sie verlangt häu-
 fige und mannigfaltige Uebung, und ohne diese
 Uebung reicht dazu selbst der beste Unterricht nicht
 hin: Wo ist dazu stets die Gelegenheit? Wo,
 wenn

wenn diese da ist, die erforderliche Zeit? Schon aus diesem Grunde glaubte ich, bey der Gemeinmüßigkeit des juristischen, politischen und öconomischen Rechenkunst, manchen Personen keinen unangenehmen Dienst zu erweisen, wenn ich dieselbe auf eine vollständige und allgemein faßliche Art bearbeitete. Diese Meinung bestätigte auch das Urtheil, welches verschiedene meiner Freunde über die vorzüglichen Abhandlungen aus der juristischen und politischen Rechenkunst, fällten, welche Hr. Carl Chassot de Florencourt mit einer Vorrede des Herrn Hofr. Kästners vor einem Jahre zu Altona im Richterischen Verlage herausgegeben hat. Je mehr sich in diesem Fache von einem Schüler Kästners, dieser Name bedarf keinen Zusatz, hoffen ließ, desto mehr bedauerten sie, daß diese Abhandlungen nur für solche nutzbar wären, welche mit besonderm Fleisse sich auf die Mathematic gelegt hätten, und munterten dabey mich zu der Arbeit auf, von welcher ich hier den ersten Theil liefere. Unter andern that dies der berühmte Verfasser der öconomischen Encyclopädie, der dies Unternehmen zwar als mit vielen Schwierigkeiten verknüpft, aber doch auch als möglich und gemeinmüßig betrachtete. Es schienen-

mir

mir auch die anfänglich erwähnten Schwierigkeiten, je mehr ich sie überlegte, desto geringer. Reicht die gemeine Arithmetik oft so weit, nicht als die höhere Rechenkunst, so ist sie doch zu den im Leben brauchbaren juristischen, politischen und öconomischen Rechnungen nicht unzureichend. Kann man, wenn man Buchstaben gebraucht, die Regeln der Rechenkunst kürzer ausdrücken und beweisen, so wird die Kenntniß derselben bey einem Vortrage, der sich der Buchstaben enthält, anschaulicher, man lernt dabey mehr die Anwendung der gegebenen Regeln, und genau betrachtet, so kann man als gemeiner Arithmetiker auch oft kürzere Wege einschlagen, als die Algebra an die Hand giebt. Was endlich das nöthige stärkere Nachdenken beym Rechnen ohne Buchstaben betrifft, so ist solches doch nur bey der so genannten Aufsehung der Exempel nöthig, und vielleicht ist es da mehr ein Vortheil als ein Schade, indem es Gelegenheit werden kann, daß man sich um so weniger irret. Auf diese Art mußte ich insbesondere in Ansehung jener Unbequemlichkeiten denken, wenn ich mir den Vortrag der gemeinen theoretischen Arithmetik etwas anders als gewöhnlich eingerichtet dachte. Da ich in der
fol

folgenden Anleitung zur juristischen, politischen und öconomischen Rechenkunst in Ansehung der Grundregeln mich bisweilen von den gewöhnlichen Vorstellungen entfernt habe, so ist es unstreitig meine Pflicht, hier das wichtigste davon zu berühren, und dies wird mir Gelegenheit geben, über die beste Art, die gemeine theoretische Arithmetik vorzutragen, meine Gedanken zu eröffnen.

Es ist mir oft auffallend gewesen, daß diejenigen, die ich in der gemeinen theoretischen Arithmetik unterrichtete, bey so manchen Dingen Schwierigkeiten fanden, woben sie gleichwohl keine andere, als schon betretene Wege zu gehen hatten, oder welche, genau erwogen, doch bey weitem so schwer nicht waren, als andere mit grosser Leichtigkeit von ihnen begriffene Dinge. Ueberhaupt bin ich bey dem Unterrichte in der Geometrie immer weit eher im Stande gewesen, ohne Anstoß fortzuschreiten, als in der gemeinen theoretischen Arithmetik, selbst, wenn ich den Unterricht in der gesammten reinen Mathematic von der Geometrie angefangen hatte. Die Decimalrechnung, die Rechnung mit Dignitäten, die Logarithmen wurden gewöhnlich schwer

b

begrif-

begriffen, und eine gründliche Ueberzeugung von der Richtigkeit der Regeln der gemeinen Rechenkunst erforderte wiederholte oft wiederholte Arbeit. Ueberzeugt, daß der Grund davon in der Methode liege, bemühte ich mich denselben aufzufinden, und glaubte ihn endlich in der Unvollständigkeit der ersten und eben deswegen Hauptbegriffe in der Arithmetik und darin wahrzunehmen, daß so manche Gegenstände in dieser Wissenschaft zu spät berührt werden. Ich dachte also vor allen Dingen über den Begriff der Zahl und ihre Arten nach, und da die Zahlen nichts anders sind als Begriffe oder Zeichen der Entstehungsart der Grössen aus andern gleichartigen, so mußte ich nothwendig so viel Arten der Zahlen annehmen, als es Entstehungsarten der Grössen aus andern gleichartigen giebt. Man betrachtet nun, wenn man die Entstehungsart der Grössen aus andern gleichartigen untersucht, die Grössen entweder an und für sich, oder in Rücksicht auf etwas. Im letztern Falle theilen sich die Grössen in positive und negative ein, wovon jene mit den absoluten Grössen übereinkommen. Ferner entsteht eine Grösse aus einer andern gleichartigen

1. durch

1. durch die Wiederholung, wobei entweder
 - A stets dieselbe Grösse oder stets ihr gleiches Gegentheil wiederholt wird. Geschieht dies, so ist die Wiederholung
 - a eintheilig,
 - b vieltheilig; oder es wird
 - B nicht stets dieselbe Grösse oder ihr gleiches Gegentheil, sondern auch andere daraus entstandene Grössen wiederholt. Geschieht dies, so ist die Wiederholung
 - a einfach,
 - b zusammengesetzt, und diese
 - A ungleichförmig,
 - B gleichförmig.
2. durch die Theilung
 - A einfache,
 - B zusammengesetzte,
 - a ungleichförmige,
 - b gleichförmige.
3. durch die Wiederholung und Theilung nach einander angewandt
 - A einfache Wiederholung und einfache Theilung.
 - B einfache Wiederholung und zusammengesetzte, ungleichförmige oder gleichförmige, Theilung.

C zusammengesetzte, ungleichförmige oder gleichförmige, Wiederholung, und einfache Theilung.

D zusammengesetzte Wiederholung und Theilung,

a beyde ungleichförmig,

b die eine gleichförmig, und die andere ungleichförmig,

c beyde gleichförmig,

A ungleichartig, ungleichnamig oder gleichnamig

B gleichartig, und ungleichnamig.

Nach dieser Tabelle theilte und ordnete ich nun die Zahlen in folgende Classen.

1. Multiplicatoren,

A auf einerley Einheiten sich beziehende,

a eintheilige,

b vieltheilige.

B auf verschiedene Einheiten sich beziehende

a einfache,

b zusammengesetzte

A Producte,

B Dignitäten.

2. Divisoren

A einfache

B zusammengesetzte

} eintheilige oder vieltheilige

a Producte

b Dignitäten

3. Brüche

A einfache

B und C theils einfache, theils zusammengesetzte

D durchaus zusammengesetzte

a Zähler und Nenner Producte

b der eine ein Product und der andere eine Dignität

c beide Dignitäten

A ungleichartige, ungleichnamige oder gleichnamige

B gleichartige und ungleichnamige.

Hiezu kommt noch die Unterscheidung der Zahlen in positive und negative. Der Wurzeln wird bey den Dignitäten erwähnt, und eben daselbst auch der Logarithmen.

Nachdem ich mir auf diese Art die verschiedenen Arten der Zahlen geordnet hatte, glaubte ich im Stande zu seyn, die gesammte gemeine theoretische Arithmetik auf eine solche Art in Abschnitte zu thei-

len, daß man in derselben eben so als in der Geometrie von dem einen Abschnitte zum andern ohne Anstoß fortschreiten könnte, theilte sie daher in zwei Haupttheile, und setzte zu den Abschnitten des ersten folgende vest.

1. Begriff der Zahl und ihre Arten. Art und Weise, dieselben so wohl durch Worte als durch Zeichen auszudrucken. Positive und negative Zahlen, Multiplicatoren und Divisoren; eintheilige so wohl als vieltheilige, Producte, Dignitäten, Wurzeln, Logarithmen, Brüche, insbesondere Decimalbrüche. Die Zeichen $+$, $-$, \times , $:$ nebst dem gleichbedeutenden $=$, welches zwischen Zähler und Nenner zu stehen kommt, $\sqrt{\quad}$ mit seinen Arten.
2. Die Addition der absoluten Größen und Zahlen, der gleichnamigen so wohl als der ungleichnamigen.
3. Die Subtraction absoluter Größen und Zahlen, gleichnamiger so wohl als ungleichnamiger.
4. Die Vereinigung entgegengesetzter Größen und Zahlen.
5. Die Bestimmung des Unterschiedes entgegengesetzter Größen und Zahlen.

6. Die

6. Die Multiplication der Gröſſen und Zahlen nach positiven ſo wohl als negativen Multiplicatoren,

a allgemeine Regeln der Multiplication

b beſondere Regeln

1. für die Multiplication derjenigen Factoren, die Producte ſind

2. für die Multiplication der Dignitäten nach Dignitäten, und hiebey die Addition der Logarithmen.

7. Die Division der Gröſſen und Zahlen nach positiven ſo wohl als negativen Diviſoren

a allgemeine Regeln der Division

b beſondere Regeln

1. für die Division zuſammengeſetzter Gröſſen und Zahlen nach Producten

2. für die Division der Dignitäten nach Dignitäten, und hiebey die Subtraction der Logarithmen

8. Genauere Betrachtung der Brüche, in ſo fern ſie in den vorhergehenden Abſchnitten nicht haben mitgenommen werden können.

a Verwandlung der Brüche in andere gleich bedeutende, inſbeſondere Decimalbrüche

- b. Verwandlung mehrerer Brüche in gleich bedeutende und mit einem gemeinschaftlichen Nenner ausgedruckte
- c. Addition der Brüche
- d. Subtraction der Brüche
- e. Vereinfügung entgegengesetzter Brüche
- f. Bestimmung des Unterschieds entgegengesetzter Brüche.
- 9. Die Veränderung der Grössen und Zahlen nach Brüchen, oder die Multiplication und Division der Grössen und Zahlen nach Brüchen.
- 10. Die Erhebung aller Arten von Zahlen zu Dignitäten, und dabey die Multiplication der Logarithmen
- 11. Die Extraction der Wurzeln aus allen Arten der Zahlen, und dabey die Division der Logarithmen.
- 12. Von den logarithmischen Systemen, ihrer Beschaffenheit, Verfertigungsart und Gebrauch. Hiebey das ausserdem im vorhergehenden berührten von den Logarithmen ferner wissensthwürdige.

Dem 2ten Haupttheile der Arithmetik ordnete ich ferner folgende Abschnitte unter.

1. Von

1. Von den Verhältnissen überhaupt, und den einfachen Verhältnissen insbesondere.
 - a Begriff des Verhältnisses und Arten desselben
 - b Verwandlung der Verhältnisse, insbesondere in andere gleiche Verhältnisse
 - c Verwandlung der Verhältnisse in Zahlen.
2. Von den zusammengesetzten Verhältnissen
 - a überhaupt
 - b von den mehrmal so hohen oder so niedrigen Verhältnissen insbesondere, und dabei
 1. von der Verwandlung der zusammengesetzten Verhältnisse in gleiche einfache
 2. von der Verwandlung der zusammengesetzten Verhältnisse in Zahlen.
3. Von den Logarithmen der Verhältnisse
4. Von der Veränderung der Größen und Zahlen nach Verhältnissen
5. Von den Proportionen.
6. Von den Progressionen
 - a den arithmetischen
 - b den geometrischen.

Ich kann, wenn ich nicht unzweckmäßig weitläufig werden will, diesen tabellarischen Entwurf

b s nicht

nicht weiter ins Besondere fortsetzen, und bin daher auch nicht im Stande, jetzt ganz den Gedanken aus dem Wege zu räumen, ob nicht auf diese Art der Vortrag der Arithmetik mehr erschwert als erleichtert werde, und ob derselbe systematisch genug sey? Mein Urtheil darüber gründet sich auf einen bereits damit gemachten Versuch, und ich behalte es mir vor, in Unterredungen eines Lehrers mit seinen Schülern über die wichtigsten Gegenstände der Arithmetik, die, eben so als meine Versuche in socratischen Gesprächen über die wichtigsten Gegenstände der ebenen Geometrie, nicht erdichtete Unterhaltungen seyn sollen, nach diesem Plane die Arithmetik behandelt zu liefern. Daß übrigens die Art zu rechnen, da man die jedesmal vorzunehmenden Operationen nicht selbst vollbringt, sondern nur bezeichnet, allenthalben gelehret und geübt werden müsse, versteht sich von selbst, weil darauf die Möglichkeit der Erfindung und der Beweise der Regeln der Arithmetik beruht. Jetzt will ich nun das, was wegen der in der folgenden Anleitung zur juristischen, politischen und öconomischen Rechenkunst eingeschlagenen Wege hier angeführt werden muß, nach den vorhergehenden berühren.

Das

Das erste betrifft die Multiplication und Division entgegengesetzter Factoren. Die Zeichen $+$ und $-$ werden so wie in der Mathematic überhaupt also auch in der Arithmetick in mancherley Bedeutung gebraucht, zeigen aber immer an, daß man die Gröſſen oder Zahlen, vor welchen sie stehen, mit Rücksicht betrachten müsse, so daß man daher zwey einander entgegenstehende Arten erhält. Dies ist ihre allgemeine Bedeutung; die jedesmalige besondere Bedeutung derselben ergiebt sich aus den statt findenden Umständen. Blosser Zahlen mit $+$ oder $-$ bezeichnet, sind nichts anders als zu summirende oder abzuziehende Zahlen. Eine Zahl an und für sich zeigt eine Einheit, oder einen oder mehrere Theile derselben als daſeyend an. Versteht sich dies Daſeyn nicht von selbst, so ſetzt man $+$ vor die Zahl, um ſolches anzuzeigen. Das Zeichen $-$ zeigt das Gegentheil an, und ſolglich, daß die Zahl, vor welcher es steht, als weggenommen oder als wegzunehmen gedacht werden ſolle. Werden aber Zahlen zu Einheiten, z. E. zu R , oder auch zu andern Zahlen als Factoren geſetzt, so zeigen sie an, daß man diese Einheit oder Zahl entweder ganz oder einem oder einigen Theilen nach nehmen müſſe. Versteht

steht sich, daß man diese Einheit oder Zahl u. s. w. selbst, so wie es die benegesehte Zahl anzeigt, nehmen soll, nicht von selbst, so setzt man davor +; das Zeichen —, das das entgegensehende anzeigt, bedeutet also, daß man das gleiche Gegentheil der Einheit oder eines oder mehrerer Theile derselben nehmen solle. Dies vorausgesetzt, so sey

der Multiplicandus

der Multiplikator

1. +

+

2. +

—

3. —

+

4. —

—

Im ersten und dritten Falle muß man also den Multiplicandum selbst nehmen, und das Product erhält also im ersten + und im 3ten —; im 2ten und 4ten Falle aber muß das gleiche Gegentheil des Multiplicandus genommen werden, und das Product erhält im 2ten — und im 4ten +. Einerley Zeichen der Factoren geben also im Producte +, und verschiedene —. Wenn Zahlen Divisoren sind, so zeigen sie an, in wie viel Theile der Dividendus selbst getheilt werden soll. Ist Zweydeutigkeit zu befürchten, so setzt man das Zeichen + davor. Ein negativer Di-

visor

divisor zeigt also an, daß das gleiche Gegentheil des Dividendus getheilt werden solle. Nun sey

der Dividendus

der Divisor

1. +

+

2. +

—

3. —

+

4. —

— ; so muß

man auch hier im 1ten und 3ten Falle den Dividendus selbst, und im 2ten und 4ten sein gleiches Gegentheil theilen. Der Quotient ist daher im 1ten und 4ten Falle +, im 2ten und 3ten aber —. Mit andern Worten: Auch in der Division geben einerley Zeichen im Quotienten +, und verschiedene —.

Ich ziehe diese Vorstellungsart allen andern vor, weil man dabey den simpelsten Begriff von der Multiplication und Division beybehalten kann, und sie demohnerachtet gar nicht schwankend ist, so wie man solches von derjenigen, die sich in Eulers vollständigen Anleitung zur Algebra S. 14 u. f. findet, behaupten muß.

Das zweyte betrifft die Logarithmen, und zwar a den Begriff derselben.

Neper

Neper wurde durch die Betrachtung der Eigenschaften der arithmetischen und geometrischen Progressionen auf die Erfindung der Logarithmen geleitet, und natürlich war es, daß dieser Umstand auf die Vorstellung, die er von den Logarithmen machte, Einfluß hatte. Brigg ging auf Neper's Rath bey der Berechnung der Logarithmen von Nepern ab, allein die arithmetischen und geometrischen Progressionen wurden doch dabey vorausgesetzt. Auch nachher ist man größtentheils bey dieser Vorstellungsart geblieben; sie hat aber mehrere Unbequemlichkeiten. Denn einmal kann auf diese Art der Logarithmen erst spät gedacht werden, und das schadet der Fertigkeit im Gebrauche derselben. Zweitens werden die Logarithmen dadurch schwerer zu fassen, indem die Lehre von der Zusammensetzung und Theilung der Verhältnisse vorausgesetzt wird. Und endlich drittens gehen vor der Lehre von den Logarithmen, wenn man sie nach der Lehre von den Progressionen erst vorträgt, in der Lehre von den Progressionen wenigstens, viele Fälle vorher, wo der Gebrauch der Logarithmen von der größten Wichtigkeit ist. Von diesen Unbequemlichkeiten ist folgende Vorstellungsart frey.

Die

Die Zahlen, welche aus der Einheit durch eine gleichförmige Wiederholung oder Theilung entstehen, heißen Dignitäten. Um davon jedesmal einen deutlichen Begriff zu haben, muß man wissen, einmal die Grösse der Wiederholung oder Theilung, und zweitens, wie vielmal die gleichförmige Wiederholung oder Theilung angestellt sey. Die Zahl, welche die Grösse der Wiederholung oder Theilung anzeigt, wird die Wurzel, und die Zahl, welche die Menge der gleichförmigen Wiederholungen oder Theilungen anzeigt, der Exponent oder der Logarithme der Dignität genannt. Da die gleichförmigen Wiederholungen und Theilungen einander entgegengesetzt sind, so theilen sich die Dignitäten in positive und negative ein, und beyde Arten erhalten von der Anzahl der in ihnen befindlichen Wiederholungen oder Theilungen die Beynamen erste, zweyte, dritte, vierte u. s. w. positive oder negative Dignität. Die erste Dignität ist mit der Wurzel einerley, die zweyte Dignität heisst auch Quadratzahl, und die dritte Cubiczahl. Bey den positiven Dignitäten ist der Logarithme positiv, und bey den negativen negativ. Es zeigt nemlich der Logarithme ohne oder mit dem Zeichen + eine gleichförmige Wiederholung

holung an, und da der negative Logarithme eine entgegenstehende Bedeutung haben muß, so bleibt für ihn nichts, als die gleichförmige Theilung anzuzeigen übrig. Die Wurzeln werden in Rücksicht auf die Dignität, zu welcher sie gerechnet werden, auch die zweite, dritte, vierte Wurzel u. s. w. genannt, und die erste Wurzel heißt auch Quadratwurzel, und die dritte Cubicwurzel. Was die Art eine Dignität zu schreiben betrifft, so setzt man oberhalb der Wurzel etwas zur Rechten den Logarithmen, gebraucht aber dazu eine kleiner geschriebene Zahl als zu der Wurzel.

Folgende Reihe

$$1 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4, 1 \times 4 \times 4 \times 4, 1 \times 4 \times 4, 1 \times 4, \frac{1}{4}, 1 \times 4,$$

$$1 \times 4 \times 4, 1 \times 4 \times 4 \times 4, 1 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$$

stellt verschiedene gleichförmige Wiederholungen und Theilungen der Einheit durch 4 vor. Man braucht, um jedes Glied derselben sich deutlich vorstellen zu können, nichts weiter zu wissen, als einmal, daß durch 4, und zweitens, wie vielmal gleichförmig wiederholt oder getheilt worden ist. Daß das Geschäft der gleichförmigen Wiederholung oder Theilung jedesmal von der Einheit anfangen, muß ein für allemal vorausgesetzt werden. Weit besser als

die

$6, 6^2, 6^3, 6^4, 6^5$; und es sind nunmehr schon folgende Folgen verständlich.

Die positiven Dignitäten (es ist hier nur von solchen Fällen die Rede, wenn die Wurzel eine ganze Zahl ist) sind jederzeit Multiplicatoren, und die negativen Dignitäten dagegen Divisoren. Aus dieser Ursach kann man auch statt $4^{-4}, 4^{-3}, 4^{-2}, 4^{-1}$

setzen, $\frac{1}{4^4}, \frac{1}{4^3}, \frac{1}{4^2}, \frac{1}{4}$, und anstatt $6^{-5}, 6^{-4},$

$6^{-3}, 6^{-2}, 6^{-1}$ folgendes $\frac{1}{6^5}, \frac{1}{6^4}, \frac{1}{6^3}, \frac{1}{6^2}, \frac{1}{6}$.

Dignitäten von einer Wurzel kann man gleichartige, und Dignitäten von verschiedenen Wurzeln ungleichartige nennen, so wie die, die einerley Logarithmen haben, gleichnamige, und die, deren Logarithmen ungleich sind, ungleichnamige heißen können. Diese Benennungen vorausgesetzt, so sind die gleichartigen und gleichnamigen Dignitäten stets einander gleich, die gleichartigen und ungleichnamigen hingegen, so wie auch die ungleichartigen und gleichnamigen unter einander ungleich, und gleichartige und gleichnamige entgegengesetzte Dignitäten nach einander gedacht, führen stets zu 1.

Einerley Logarithmen können zu ganz verschiedenen Zahlen gehören, aber nicht zu verschiedenen Mengen gleichförmiger Wiederholungen oder Theilungen. Bloß der Logarithme 0 hat seine bestimmte Zahl, nemlich 1. Man kann im eigentlichsten Verstande sagen, Ein Logarithme kann zu allen nur möglichen, und also zu unendlich vielen Zahlen gerechnet werden.

diese
rithi
ten
manchem nicht unangenehm,
nd Grundsätze von den Loga-
s in dem 1ten Abschnitte des
Arithmetie ihren Platz finden
können und müssen; und in dem 6ten und 7ten Abschnitte nur noch weiter zu erläutern und geläufig zu machen sind, hier etwas weitläufiger entwickelt zu lesen. Ich muß mich aber desselben enthalten, um nicht gar zu weitläufig zu werden.

b Muß ich von dem Gebrauche der Logarithmen reden.

Der Gebrauch der Logarithmen setzt verschiedene Sätze voraus, welche ich hier anführen, und so gleich mit den daraus fließenden Regeln zum Gebrauche der Logarithmen verbinden will.

Der erste Satz: Wenn man gleichartige Dignitäten, die einander nicht entgegengesetzt sind, mit einander multiplicirt, so ist das Product eine Dignität von derselben Art, und ihr Logarithme die Summe der Logarithmen der Factoren. Eben das gilt, wenn man noch mehr gleichartige und einander nicht entgegengesetzte Dignitäten als zwey mit einander multiplicirt. Wenn man also zwey oder mehrere gleichartige und einander nicht entgegengesetzte Dignitäten mit einander multipliciren will, so darf man nur die Wurzel unverändert lassen, und daran als Logarithmen die Summe der Logarithmen der Factoren setzen. So ist z. B.

$$\begin{aligned} 4^3 &\times 4^2 = 4^5 \\ 8^5 &\times 8^3 = 8^8 \\ 3^{-4} &\times 3^{-6} = 3^{-10} \\ 10^{-2} &\times 10^{-4} = 10^{-6} \end{aligned}$$

Der zweyte Satz: Wenn man gleichartige Dignitäten, die einander nicht entgegengesetzt sind, mit einander dividirt, so ist der Quotient eine Dignität von eben der Art, nur daß der Logarithme derselben die Differenz zwischen dem Logarithmen des Dividendus und des Divisors ist. Wenn man also eine Dignität durch eine andere gleichartige dividiren soll,

folle, so darf man nur der unveränderten Wurzel den Logarithmen geben, welcher die Differenz zwischen den Logarithmen des Dividendus und des Divisors ist. So ist z. B.

$$\frac{4^5}{4^2} = 4^3$$

$$\frac{8^8}{8^3} = 8^5$$

$$\frac{3^{-1.0}}{3^{-6}} = 3^{-4}$$

$$\frac{10^{-6}}{10^{-2}} = 10^{-4}.$$

Der erste Satz nebst seiner Folge gehört in den 6ten Abschnitt, und der andere in den 7ten. Von beyden muß man die stärkste Ueberzeugung erhalten, so bald man den Sinn der Bezeichnungen der Dignitäten, und der Redensart, eine Dignität durch eine andere gleichartige multipliciren oder dividiren, sich richtig und deutlich denkt. Auch überzeugt man sich nun leicht von der Richtigkeit folgender Ausdrücke, und der dabey zum Grunde liegenden Regeln

$$\frac{4^8}{4^2 \times 4^3} = 4^3, \text{ denn es ist}$$

$$\frac{4^8}{4^2 \times 4^3} = \frac{4^8}{4^5} = 4^3.$$

$$\frac{7^3}{7^5} = 7^{-2}, \text{ denn es ist}$$

$$\frac{7^3}{7^5} = \frac{7^3}{7^3 \times 7^2} = \frac{1}{7^2} = 7^{-2}.$$

Der dritte Satz: Entgegengesetzte gleichartige Dignitäten mit einander multipliciren, oder mit den negativen Dignitäten, indem man sie als positive betrachtet, die übrigen dividiren ist eins. Man hat also, wenn man entgegengesetzte gleichartige Dignitäten mit einander multipliciren soll, nur nöthig, die Logarithmen der Factoren nach den Regeln der Vereinigung entgegengesetzter Zahlen zu vereinigen. So ist z. B.

$$4^3 \times 4^{-6} \times 4^8 = \frac{4^3 \times 4^8}{4^6} = \frac{4^{11}}{4^6} = 4^5, \text{ oder}$$

$$4^3 \times 4^{-6} \times 4^8 = 4^{3-6+8} = 4^5.$$

Der vierte Satz: Dignitäten durch gleichartige entgegengesetzte dividiren, heißt den Dividendum mit dem entgegenstehenden Divisor multipliciren. Man darf also nur, um solches zu thun, zwischen dem Logarithmen des Dividendus und dem Logarithmen des Divisors nach den Regeln von der Bestimmung des Unterschiedes entgegengesetzter Zahlen den Unterschied suchen. So ist z. B.

$$\frac{9^7}{9^{-3}} = 9^{10}, \text{ denn}$$

$$\frac{9^7}{9^{-3}} = 9^7 \times 9^3 = 9^{10}, \text{ oder}$$

$$\frac{9^7}{9^{-3}} = 9^{7+3} = 9^{10}. \text{ Ferner ist}$$

$$\frac{10^{-4}}{10^3} = 10^{-7}, \text{ denn}$$

$$\frac{10^{-4}}{10^3} = 10^{-4} \times 10^{-3} = 10^{-7}, \text{ oder}$$

$$\frac{10^{-4}}{10^3} = 10^{-4-3} = 10^{-7}.$$

Dieser dritte und vierte Satz gehören in den 9ten Abschnitt des 1ten Haupttheils der Arithmetik, und sind auf dem vorhin angezeigten Wege nicht schwer zu begreifen. Auch kann man nach dem bisherigen sich sehr bald von der Richtigkeit folgender mehr zusammengesetzter Ausdrücke und der Regeln, worauf ihre Veränderung beruht, überzeugen.

$$\frac{5^3 \times 5^{-7}}{5^2 \times 5^{-4}} = 5^{-2}, \text{ denn}$$

$$\frac{5^3 \times 5^{-7}}{5^2 \times 5^{-4}} = \frac{5^3 \times 5^4}{5^2 \times 5^7} = \frac{5^{3+4}}{5^{2+7}} = \frac{5^7}{5^9} = 5^{-2}.$$

$$\frac{7^3 \times 7^{-4} \times 7^5}{7^2 \times 7^{-3}} = 7^5, \text{ denn}$$

$$\frac{7^3 \times 7^{-4} \times 7^5}{7^2 \times 7^{-3}} = \frac{7^3 \times 7^5 \times 7^3}{7^2 \times 7^4} = \frac{7^{3+5+3}}{7^{2+4}} = \frac{7^{11}}{7^6} = 7^5.$$

Der fünfte Satz: Eine Dignität zur Quadratzahl erhoben, giebt eine gleichartige Dignität mit zweymal so grossen Logarithmen; zur Cubiczahl erhoben, eine gleichartige Dignität mit drey mal so grossen Logarithmen, zur vierten Dignität erhoben, eine gleichartige Dignität mit viermal so grossen Logarithmen u. s. w. So ist z. B.

$$(4^4)^2 = 4^8$$

$$(4^4)^3 = 4^{12}$$

$$(4^4)^4 = 4^{16}$$

$$(4^4)^5 = 4^{20} \text{ u. s. w. Desgleichen}$$

$$(7^{-2})^2 = 7^{-4}$$

$$(7^{-2})^3 = 7^{-6}$$

$$(7^{-2})^4 = 7^{-8}$$

$$(7^{-2})^5 = 7^{-10}$$

$$(7^{-2})^6 = 7^{-12} \text{ u. s. w. Wenn man also}$$

eine Dignität als Wurzel betrachten, und dieselbe von neuem zu irgend einer Dignität erheben will; so hat man nur nöthig, den Logarithmen jener Dignität mit dem Logarithmen von dieser zu multipliciren.

zen. Sucht man z. B. die Quadratzahl, so multiplicirt man mit 2, sucht man die Cubiczahl, so multiplicirt man mit 3 u. s. f.

Der sechste Satz: Die Quadratwurzel einer Dignität ist eine gleichartige Dignität mit halb so grossen Logarithmen, die Cubicwurzel einer Dignität ist eine gleichartige Dignität mit dem Drittheil des Logarithmen, die vierte Wurzel einer Dignität ist eine gleichartige Dignität mit dem Viertheile des Logarithmen u. s. w. So ist z. B.

$$\sqrt{6^4} = 6^2$$

$$\sqrt[3]{6^9} = 6^3$$

$$\sqrt[4]{6^{16}} = 6^4$$

$$\sqrt[5]{6^{25}} = 6^5 \text{ u. s. w. Desgleichen}$$

$$\sqrt{8^{-12}} = 8^{-6}$$

$$\sqrt[3]{8^{-12}} = 8^{-4}$$

$$\sqrt[4]{8^{-12}} = 8^{-3}$$

$$\sqrt[5]{8^{-12}} = 8^{-\frac{12}{5}}$$

$$\sqrt[6]{8^{-12}} = 8^{-2}$$

$$\sqrt[7]{8^{-12}} = 8^{-\frac{12}{7}} \text{ u. s. w.}$$

Will man also aus einer Dignität die Quadratwurzel ziehen, so hat man nur nöthig, ihren Logarithmen mit 2 zu dividiren; will man die Cubicwurzel haben, so dividirt man diesen Logarithmen mit 3, will man die vierte Wurzel finden, so dividirt man mit 4, u. s. w.

Dieser fünfte und sechste Satz gehören in den zoten und unten Abschnitt des 1ten Haupttheils der Arithmetica. Die gebrochenen Logarithmen werden darin auch in Decimalzahlen verwandelt, und anstatt $6^{\frac{4}{5}}$ z. B. gesetzt $6^{.8}$, anstatt $6^{\frac{7}{10}}$ aber $6^{.7}$ u. s. w.

Bermittelt der bisher angeführten Sätze ist die Beschäftigung mit gleichartigen Dignitäten in Ansehung der Multiplication, Division, Erhebung zu Dignitäten, und Extraction der Wurzeln leicht, so lange dabey nur verlangt wird, daß die gleichartige Dignität, die dadurch hervorgebracht wird, überhaupt angegeben werden soll; und auch folgendes kann darnach verständlich seyn.

$$\left(\frac{4^3}{4^2}\right)^6$$

$$\left(\frac{4^3}{4^2}\right)^6 = \frac{4^{18}}{4^{12}} = 4^6$$

$$\left(\frac{7^3}{4^2}\right)^5 = \frac{7^{15}}{4^{10}}$$

$$\left(\frac{3^{-4}}{5^2}\right)^3 = \frac{3^{-12}}{5^6}$$

$$\sqrt{\left(\frac{6^4}{3^2}\right)} = \frac{6^2}{3}$$

$$\sqrt{\left(\frac{5^8}{9^6}\right)} = \frac{5^4}{9^3}$$

$$\sqrt[3]{\frac{7^{-9}}{5^6}} = \frac{7^{-3}}{5^2}$$

$$\sqrt[5]{\frac{7^6}{5^3}} = \frac{7^{\frac{6}{5}}}{5^{\frac{3}{5}}} = \frac{7^{1,2}}{5^{0,6}} \text{ u. f. w.}$$

Noch weit grösser aber ist der Vortheil, wenn man sich Reihen von entwickelten Dignitäten derjenigen Wurzel gemacht hat, deren Dignitäten man unter einander multipliciren, dividiren, zu Dignitäten erheben, oder aus ihnen irgend eine Wurzel ziehen soll, und zwar so, daß darunter oder daneben der Logarithme steht. Nimmt man zur Wurzel 2 an, so erhält man folgende Reihe.

Log.	Dign.	Log.	Dign.
0	1	— 0	1
1	2	— 1	$\frac{1}{2}$
2	4	— 2	$\frac{1}{4}$
3	8	— 3	$\frac{1}{8}$
4	16	— 4	$\frac{1}{16}$
5	32	— 5	$\frac{1}{32}$
6	64	— 6	$\frac{1}{64}$
7	128	— 7	$\frac{1}{128}$
8	256	— 8	$\frac{1}{256}$
9	512	— 9	$\frac{1}{512}$
10	1024	— 10	$\frac{1}{1024}$
11	2048	— 11	$\frac{1}{2048}$
12	4096	— 12	$\frac{1}{4096}$
13	8192	— 13	$\frac{1}{8192}$
14	16384	— 14	$\frac{1}{16384}$
15	32768	— 15	$\frac{1}{32768}$
16	65536	— 16	$\frac{1}{65536}$
17	131072	— 17	$\frac{1}{131072}$
18	262144	— 18	$\frac{1}{262144}$
19	524288	— 19	$\frac{1}{524288}$
20	1048576	— 20	$\frac{1}{1048576}$
21	2097152	— 21	$\frac{1}{2097152}$
22	4194304	— 22	$\frac{1}{4194304}$
23	8388608	— 23	$\frac{1}{8388608}$
24	16777216	— 24	$\frac{1}{16777216}$

Print

Nimmt man hingegen zur Wurzel 5 an, so erhält man folgende.

Log.	Dign.	Log.	Dign.
0	1	— 9	1
1	5	— 1	$\frac{1}{5}$
2	25	— 2	$\frac{1}{25}$
3	125	— 3	$\frac{1}{125}$
4	625	— 4	$\frac{1}{625}$
5	3125	— 5	$\frac{1}{3125}$
6	15625	— 6	$\frac{1}{15625}$
7	78125	— 7	$\frac{1}{78125}$
8	390625	— 8	$\frac{1}{390625}$
9	1953125	— 9	$\frac{1}{1953125}$
10	9765625	— 10	$\frac{1}{9765625}$
11	48828125	— 11	$\frac{1}{48828125}$
12	244140625	— 12	$\frac{1}{244140625}$
13	1220703125	— 13	$\frac{1}{1220703125}$
14	6103515625	— 14	$\frac{1}{6103515625}$
15	30517578125	— 15	$\frac{1}{30517578125}$
16	152587890625.	— 16	$\frac{1}{152587890625}$

Wenn nemlich

a die Dignitäten, die man mit einander multipliciren will, in dergleichen Reihen stehen, so kann man das Geschäft der Multiplication durch eine

Addi-

Addition der Logarithmen der Factoren verrichten. Gesezt z. B. man sollte 4096 mit 512 multipliciren, so zeigt die Reihe der Wurzel 2, daß 4096 die 12te, und 512 die 9te Dignität von 2 ist. Man weiß aber nach dem 1ten der obigen Sätze, daß das Product zweyer gleichartigen Dignitäten eine Dignität von eben der Art ist, deren Logarithme der Summe der Logarithmen der Factoren gleich, und also in dem gegebenen Falle, daß das Product aus 4096 in 512 die 21te Dignität von 2 sey. Aber auch diese enthält die genannte Reihe, und das Product ist also 2097152. Will man zum Ueberflusse sich hiervon durch eine Probe überzeugen, so darf man nur rechnen

$$\begin{array}{r}
 4096 \\
 512 \\
 \hline
 8192 \\
 4096 \\
 20480 \\
 \hline
 2097152
 \end{array}$$

Sollte man 78125 mit 3125 multipliciren, so ist nach der Reihe der Wurzel 5

78125

$$78125 = 5^7; \text{ und}$$

$$3125 = 5^5; \text{ also ist,}$$

$$78125 \times 3125 = 5^7 \times 5^5 = 5^{12} \text{ und}$$

$$5^{12} = 244140625. \text{ Folglich ist}$$

$$78125 \times 3125 = 244140625. \text{ Multiplicirt man}$$

$$\begin{array}{r} 78125 \\ \text{mit} \quad 3125 \\ \hline 390625 \\ 156250 \\ 78125 \\ 234375 \\ \hline 244140625 \end{array}$$

so erhält man 244140625.

Eben so ist

$$\frac{1}{1024} \times \frac{1}{128} = 2^{-10} \times 2^{-7} = 2^{-17} = \frac{1}{131072}, \text{ und}$$

$$\frac{1}{125} \times \frac{1}{3125} = 5^{-3} \times 5^{-5} = 5^{-8} = \frac{1}{390625}.$$

Soll man ferner

b eine Dignität durch eine andere gleichartige dividiren, so hat man, die Dignitätenreihe der Wurzel der gegebenen Dignitäten vorausgesetzt, zur Findung des Quotienten nichts als eine Subtraction nöthig. Soll z. B. 16777216 durch 16384 dividirt werden, so zeigt die Reihe der Wurzel 2, daß

16777216

$$16777216 = 2^{24}, \text{ und}$$

$16384 = 2^{14}$. Durch den 2ten der obigen Sätze aber weiß man, daß

$\frac{2^{24}}{2^{14}} = 2^{10}$, und die gedachte Reihe zeigt an, daß

$$2^{10} = 1024.$$

Will man zum Ueberflusse auch wirklich dividiren, so sieht man die Richtigkeit des behaupteten an der Uebereinstimmung beider Resultate.

$$\begin{array}{r}
 16384 \quad x \ 6 \ 7 \ 7 \ 7 \ 2 \ 2 \ 6 \mid 1024. \\
 \quad 4 \ 9 \ 3 \ 6 \ 3 \\
 \quad 3 \ 7 \ 7 \ 5 \ 2 \\
 \quad 2 \ 6 \ 5 \ 3 \\
 \quad x \ x
 \end{array}$$

Sollte ferner 152587890625 durch 9765625 dividirt werden, so sieht man aus der Reihe der Wurzel 5, daß

$$152587890625 = 5^{16} \text{ und}$$

$9765625 = 5^{10}$. Durch den gedachten Satz aber weiß man, daß

$$\frac{5^{16}}{5^{10}} = 5^6, \text{ und die gedachte Reihe zeigt, daß}$$

$$5^6 = 15625.$$

Eben

$$4. \quad 78125 \times \frac{1}{30517578125} \times 3125 = 5^7 \times 5^{-16} \times 5^5 = 5^{-3} = \frac{1}{125}.$$

$$5. \quad \frac{\frac{1}{4096}}{512} = \frac{2^{-12}}{2^9} = 2^{-21} = \frac{1}{268435456}.$$

$$6. \quad \frac{\frac{2048}{1}}{256} = \frac{2^{11}}{2^{-8}} = 2^{19} = 524288.$$

$$7. \quad \frac{\frac{1}{78125}}{625} = \frac{5^{-7}}{5^{-4}} 5^{-3} = \frac{1}{125}.$$

$$8. \quad \frac{15625 \times \frac{1}{3125} \times 78125}{\frac{1}{25} \times 1953125 \times 625} = \frac{5^6 \times 5^{-5} \times 5^7}{5^{-2} \times 5^9 \times 5^4} \\ = \frac{5^8}{5^{11}} = 5^{-3} = \frac{1}{125} \text{ u. f. w.}$$

Will man

c. eine Dignität von neuem zu einer Dignität erheben, so wird man durch die angeführten Reihen in den Stand gesetzt, das verlangte durch eine sehr leichte Multiplication zu finden. Soll z. B. 512 zur Quadratzahl erhoben werden, so lehrt die Reihe der Wurzel 2, daß $512 = 2^9$, und nach dem 5ten oben berührten Satze ist $(2^9)^2 = 2^{18}$, und nach der eben gedachten Reihe $2^{18} = 262144 = (512)^2$.

Ferner

Ferner sey zu suchen $(3125)^3$.

$$\text{Da } 3125 = 5^5$$

$$\text{und } (5^5)^3 = 5^{15}$$

$$\text{ferner } 5^{15} = 30517578125;$$

$$\text{so ist } (3125)^3 = 30517578125.$$

Soll gesucht werden $\left(\frac{1}{256}\right)^3$; so ist

$$\frac{1}{256} = 2^{-8},$$

$$\text{und } (2^{-8})^3 = 2^{-24}$$

$$\text{und } 2^{-24} = \frac{1}{16777216} = \left(\frac{1}{256}\right)^3.$$

Soll man endlich finden $\left(\frac{128}{625}\right)^3 = \frac{128^3}{625^3}$; so

$$\text{ist } 128 = 2^7$$

$$\text{und } 625 = 5^4$$

$$\text{also } \frac{128}{625} = \frac{2^7}{5^4}$$

$$\text{und } \left(\frac{128}{625}\right)^3 = \frac{2^{21}}{5^{12}}$$

$$\text{und } \frac{2^{21}}{5^{12}} = \frac{2097152}{244140625} = \left(\frac{128}{625}\right)^3.$$

Will man endlich

a. aus einer Dignität irgend eine Wurzel ziehen;
so ist man vermittelst jener Reihen im Stande, das

b. a

gesuchte

gesuchte durch eine bloße Division zu finden. Ge-
setzt zum Beispiel, daß $\sqrt{65536}$ zu suchen wäre;
so ist

$$65536 = 2^{16}$$

$$\text{und } \sqrt{2^{16}} = 2^8$$

$$\text{und } 2^8 = 256$$

$$\text{also } \sqrt{65536} = 256.$$

Sollte $\sqrt[3]{1953125}$ gesucht werden, so ist

$$1953125 = 5^9$$

$$\text{und } \sqrt[3]{5^9} = 5^3$$

$$\text{und } 5^3 = 125$$

$$\text{also } \sqrt[3]{1953125} = 125.$$

Wird $\sqrt[4]{1048576}$ verlangt; so ist

$$1048576 = 2^{20}$$

$$\text{und } \sqrt[4]{2^{20}} = 2^5$$

$$\text{und } 2^5 = \frac{1}{32}$$

$$\text{also } \sqrt[4]{1048576} = \frac{1}{32}.$$

Ist endlich $\sqrt[5]{\frac{32768}{9765625}}$ zu suchen; so ist

$$32768 = 2^{15}$$

$$\text{und } 9765625 = 5^{10}$$

$$\text{also } \frac{32768}{9765625} = \frac{2^{15}}{5^{10}}$$

und

$$\text{und } \sqrt[5]{\left(\frac{2^{15}}{5^{10}}\right)} = \frac{2^3}{5^2}$$

$$\text{und } \frac{2^3}{5^2} = \frac{8}{25}$$

$$\text{also } \sqrt[5]{\frac{32768}{3125}} = \frac{8}{25}$$

Ausdrücke wie folgende $\frac{2^6}{2^3}$, $\frac{5^3}{5^2}$, $\frac{2^{-6}}{2^3}$ können nach dem obigen, wenn sie zu Dignitäten erhoben oder aus ihnen eine Wurzel gezogen werden soll, zuvor in diese 2^2 , 5^4 , 2^{-9} verwandelt werden, und ist dieß geschehen, so ist das weiter erforderliche bekannt.

c. (f. S. xxxv) von den logarithmischen Systemen.

Unter logarithmischen Systemen versteht man entwickelte Dignitätenreihen mit ihren Logarithmen. Man kann derselben eine unendliche Menge verfertigen, hat aber zum Gebrauche nur ein vollständiges nöthig. Zur Vollständigkeit eines logarithmischen Systems gehört, daß es unter seinen Dignitäten die Zahlen in ihrer natürlichen Ordnung, und zwar je weiter desto besser, enthalte, indeß brauchen solches nur die Multiplicatoren zu seyn, indem

die Logarithmen der gleichen Divisoren nur negativ sind, und ausserdem ist es genug, wenn es nur die ganzen Zahlen enthält. Unter allen möglichen logarithmischen Systemen ist bey dem üblichen Zahlengebäude keins bequemer, als dasjenige, dessen Wurzel 10 ist.* Was man nemlich auch für ein System annimmt, so können nicht alle Logarithmen ganze Zahlen seyn, sondern es bestehen die meisten aus einer ganzen Zahl (Characteristic, Kennziffer) und aus einem zehntheiligen Bruche (Mantisse). Wenn man zur Wurzel 2 nimmt, so sind bloß die Logarithmen von 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024, 2048, 4096 u. s. w. ganze Zahlen, die Logarithmen aller der Zahlen aber, die zwischen die genannten fallen, ganze Zahlen und zehntheilige Brüche. Verfertiget man nun ein logarithmisches System der Wurzel 10, so kann man einmal die Characteristic einer jeden Zahl sehr leicht finden, indem sie stets aus so viel Einheiten besteht, als die gegebene Zahl Ziffern der höhern Ordnungen hat. Von 1 bis 9 ist daher die Kennziffer der Logarithmen der Zahlen 0, von 10 bis 99 ist sie 1, von 100 bis 999 ist sie 2, von 1000 bis 9999 ist sie 3 u. s. w.; ferner ist die Kennziffer der Logarithmen

rithmen der Zehnthelle — 1, der Hunderttheile — 2, der Tausendtheile — 3 u. s. w. Zweitens unterscheiden sich die Logarithmen der Zahlen, die zu verschiedenen Ordnungen gehören, aber durch einerley Ziffern ausgedruckt sind, bloß durch die Kennziffer, in Ansehung der Mantisse hingegen ganz und gar nicht. Ist z. B. der Logarithme der Zahl $36579 = 4,5632318$, so ist

von der Zahl	der Logarithme
$365790 =$	$5,5632318$
$3657900 =$	$6,5632318$
$36579000 =$	$7,5632318$ u. s. w.
$3657,9 =$	$3,5632318$
$365,79 =$	$2,5632318$
$36,579 =$	$1,5632318$
$3,6579 =$	$0,5632318$
$0,36579 =$	$- 1,5632318$
$0,036579 =$	$- 2,5632318$
$0,0036579 =$	$- 3,5632318$ u. s. w.

wo bey den 3 letzten Logarithmen bloß die Kennziffer, nicht aber die Mantisse negativ ist. Drittens können bey diesem System die logarithmischen Tafeln viel mehr zusammengezogen werden, als bey irgend einem andern. Aus diesen Gründen ist daher das

zum gewöhnlichsten Gebrauche verfertigte logarithmische System für die Wurzel 10 berechnet worden, und die darin befindlichen Logarithmen heißen die Briggsischen oder künstlichen Logarithmen. Eine vollständige und sehr gründliche Beschreibung dieser Logarithmen, und insbesondere der Verfertigung und des Gebrauchs eines Systems derselben findet man in dem 2ten Theile des vortreflichen Lehrbegriffs der gesammten Mathematic des Herrn Hofrath Karsten im 7ten Abschnitte, worauf ich diejenigen verweise, die das bisher gesagte, verbunden mit der kurzen Einleitung zum 1ten Bande der Schulzischen Sammlung logarithmischer, trigonometrischer und anderer Tafeln, für sich noch unzureichend finden; denn mehr von den Logarithmen hier anzuführen, würde für diesen Ort zu weitläufig seyn, und ich finde es auch nicht nöthig, da ich dasjenige, was in der gedachten kurzen Einleitung enthalten ist, voraussetzen darf, weil man bey logarithmischen Rechnungen die Schulzischen Tafeln haben muß.

Das dritte (s. S. xxix) wovon ich hier mit wenigen reden muß, betrifft die Verwandlung der Verhältnisse in Zahlen, und die Veränderung der Grössen und Zahlen nach Verhältnissen.

Zuerst

Zuerst von der Verwandlung der Verhältnisse in Zahlen. Zahlen und Grössen stehen im Verhältnisse, wenn man dieselben unter einander vergleicht, so daß man auf die Entstehungsart der einen aus der andern sieht. Diejenige Zahl oder Grösse, aus welcher man in Gedanken eine andere entstehen läßt, heißt das nachfolgende Glied, und die andere das vorhergehende Glied. Das nachfolgende Glied setzt man nach (:) und das vorhergehende Glied vor (:). In $6 : 3$ ist also 3 das nachfolgende, und 6 das vorhergehende, in $3 : 6$ aber 6 das nachfolgende, und 3 das vorhergehende Glied. Im ersten Falle läßt man die 6 aus der 3, und im 2ten die 3 aus der 6 entstehen. Offenbar ist also $6 : 3 = \frac{6}{3} = 2$, und $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$. Hieraus läßt sich erkennen, daß die Verwandlung eines Verhältnisses in Zahlen überhaupt durch die Division des vorhergehenden Gliedes durch das nachfolgende geschehe. Sind die Zahlen der Glieder nicht so einfach, so lassen sie sich durch die Multiplication, ohne dem Verhältnisse selbst zu schaden, in andere verwandeln. So ist z. B. $3 : 4\frac{2}{7} = 15 : 22 = \frac{15}{22}$. $6\frac{1}{4} : 5\frac{2}{3} = 27 : 22\frac{2}{3} = 81 : 68 = \frac{81}{68} = 1\frac{13}{68}$. Sind die Glieder der Verhältnisse nicht blosse Zahlen, sondern Grössen,

z. B. $6 \mathcal{R} : 3 \mathcal{R}$, $3 \mathcal{R} : 2 \mathcal{R}$ 18 \mathcal{H} , $4 \mathcal{R} : 8 \mathcal{R}$, $2 \mathcal{W} : 1 \mathcal{R}$ 12 \mathcal{H} ; so beziehen sich entweder beyde auf gleichartige und nicht entgegengesetzte Einheiten von einer und derselben Ordnung, wie in $6 \mathcal{R} : 3 \mathcal{R}$, und dann hat man bloß auf die Zahlen zu sehen. So ist z. B. $6 \mathcal{R} : 3 \mathcal{R} = 6 : 3 = 2$, und $3 \mathcal{R} : 6 \mathcal{R} = 3 : 6 = \frac{1}{2}$. Oder es beziehen sich die Glieder zwar auf gleichartige und nicht entgegengesetzte Einheiten, aber doch auf Einheiten von verschiedenen Ordnungen, wie $3 \mathcal{R} : 2 \mathcal{R}$ 18 \mathcal{H} ; in diesem Falle kann man durch eine leichte Reduction die vorhergehende Beschaffenheit erhalten. So ist z. B. $3 \mathcal{R} : 2 \mathcal{R}$ 18 $\mathcal{H} = 3 \mathcal{R} : 2\frac{1}{2} \mathcal{R} = 3 : 2\frac{1}{2} = 12 : 11 = \frac{12}{11} = 1\frac{1}{11}$, so wie $2 \mathcal{R}$ 18 $\mathcal{H} : 3 \mathcal{R} = 2\frac{1}{2} \mathcal{R} : 3 \mathcal{R} = 2\frac{1}{2} : 3 = 11 : 12 = \frac{11}{12}$. Oder die Einheiten der Glieder sind einander entgegengesetzt, wodurch die erhaltene Zahl negativ wird. So ist $4 \mathcal{R} : - 8 \mathcal{R} = 4 : - 8 = \frac{4}{8} = - \frac{1}{2}$, und $2 \mathcal{W} : 1 \mathcal{R}$ 12 $\mathcal{H} = 2 \mathcal{W} : 1\frac{1}{2} \mathcal{R} = 2 : - 1\frac{1}{2} = 4 : - 3 = - \frac{4}{3} = - \frac{4}{3}$. Sind endlich mehrere Verhältnisse zusammen zu setzen, so thut man, es mögen die Glieder derselben Zahlen oder Grössen seyn, am besten, wenn man die einfachen Verhältnisse inösgesamt in Zahlen verwandelt, und wenn

es

es nöthig ist, darauf das Product der gefundenen Zahlen sucht. So ist z. B. $6 : 3 = 2$, $2 : 5 = \frac{2}{5}$, $2\frac{1}{2} : 7 = 5 : 14 = \frac{5}{14}$, und $6 \times 2 \times 2\frac{1}{2} : 3 \times 5 \times 7 = 2 \times \frac{2}{5} \times \frac{5}{14} = \frac{2}{7} \times \frac{5}{14} = \frac{1}{14}$. Nach der Verwandlung eines Verhältnisses in Zahlen ist es nun leicht zu bestimmen, wie viel so wohl das vorhergehende Glied von dem nachfolgenden, als auch, wie viel das nachfolgende von dem vorhergehenden sey. Jenes giebt die erhaltene Zahl selbst, dieses aber eben diese Zahl, wenn man ihren Multiplicator als Divisor, und ihren Divisor als Multiplicator betrachtet, an. In dem Verhältnisse $6 : 3$, oder $6 \text{ Rk.} : 3 \text{ Rk.}$, ist das vorhergehende Glied von dem nachfolgenden 2, und das nachfolgende von dem vorhergehenden $\frac{1}{2}$; in dem Verhältnisse $2 \text{ B.} : 1 \text{ Rk.}$ $12 \text{ B.} = - \frac{1}{4}$ ist das vorhergehende Glied von dem nachfolgenden $-\frac{1}{4}$, und das nachfolgende von dem vorhergehenden $-\frac{1}{4}$. In dem zusammengesetzten Verhältnisse $6 \times 2 \times 2\frac{1}{2} : 3 \times 5 \times 7 = \frac{1}{14}$ ist das vorhergehende Glied von dem nachfolgenden $\frac{1}{14}$, und das nachfolgende von dem vorhergehenden 14, u. s. w. Weiß man nun, was für eine Grösse das vorhergehende Glied von dem nachfolgenden, und das nachfolgende von dem

dem vorhergehenden ist, so ist es leicht, aus dem einen der beyden Glieder das andere zu finden, und zwar nicht nur Eines Verhältnisses, sondern auch aller ihm gleichen Verhältnisse. Hierauf nun gründet sich

Zweitens, die Veränderung der Zahlen und Grössen nach Verhältnissen. Wenn eine Zahl oder Grösse nach einem Verhältnisse verändert werden soll, so ist sie selbst ein Glied eines Verhältnisses, das dem gegebenen gleich ist, und es soll das andere Glied gefunden, oder dieses Verhältniß ergänzt werden. Ob das Glied, welches gefunden werden soll, das vorhergehende oder das nachfolgende Glied ist, läßt sich aus den jedesmaligen Umständen leicht entscheiden, und ist dieses erst bekannt, so ist alles übrige nach dem vorhergehenden leicht. Man verwandelt nemlich überhaupt das Verhältniß oder die Verhältnisse, nach welchen eine Zahl oder Grösse verändert werden soll, vor allen Dingen in Zahlen, welche ich der Bequemlichkeit Anzeiger nenne, und bestimmt darnach, was für eine Grösse das vorhergehende Glied des gegebenen Verhältnisses von dem nachfolgenden, und auch, was für eine Grösse das nachfolgende Glied gegen das
vor-

hergehende gehalten ist; und darauf verändert man die übrige Zahl oder Grösse auf die erforderliche Art, welche von selbst in die Augen fällt, so bald man weiß, ob das zu suchende das vorhergehende oder das nachfolgende Glied des gleichen zu ergänzenden Verhältnisses seyn soll. Wird z. B. gefragt: Was kosten 74 Ell., wenn 3 Ell. 4 R ℓ kosten? so ist die Grösse 74 Ell. nach dem Verhältnisse 3 Ell. : 4 R ℓ zu verändern. Da nun 3 Ell. : 4 R ℓ = 3 : — 4 = — $\frac{4}{3}$ ist, so ist der Anzeiger der Veränderung der 74 Ell. zur Findung des Preises derselben, indem 74 Ell. das vorhergehende Glied des zu ergänzenden Verhältnisses ist, — $\frac{4}{3}$ = — $1\frac{1}{3}$, und der Auffass dieses Exempels ist

$$74 \text{ Ell. } \times - 1\frac{1}{3};$$

die Ausrechnung desselben aber

$$74 \text{ Ell. } \times - 1\frac{1}{3}$$

$$24\frac{2}{3} \text{ Ell.}$$

$$98\frac{2}{3} \text{ R ℓ }.$$

In dieser Aufgabe sind die R ℓ und Ell. einander entgegengesetzt, und das Zeichen — zeigt also R ℓ an. Wenn die Einheit, auf welche sich die Zahl des endlichen Resultats bezieht, bekannt ist, so hat man
 bey

bey der ganzen Rechnung bloß nöthig, auf die Zahlen zu sehen. Dann wird die vorhergehende Rechnung folgende:

$$\begin{array}{r} 74 \text{ Ell.} \times 1\frac{1}{2} \\ 24\frac{2}{3} \\ \hline 98\frac{2}{3} \text{ Rk.} \end{array}$$

Würde gefragt: Wie viel kosten 1 £ 50 ℔ , wenn 1 Et. 6 Q kostet, so ist die zu verändernde Grösse 160 ℔ , und die Verhältnisse, nach welchen sie verändert werden soll, 1 : 32, 1 : 6, 12 : 1, und 24 : 1, indem 1 ℔ 32 Loth faßt, 1 Loth 6 Q kosten soll, 12 Q 1 ℔ und 24 ℔ 1 Rk. machen, und man doch eigentlich wissen will, wie viel Rk. der 1 £ 50 ℔ kosten? Da nun

$$1 : 32 = \frac{1}{32}$$

$$1 : 6 = \frac{1}{6}$$

$$12 : 1 = 12$$

$$24 : 1 = 24, \text{ so ist der Anzeiger}$$

der Veränderung der 160 ℔ zur Findung des Preises, indem 160 ℔ ebenfalls das vorhergehende Glied ist $32 \times 6 \times \frac{1}{12} \times \frac{1}{24} = 4 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$.

Der Aufsatz des Exempels ist also

$$\begin{array}{r} 160 \text{ ℔} \times \frac{2}{3} \\ 53\frac{1}{3} \\ \hline 106\frac{2}{3} \text{ Rk.} \end{array}$$

Es hätte dieses Exempel zwar auf eine andere Art noch kürzer gerechnet werden können, ich habe aber diese Art gewählt, um von der Veränderung der Zahlen oder Grössen nach zusammengesetzten Verhältnissen ein leicht zu übersehendes Beispiel zu geben.

Die Practik erfordert Uebung, und wer an eine andere Art des Rechnens gewöhnt ist, wird daher die auf das gesagte sich gründenden Arten den ihm bekannten und geläufigen nicht als vorzuziehen ansehen. Einen gänzlichen Anfänger hingegen genommen, so wird derselbe das gegenwärtige leichter begreifen und sich eher geläufig machen als das gewöhnliche, und es ist vielleicht aus diesem Grunde nicht aller Aufmerksamkeit unwerth. Es hat aber dasselbe einige eigene Vortheile. Denn einmal schließt sich das darnach nöthige Verfahren genau an das Verfahren des sich selbst überlassenen und durch passende Lagen bloß gebildeten Verstandes, so daß dasselbe allgemein begreiflich ist; und zweitens rechnet man dabey nicht nur mit den möglich größten Vortheilen, sondern es erfordert auch die Erfindung dieser Vortheile keine vorzügliche Anstrengung. Schmid gedenkt in der Vorrede zu seiner

in

in zwey Theilen herausgegebenen Rechenkunst eines von ihm erfundenen Vortheils in der Kettenregel, und beschreibt denselben in dem 6ten Abschnitte des 8ten Capitels des 1ten Theils ausführlich. Wie leicht kommt man auf die von ihm gegebenen Regeln, wenn man auf die gedachte Art Zahlen und Grössen nach gegebenen Verhältnissen zu verändern gelernt hat! ja wie einseitig ist die Schmid'sche Regel gegen diejenige, worauf man durch das vorgetragene geleitet wird. Mehr darf ich hier von der Verwandlung der Verhältnisse in Zahlen, und von der Veränderung der Zahlen und Grössen nach Verhältnissen überhaupt nicht sagen; in den S. xxvi gedachten Unterredungen über die wichtigsten Gegenstände der Arithmetik werde ich diese ganze Lehre ausführlich vortragen, und hoffe dann die Aufnahme derselben in die Arithmetik als ein besonderes Capitel auch hinlänglich zu rechtfertigen. Jetzt geht meine Absicht bloß dahin, dasjenige zu berühren, was zum Verständniß in der folgenden Anleitung zur juristischen, politischen und öconomischen Rechenkunst hier angeführt werden muß.

Jetzt

Jetzt noch ein Paar Worte zur Characterisirung der Grössen, die in einem geometrischen Verhältnisse stehen. Zwey Grössen stehen in einem geometrischen Verhältnisse, wenn unter ihnen eine solche Verbindung statt findet, daß in eben der Maasse, als die eine wächst oder abnimmt, die andere entweder ebenfalls wächst oder abnimmt. So steht z. B. das Geld, welches man für Waaren giebt, mit den Waaren selbst in einem geometrischen Verhältnisse, denn je mehr Geld gegeben wird, desto mehr Waare erhält man, und je weniger Geld man giebt, desto weniger Waaren bekommt man, so daß man für 2mal, 3mal, 4mal so viel Geld auch 2mal, 3mal, 4mal so viel Waaren, für $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ des Geldes aber auch nur $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ der Waaren bekommt. Verhältnisse dieser Art nennt man ordentliche geometrische Verhältnisse. Auch steht die Zahl der Arbeiter mit der Zeit, welche sie zur Verfertigung der Arbeit gebrauchen, in einem geometrischen Verhältnisse, aber auf eine andere Art. Je grösser nemlich die Anzahl der Arbeiter genommen wird, desto kleiner ist die ihnen nöthige Zeit, und je kleiner die Anzahl der Arbeiter ist, desto länger ist die Zeit, welche man ihnen geben muß. Diese Verhältnisse nennt man verkehrte geometrische Verhältnisse.

hältnisse. Wie man nach einem ordentlichen geometrischen Verhältnisse eine Zahl oder Grösse verändern müsse, ist aus dem vorhergehenden hinlänglich zu ersehen; soll aber eine Zahl oder Grösse nach einem verkehrten geometrischen Verhältnisse verändert werden, so ist der leichteste Weg der, daß man das bekannte Glied des zu ergänzenden Verhältnisses mit dem gleichnamigen Gliede des gegebenen Verhältnisses verwechselt, und darauf wie bey den ordentlichen Verhältnissen verfährt. Wird z. B. gefragt: Wie viel Zeit brauchen 36 Arbeiter zu einem bestimmten Werke, wenn 4 Arbeiter dasselbe in 18 Tagen zu Stande bringen? so ist nach dem gesagten die zu verändernde Zahl nach der gedachten Verwechslung 4 Arbeiter, und das Verhältniß, nach welchem dieselbe verändert werden soll, 36 Arbeiter : 18 Tagen = 36 : — 18 = — 2, und der Veränderungsanzeiger der 4 ist also, da 4 das vorhergehende Glied des zu ergänzenden Verhältnisses ist, — $\frac{1}{2}$, und die gesuchte Zeit also 2 Tage. Wenn eine Zahl oder Grösse nach einem zusammengesetzten Verhältnisse verändert werden soll, so kommen unter den einfachen Verhältnissen, woraus dieses zusammengesetzte Verhältniß besteht, bisweilen auch verkehrte Verhältnisse vor. Mit diesen ver-

verfährt man daher auf die eben angezeigte Art, so wie mit den ordentlichen nach dem aus dem vorhergehenden bekannten.

Von der Veränderung der Zahlen, insbesondere der Brüche in andere gleichbedeutende, der vorgesezten Absicht aber gemässere, welche Verwandlung durch die Zertheilung, die Vereinigung, die Multiplication und Division u. s. w. geschieht, und in der practischen Arithmetik von der größten Wichtigkeit ist, rede ich hier nicht. Es gehört dahin unter andern auch die oft so vorthellhafte Verwandlung der Brüche in Decimalzahlen. Freylich könnte auch hierüber noch manches nützliche gesagt werden; allein ich würde zu sehr die Grenzen einer Vorrede übertreten, und ich gedenke daher nur

viertens noch der arithmetischen und geometrischen Progressionen mit wenigen Worten.

Unter arithmetischen Progressionen versteht man Zahlen- oder Grössenreihen, in welchen zwischen jeden zwey unmittelbar auf einander folgenden Gliedern einerley Differenz statt findet. Z. E.

1. 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36
2. 48, 44, 40, 36, 32, 28, 24, 20, 16, 12, 8.

In der ersten Progression ist jedes folgende Glied um 3 grösser als das vorhergehende, und in der an-

bern um 4 kleiner. Was von dergleichen Progressionen um einiger willen hier gesagt werden muß, betrifft drey Stücke: erstlich die Art, die Summe aller Glieder einer arithmetischen Progression zu finden, wenn das 1te Glied, das letzte Glied und die Zahl aller Glieder bekannt ist; zweitens die Bestimmung der Differenz zwischen zwey unmittelbar auf einander folgenden Gliedern, wenn irgend zwey Glieder der Progression und die Zahl der zwischen ihnen liegenden Glieder bekannt ist; und endlich drittens, die Findung eines jeden Gliedes, dessen Zahl man weiß, wenn ausserdem irgend ein anderes Glied mit seiner Zahl und die Differenz jeder zwey unmittelbar auf einander folgenden Glieder bekannt ist.

Die Summe aller Glieder einer arithmetischen Progression findet man, wenn man das erste und letzte Glied derselben addirt, und diese Summe durch die halbe Anzahl aller Glieder multiplicirt. In der ersten Reihe, welche aus 12 Gliedern besteht, ist. z. B.

$$\begin{array}{l} \text{die Summe} \\ \text{aller Glieder} \end{array} = (3 + 36) \times 6 = 234; \text{ in}$$

der zweyten Reihe hingegen, welche aus 11 Gliedern besteht, ist

die

Die Summe
aller Glieder $= (48 + 8) \times 5\frac{1}{2} = 308.$

Es beruhet diese Regel auf dem Satze: In einer arithmetischen Progression ist die Summe des ersten und letzten Gliedes gleich der Summe jeder zwey andern von den beyden äussersten gleich weit abstehenden Glieder, und das mittelfte Glied, wenn die Anzahl aller Glieder ungerade ist, die Hälfte dieser Summe.

Die Differenz einer arithmetischen Progression jeder zwey unmittelbar auf einander folgenden Glieder findet man aus jeden zwey andern Gliedern, von welchen man die Zahl der zwischen liegenden Glieder weiß, wenn man das kleinere Glied von dem grössern abzieht, und diese Differenz durch die um 1 vermehrte Zahl der zwischen liegenden Glieder dividirt. Z. B. Ist 3 das 1te und 30 das 10te Glied, so daß also 8 Glieder zwischen beyden gegebenen liegen, so ist

die gesuchte
Differenz $= \frac{30 - 3}{8 + 1} = \frac{27}{9} = 3.$ Ist hin-

gegen 40 das 3te Glied, und 16 das 9te Glied, so daß 5 Glieder zwischen beyden gegebenen Gliedern liegen, so ist

die gesuchte
Differenz $= \frac{40 - 16}{5 + 1} = \frac{24}{6} = 4.$

e 3

Ist

Ist irgend ein Glied einer arithmetischen Progression und die Differenz jeder zwey unmittelbar auf einander folgenden Glieder gegeben; so findet man jedes andere Glied, dessen Zahl bekannt ist, wenn man die Differenz der Progression so vielmal genommen, als die Zahl der Entfernung des gesuchten Gliedes von dem gegebenen anzeigt, zu dem gegebenen Gliede entweder addirt, oder davon subtrahirt. Es sey z. B. 6 das 2te Glied einer arithmetischen Progression, deren folgende Glieder immer grösser werden, (einer steigenden), die Differenz jeder zwey unmittelbar auf einander folgenden Glieder 3, und es sey das 8te Glied zu finden. Da die Zahl der Entfernung des 8ten Gliedes von dem 2ten 6 ist, so ist

das 8te Glied $= 6 + 3 \times 6 = 24$. Ist hingegen das 1te Glied 48, und die Differenz der Progression 4, die Progression ferner eine fallende, und das 8te Glied zu suchen; so ist, da die Zahl der Entfernung des 8ten Gliedes von dem 1ten $= 8 - 1 = 7$ ist,

das 8te Glied $= 48 - 4 \times 7 = 20$.

Die zweyte und dritte Regel beruhen auf dem Satze: Die Differenz zwischen jeden zwey Gliedern einer arithmetischen Progression ist allezeit die Differenz jeder zwey unmittelbar auf einander folgenden Glieder.

Glieder einmal mehr genommen, als die Zahl der zwischen liegenden Glieder anzeigt. In der Remissionsrechnung kommen von dem 2ten und 3ten Falle Exempel mit Brüchen vor.

Unter geometrischen Progressionen versteht man Zahlen- oder Größenreihen, in welchen jedes Glied von dem unmittelbar vorhergehenden stets dasselbe Product ist. Z. B.

1. 6, 12, 24, 48, 96, 192, 384, 768.

2. 8748, 2916, 972, 324, 108, 36, 12, 4.

In der ersten Progression ist jedes folgende Glied ein Product aus dem vorhergehenden Gliede in 2, und in der andern stets ein Product aus dem vorhergehenden Gliede in $\frac{1}{3}$. Was von diesen Progressionen hier gesagt werden muß, betrifft zwey Stücke: erstlich die Findung eines jeden Gliedes derselben aus dem 1ten Gliede und dem Exponenten, d. h. derjenigen Zahl, womit jedes vorhergehende Glied multiplicirt werden muß, wenn man das unmittelbar darauf folgende haben will; und zweitens die Erforschung der Summe aller Glieder einer geometrischen Progression.

Soll aus dem 1ten Gliede einer geometrischen Progression und dem Exponenten derselben irgend ein anderes Glied gefunden werden; so darf man

nur zuvörderst die Zahl der Entfernung dieses Gliedes von dem 1ten sich merken, dann den Exponenten zu der Dignität erheben, deren Logarithme diese Zahl ist, und diese Dignität mit dem 1ten Gliede multipliciren. Es sey z. B. das 8te Glied einer geometrischen Progression zu finden, deren 1tes Glied 6, und deren Exponent 2 ist; so ist die Zahl der Entfernung des 8ten Gliedes vom 1ten Gliede = 7. Man suche also

$$2^7 = 128, \text{ und}$$

das ges. 8te Glied ist $= 6 \times 2^7 = 6 \times 128 = 768$. Sollte das 8te Glied einer geometrischen Progression gesucht werden, deren 1tes Glied 8748, und deren Exponent $\frac{1}{3}$ ist, so wäre auch hier die Zahl der Entfernung des 8ten Gliedes vom 1ten = 7, und da

$$\left(\frac{1}{3}\right)^7 = \frac{1}{2187}, \text{ so ist}$$

das ges. 8te Glied $= 8748 \times \frac{1}{2187} = \frac{8748}{2187} = 4$.

Diese Regel beruhet auf dem Sage: Ein jedes Glied einer geometrischen Progression ist ein Product aus dem 1ten Gliede und dem Exponenten in der Dignität, deren Logarithme um 1 kleiner ist als die Zahl des gesuchten Gliedes, oder deren Logarithme die Zahl der Entfernung dieses Gliedes vom 1ten Gliede ist.

Um

Um die bey diesem Geschäfte jedesmal nöthige Dignität des Exponenten auf die bequemste Art zu finden, darf man sich nur der Logarithmen bedienen, und die dadurch erhaltene Erleichterung wird vorzüglich groß, wenn der Exponent ein Bruch ist. Wie man dabey verfahren muß? davon sind die Regeln in dem, was von den Logarithmen gesagt worden ist, angeführt worden, und Beispiele kommen in der folgenden Anleitung vor. Uebrigens ist die Aufgabe: Aus dem *ten* Gliede einer geometrischen Progression, wovon man die Anzahl aller Glieder weiß, und ihrem Exponenten das letzte Glied zu finden; von der betrachteten nicht verschieden.

Soll die Summe aller Glieder einer geometrischen Progression gefunden werden, so müssen dazu das *te* Glied, das letzte Glied und der Exponent der Progression bekannt seyn. Ist dies, so findet man die Summe aller Glieder einer geometrischen Progression, wenn man das letzte Glied mit dem Exponenten multiplicirt, von diesem Producte das *te* Glied abzieht, und die gefundene Differenz durch den Exponenten weniger 1 dividirt. So ist z. B.

die Summe der $\frac{768 \times 2 - 6}{2 - 1} = \frac{1536 - 6}{2 - 1} = 1530$;
ten Reihe S. LXXI
 und

Die Summe der
 2ten Reihe ebend. $\frac{4 \times \frac{1}{3} - 8748}{-\frac{2}{3}} = (4 \times \frac{1}{3} - 8748) \times -\frac{3}{2}$
 $= \frac{4 - 26244}{-2} = \frac{26244 - 4}{2} = 13120.$

Diese Regel gründet sich auf folgendes. Wenn man alle Glieder einer geometrischen Reihe mit dem Exponenten der Progression multiplicirt, so erhält man eine andere geometrische Reihe, welche von der vorhergehenden alle Glieder bis auf das erste, so wie die vorhergehende von ihr alle Glieder bis auf das letzte enthält. Aus

6, 12, 24, 48, 96, 192, 384, 768 wird

12, 24, 48, 96, 192, 384, 768, 1536, und
 aus 8748, 2916, 972, 324, 108, 36, 12, 4 wird
 2916, 972, 324, 108, 36, 12, 4, $1\frac{1}{3}$.

Alle Glieder der erhaltenen Progressionen nun sind zusammengenommen offenbar so groß, als die Summe der Progressionen, woraus sie entstanden sind, mit dem Exponenten der Progression multiplicirt. Zieht man ferner die erste Progression von der zweiten aus ihr gemachten ab, so erhält man zur Differenz die Differenz zwischen dem letzten Gliede der zweiten Progression und dem 1ten Gliede der ersten Progression, im ersten Falle nemlich 1536 — 6, und im zweiten $1\frac{1}{3} - 8748$; und diese Differenz ist da-
 her

her gleich der Summe aller Glieder der ersten Progression einmal weniger genommen, als der Exponent Eins faßt; so daß man also, wenn man dieselbe durch den Exponenten weniger 1 dividirt, die Summe aller Glieder der ersten Progression erhalten muß. Hier ist nun noch folgendes zu merken. Einmal, wenn der Exponent der Progression 2 ist, so hat man, um die Summe aller Glieder zu finden, bloß nöthig, von dem Zwiefachen des letzten Gliedes das 1te Glied abzuziehen. Zweitens, eine jede fallende Progression kann auch als eine steigende Progression betrachtet und behandelt werden, wenn man das erste Glied derselben als das letzte, das letzte als das erste betrachtet, und in dem Exponenten den Multiplicator zum Divisor und den Divisor zum Multiplicator macht. Die 2te Reihe S. LXXI auf diese Art behandelt,

$$\text{so ist ihre Summe} = \frac{3 \times 8748 - 4}{3 - 1} = \frac{26244 - 4}{2}$$

$= 13120$. Man sieht nach einer kurzen Vergleichung bald, daß die Findung der Summe bey fallenden Progressionen hiedurch sehr erleichtert werde. Wenn übrigens die Summe einer geometrischen Progression gesucht werden soll, und nur das 1te Glied derselben, ihr Exponent und die Anzahl aller Glieder

der bekannt ist; so braucht es kaum berührt zu werden, daß man alsdann vor allen Dingen nach dem vorhin gesagten das letzte Glied suchen müsse.

Ich enthalte mich hier mehr aus der gemeinen theoretischen Arithmetik zu berühren, indem ich hoffe, daß derjenige, der das bisherige mit Aufmerksamkeit betrachtet hat, alle in der Folge betretenen Wege zu verstehen im Stande seyn werde. Jetzt also wieder zu der folgenden Anleitung zur juristischen, politischen und öconomischen Rechenkunst. Ich habe mich dadurch, daß ich das aus der gemeinen theoretischen Arithmetik bisher berührte vorausgesetzt, und ausserdem die anzuwendenden einfachen Rechnungsoperationen öfters nur durch die dazu erfundenen bekannten Zeichen angezeigt habe, in dem Stand gesetzt gesehen, die vorgetragenen Regeln nicht nur jedesmal durch Worte auszudrücken, sondern auch den Grund derselben ohne Buchstaben zu gebrauchen, zu entwickeln. Habe ich daher keine wichtige Fälle ausgelassen, so hoffe ich hinlänglich gerechtfertiget zu seyn, daß ich mich durch die im Anfange gedachten Schwierigkeiten nicht habe abschrecken lassen. Ob ich die bearbeiteten Rechnungen vollständig genug abgehandelt habe? Ob die gegebenen Regeln nicht nur richtig, sondern auch kurz und deut-

deutlich genug ausgedrückt worden sind? Ob der jedesmal geführte Beweis einleuchtend genug ist? Ob die empfohlenen Vorthelle jedesmal wahre Vorthelle sind? Die Beantwortung dieser und anderer ähnlichen Fragen überlasse ich dem Urtheile der Kenner. Um nicht unvollständig zu seyn, habe ich Polacks, Ungers, Wiedeburgs, Florencourts hieher gehörige Schriften nebst mehreren andern sorgfältig gelesen und mit Auswahl benützt, werde aber demohnerachtet gern das mangelhafte künftig ergänzen, wenn es mir entweder gezeigt wird, oder eine eigene Prüfung mich darauf führen sollte. Auf den Vortrag der Regeln hat die Absicht, auch den Beweis jedesmal hinzuzufügen, wie natürlich, Einfluß gehabt, und er ist daher bisweilen weitläufiger, als vielleicht der, dem es bloß um die Anwendung der Regeln zu thun ist, wünschen wird. Da indeß die Kenntniß der Gründe der Dinge den Gebrauch derselben erleichtert und vor Fehlritten sichert, indem diese Einsicht die Kenntniß der Beschaffenheiten befördert, erweitert und gewisser macht; so habe ich die daher entstandene Weitläufigkeit nicht gescheuet. Die Regeln selbst habe ich auf das sorgfältigste geprüft, und falsche Regeln anderer widerlegt. Dem Irrthum ist jeder Mensch unterworfen, und ich versichere hier

feyere-

feyerlich, daß wenn ich hie und da Fehler gefunden habe, solches meine durch das Gute ja Vortrefliche in andern Fällen erzeugte Hochachtung nicht im geringsten vermindert hat, und daß daher auch nicht Begierde zu tadeln die Ursache der davon gethanen Anzeige ist. Auch ich werde gefehlt haben; danken werde ich dem, der mir meine Fehler anzeigt und dadurch in den Stand setzt, dieselben zu verbessern. Wen den zu erklärenden Rechnungsvorthellen habe ich mich bemüht, nicht nur die nöthigen, jedesmal anzuzeigen, sondern auch die Umstände zu bestimmen, unter welchen diese Vorthelle wahre Vorthelle sind, denn nichts hängt so sehr von den Umständen ab als diese Vorthelle. Was die zur Verkürzung und Erleichterung der Rechnungen dienliche Tabellen betrifft, so durfte ich in dieser Anleitung dieselben nicht vollständig liefern; die Beschaffenheit derselben, ihre Verfertigungsart, ihr Gebrauch und ihr Werth war alles, was in meinen Plan gehörte. Ich bin aber nicht abgeneigt, künftig eine Sammlung von Tabellen herauszugeben, die alle diejenigen enthalte, von deren Gebrauch wahrer Vorthell zu hoffen ist, und zwar in der nöthigen Vollständigkeit und möglichsten Kürze. Diese Sammlung soll ein für sich bestehendes Ganze seyn, und ihr Gebrauch dadurch,
daß

daß man in denselben die gedachten Tabellen alleirt findet, bequemer werden, als wenn sie in dieser Anleitung zerstreut angetroffen würden. Nach diesen Bemerkungen empfehle ich diesen ersten Theil meiner Anleitung zur juristischen, politischen und öconomischen Rechenkunst einer gütigen Beurtheilung, und ersuche die Kenner und Liebhaber dieser Wissenschaft, mich durch öffentliche so wohl als Privatmittheilung ihrer ausgebreiteten Kenntnisse darin in den Stand zu setzen, das mangelhafte dieses Werks immer mehr und mehr wegzuschaffen, und es der Vollkommenheit näher zu bringen, mit der Versicherung, daß ich solches nicht nur mit dem aufrichtigsten Dank erkennen, sondern auch mit der größten Treue benutzen werde. Was den künftig zu liefernden 2ten Theil anlangt, so wird derselbe die Lehre von den Combinationen und die Berechnung der Wahrscheinlichkeit nebst ihrer Anwendung auf die Bevölkerung, die Sterblichkeitsordnung u. s. w. die Berechnung der Jahrrenten, Leibrenten und Continuen, die Berechnung der Wittwenklassen, der Sterbekassen u. d. gl. die Affecuranzrechnung, und dann die eigentlichen öconomischen Rechnungen enthalten, und in der Leipziger Ostermesse des Jahrs 1783 herauskommen. Ich

werde

werde mich bemühen, bey diesen wichtigen Gegenständen alles das zu nutzen, was meine Vorgänger darüber geschrieben haben, dennoch aber eben so wenig, oder vielmehr noch weniger als in dem 1ten Theile bloß Sammler seyn, indem bey diesen Gegenständen, aller bisherigen Bearbeitung ohnerachtet, weit mehr Gelegenheit zu Erweiterungen und Berichtigungen übrig gelassen worden ist. Findet meine Arbeit Beyfall, so habe ich nach der Vollendung dieses Werks, wenn Gott mir Leben und Gesundheit verleihet, und meine anderweitige zahlreiche Geschäfte es erlauben werden, beschlossen, auch das, was man Rechnungswissenschaft nennt, zu bearbeiten, und so alles, was juristische, politische und öconomische Rechner gebrauchen, mit der Zeit zu umfassen. Schließlich zeige ich noch an, daß ich am Ende des gegenwärtigen 1ten Theils um derer willen, die mit den mathematischen Zeichen in der Arithmetik nicht bekannt seyn mögten, Erklärungen verschiedener gebrauchten Zeichen und Bezeichnungen hinzugefügt habe, so wie daselbst auch ein Verzeichniß der in diesem Theile abgehandelten Materien befindlich ist. Am Ende des 2ten Theils soll ein vollständiges Register über beyde Theile erfolgen.

Erster

Erster Abschnitt

Zinsrechnung.

Einleitung.

§. 1.

Man braucht das Wort Zinsrechnung bald im weitläufigern, bald im eingeschränktern Verstande. Wenn man von der Zinsrechnung im weitläufigen Verstande redet, so begreift man darunter nicht nur die eigentlich so genannte Zinsrechnung, die gemeine so wohl als die Zinseszinsrechnung, sondern auch die gemeine und zusammengesetzte Rabattrechnung, die Zeitrechnung und die Rechnungen beim antichretischen Verträge. In dieser weitläufigen Bedeutung also das Wort Zinsrechnung im Titel genommen, ist der Gegenstand des jetzt zu bearbeitenden ersten Abschnitts

- a die gemeine Zinsrechnung,
- b die Zinseszinsrechnung,
- c die gemeine Rabattrechnung,
- d die zusammengesetzte Rabattrechnung,

u

e die

e die Zeitrechnung,

f die Rechnungen beyn antichretischen Vertrage.

Eine jede dieser Rechnungen soll zuerst an und für sich abgehandelt, und dann in einem Anhange theils verschiedene in mehrere derselben einschlagende Fälle betrachtet, theils von der Berechnung des Agio oder Aufgeldes und andern mit der Zinsrechnung auf einerley Gründen beruhenden Rechnungen geredet werden.

§. 2.

Die Art, wie solches geschehen soll, ist, daß

a von einer jeden Rechnung ein deutlicher Begriff gegeben,

b aus demselben auf eine leichte Weise allgemeine Regeln hergeleitet,

c diese allgemeine Regeln weiter entwickelt, und die kürzeste Befolungsart derselben in Exempeln gezeigt,

d eine Anleitung zu hiehet gehörigen nützlichen Tabellen ertheilt, und

e verschiedene theils historische, theils prüfende Anmerkungen bald in das vorhergehende eingewebt, bald am Ende angehängt werden. So viel als möglich, soll auch bey den folgenden Abschnitten diese Behandlungsart befolgt werden.

Eigent.



Eigentliche Zinsrechnung.

§. 3.

Es ist üblich, so wie es auch die Billigkeit erfordert und mit den Gesetzen übereinstimmt, daß derjenige, der von einem andern ein Capital zu seinem Gebrauche aufnimmt, demselben für diesen Gebrauch, so lange er das Capital nutzt, etwas gewisses bezahlt. Man giebt z. B. 5 Rth für den einjährigen Gebrauch einer Summe von 100 Rth, oder 50 Rth für eine gleich lange Benutzung von 1000 Rth, und zwar in der Münzsorte, in welcher man das Capital selbst empfangen hat. Dieses Geld nun nennt man Zins oder Interessen, und hat aus der Berechnung desselben ein besonderes Capitel der Rechenkunst gemacht, und demselben den Namen der eigentlichen Zins- oder Interessenrechnung gegeben. Wie Zins und Agio sich unterscheiden, kann die Vergleichung der von dem letztern im Anhang zur Zinsrechnung gegebenen Erklärung mit der gegenwärtigen vom Zinse lehren.

Von verschiedenen andern Bedeutungen des Wortes Zins und von dem Unterschiebe, den man bisweilen zwischen Zins und Interesse macht, wird am Ende der Zinsrechnung im eigentlichen Verstande geredet werden. Die angeführte Bedeutung des Wortes Zins liegt in dieser Anlei-

tung durchgehends zum Grunde. Im Oberdeutschen nennt man den Zins Uebernutzen, im Niedersächsischen Ingeld, und bey'm Bergbaue Umschlag. Siehe Adelungs Lex. Art. Interessen. Ich werde mich in dem folgenden vorzüglich der Benennung Zins bedienen.

§. 4.

Es giebt aber eine doppelte Art des Zinses, einfachen Zins nemlich und Zinseszins, welchen letztern man auch Zins auf Zins u. s. w. zu nennen pflegt. Der einfache Zins wird einzig und allein von dem anfänglich ausgeliehenen Capitale, selbst wenn es mehrere Zinstermine aussteht, und der fällige Zins nicht jedesmal bezahlt wird, gerechnet. Bey dem Zinseszins steht ein Capital mehrere Zinstermine aus, der in jedem Termine fällige Zins aber wird nicht abgetragen, sondern vor seiner Zahlungszeit an als Capital betrachtet, und neben dem anfänglich ausgeliehenen Capitale verzinsset.

Wenn z. B. jemand 10000 \mathcal{R} aufnimmt, und zwar zu 5 vor hundert jedes Jahr, und nun entweder alle Jahr 500 \mathcal{R} Zins entrichtet, oder nach einem Zeitraume, z. B. von 4 Jahren, indem er von der jährlichen Abtragung der Zinsen verhindert worden, mit einem Male 2000 \mathcal{R} abträgt; so giebt er einfachen Zins, denn er verzinsset auf diese Art die an sich behaltenen Zinsen nicht. Wenn er aber den nach jedem Jahre fälligen Zins zwar nicht zur gehörigen Zeit abträgt, dagegen aber denselben in

In dem ersten Jahre von 10000 \mathcal{R} , in dem zweyten von 10500 \mathcal{R} , in dem dritten von 11025 \mathcal{R} , in dem vierten von 11576 \mathcal{R} 6 \mathcal{S} rechnet, und also nach 4 Jahren 2155 \mathcal{R} 1 \mathcal{S} 6 \mathcal{D} Zins bezahlet; so gäbe er Zinseszins.

§. 5.

Wegen dieser doppelten Art des Zinses theilt sich die Zinsrechnung im eigentlichen Verstande in zwey Theile, wovon der eine, der den einfachen Zins zum Gegenstande hat, die gemeine Zinsrechnung, derjenige aber, welcher sich mit dem Zinseszins beschäftigt, die Zinseszinsrechnung genannt wird.

Daß nach den Gesetzen keinem Gläubiger erlaubt ist, von seinem Schuldner Zinseszins zu fordern, macht die Zinseszinsrechnung auf keine Art und Weise überflüssig. Unten wird dies mit mehrern gezeigt werden.

Gemeine Zinsrechnung.

§. 6.

Da in dem vorhergehenden nicht nur §. 3. der Zins und die Zinsrechnung überhaupt, sondern auch §. 4. der einfache Zins, und §. 5. die gemeine Zinsrechnung insbesondere schon erklärt worden sind; so kommt es hier zunächst und vorzüglich darauf an, daß die zu der gemeinen Zinsrechnung gehörigen Fälle kenntlich gemacht und festgesetzt werden.

§. 7.

Man kann dieselben in einfache und zusammengesetzte eintheilen. Bei jenen verlangt man die Zinsen eines Capitals, bei diesen aber die Summe der Zinsen mehrerer Capitale zu wissen. Es gehört also zu einem einfachen Falle nicht notwendig, daß zu seiner Auflösung bloß die einfache Regel de Tri erforderlich sey, denn es giebt Fälle, zu deren Auflösung die zusammengesetzte Regel de Tri, so genannte Regel Quinque z. B. nöthig ist, und die deswegen doch nicht zu den zusammengesetzten Fällen gerechnet werden. Selbst wenn Zinsen mehrerer Capitale, die aber vor der Berechnung der Zinsen bequem in eins verwandelt werden können, zu suchen sind, so gehöret auch dieser Fall zu den einfachen.

Es ist z. B. der Fall einfach, wenn man fragt: Wie viel Zins geben 2356 \mathcal{R} 12 \mathcal{G} , 5 \mathcal{M} für 100 \mathcal{R} gerechnet, in einem Jahre? oder: Wie viel Zins erhält man von 3640 \mathcal{R} 18 \mathcal{G} 6 \mathcal{A} in $3\frac{1}{2}$ Jahre? Zur Beantwortung dieser letztern Frage ist die Regel Quinque nöthig. Ein zusammengesetzter Fall hingegen findet statt, wenn gefragt wird: Wie viel Zins erhält man zusammen von 600 \mathcal{R} zu 5 für 100 in einem Jahre, von 300 \mathcal{R} zu $4\frac{1}{2}$ für 100 in 8 Monaten, und von 750 \mathcal{R} zu 4 für 100 in $1\frac{1}{2}$ Jahre? Würde gefragt: Wie viel Zins erhält man von 600 \mathcal{R} und 300 \mathcal{R} und 750 \mathcal{R} in einem Jahre, überall 5 für 100 gerechnet; so wäre diese Frage

Frage gleichbedeutend mit der: Wie viel Zins erhält man von 1650 \mathcal{R} in einem Jahre? und warum sollte man dergleichen Fälle zu den zusammengesetzten rechnen?

Der Zins, der für 100, z. B. für 100 \mathcal{R} oder 100 fl. gegeben wird, nennt man das Procent, und schreibe solches abgekürzt pr. C. Findet man dabei für nöthig hinzuzusetzen, daß die Zeit von einem Jahre gedacht werden solle, so thut man solches durch pr. A. (pro anno). Zu 5 pr. C. pr. A. heißt daher, für jedes Hundert alle Jahr 5 z. B. 5 \mathcal{R} o. d. gl. gerechnet.

§. 8.

Obnerachtet es einigen Schein hat, wenn man sagt, daß derjenige, der im Stande ist, einfache Rechnungsfragen zu beantworten, auch vermögend sey, die aus ihnen zusammengesetzten Aufgaben aufzulösen, indem diese zusammengesetzten Fälle in bekannte einfache zerlegt, und das verlangte theilweise gefunden werden kann; so bleibt dennoch die besondere Betrachtung der zusammengesetzten Fälle nach den einfachen wichtig und nothwendig, zumal in einer Anleitung, die vollständig und in Geschäften brauchbar seyn soll. Denn ausserdem daß gezeigt werden muß, wie das zusammengesetzte jedesmal in das bekannte einfache aufgelöst und zerlegt werden müsse, giebt es auch manche Vortheile, die sonst nicht bekannt gemacht werden könnten, und Geschwindigkeit ist doch immer eine vorzügliche Eigenschaft eines Rech-

ners. Aus diesem Grunde sollen daher weder bei der gemeinen Zinsrechnung noch in der Folge bei andern Rechnungen bloß die einfachen Fälle, sondern nach ihnen auch die zusammengesetzten betrachtet werden. Bei der gegenwärtigen Befestigung der zur gemeinen Zinsrechnung gehörigen Fälle ist indeß hier nur von den einfachen die Rede.

§. 9.

Von Clausberg nimmt im 4ten Theile seiner demonstrativen Rechenkunst S. 1156 u. f. der 4ten Auflage, welche zu Leipzig 1772 erschienen ist, 24 Fälle an, von denen jeden von S. 1158 bis 1165 ein Beispiel giebt, so wie darauf von S. 1166 bis 1168 der Grund dieser Anzahl angegeben ist. Wer die Regeln der Combination versteht, und auf die Stücke, die bei den Fragen der gemeinen Zinsrechnung in Anschlag kommen, anwacht, wie solches im 3ten Abschnitte dieser Anleitung geschehen ist; der wird jene Anzahl und diesen Grund bald finden, und sich wundern, wie von Clausberg S. 1162 §. 1157 von Mische, die ihm dieses vorschreibt, reden könne. Will man indeß bei der Befestigung der zur gemeinen Zinsrechnung gehörigen Fälle genau verfahren; so gehören von den gedachten 24 Fällen alle diejenigen nicht hieher, sondern in die Zeitrechnung, in welchen aus gewissen gegebenen Bestimmungen eine Zeit gesucht werden soll, und es bleibt auf diese Art

für die gemeine Zinsrechnung ohngefähr zwei Dritttheile übrig; ja man könnte, wenn man wollte, die Einschränkung noch weiter treiben. Man vergleiche hiermit, was hierüber in der Lehre von den Combinationen im angeführten Abschnitte gesagt worden ist.

§. 10.

Unter allen nun genauer zu betrachtenden Fällen ist keiner häufiger und wichtiger als der, da nach einem gegebenen pr. C. pr. A. der Zins eines Capitals, das eine Zeitlang ausgestanden, berechnet wird; und wo man, um sich von der Richtigkeit der Rechnung zu überzeugen, hinterher aus dem gefundenen Zins, dem pr. C. und der Zeit das Capital wieder sucht. Von dieser Art sind die bey dem 7ten §. stehenden Fragen, und für sie lassen sich unmittelbar aus der Erklärung des Zinses folgende Sätze:

- a Je grösser bey einerley Zeit und pr. C. ein Capital angenommen wird, desto grösser ist auch der Zins, und je kleiner bey einerley Zeit und pr. C. das Capital ist, desto kleiner ist auch der Zins; und umgekehrt: Je grösser bey einerley Zeit und pr. C. der Zins seyn soll, desto grösser muß auch das Capital seyn; und je kleiner bey gleicher Zeit und gleichem pr. C. der Zins angesetzt wird, desto kleiner ist auch das dazu nöthige Capital.

- b Je grösser bey einerley Capital und pr. C. die Zeit ist, welche das Capital ausleht, desto grösser ist auch der Zins, und je kleiner bey einerley Capital und pr. C. diese Zeit ist, desto kleiner ist auch der Zins; und umgekehrt: Je grösser bey einerley Capital und pr. C. der Zins seyn soll, desto grösser ist die dazu erforderliche Zeit, und je kleiner der Zins ist, der verlangt wird, desto kleiner kann diese Zeit seyn.

Diese beyden Sätze sind im strengsten Verstande zu nehmen, so wie solches in der Vorrede bey der Betrachtung der Grössen, die in einem ordentlichen geometrischen Verhältnisse stehen, gezeigt worden ist. Ueberhaupt wird das in der Vorrede gesagte Allgemeine von nun an vorausgesetzt; daher man dasselbe entweder zuvor sich bekannt machen, oder bey vorkommenden Dunkelheiten daraus Rathes erhalten muß.

§. II.

Jetzt also so gleich zur Beantwortung einiger besonderer Fragen.

- a (§. 7.) Wie viel Zins geben 2356 Rth 12 ^{gr} a 5 pr. C. in einem Jahre? — Die Rechnung ist

$$\begin{array}{r} 2356 \text{ R}^{\text{th}} 12 \text{ gr} \times \frac{5}{100} = \frac{1}{20} = 2 \frac{1}{2} \\ \hline 589 \text{ R}^{\text{th}} 3 \text{ gr} \\ \hline 117 \text{ R}^{\text{th}} 19 \text{ gr} 9 \frac{1}{2} \text{ Sch.} \end{array}$$

b (§. 7.)

b (p. 7.) Wie viel Zins erhält man von 3640 \mathcal{R} 18 \mathcal{G} 6 \mathcal{S} a 5 pr. C. in $3\frac{1}{4}$ Jahre? — Die Rechnung ist

$$\begin{array}{r}
 3640 \mathcal{R} \ 18 \mathcal{G} \ 6 \mathcal{S} \times \frac{1}{100} \times 3\frac{1}{4} = \frac{1}{100} \times 3\frac{1}{4} = \frac{1}{40} \times 3\frac{1}{4} \\
 \hline
 910 \mathcal{R} \ 4 \mathcal{G} \ 7\frac{1}{2} \mathcal{S} \\
 182 \mathcal{R} \text{ — } 11\frac{1}{10} \mathcal{S} \\
 \hline
 546 \mathcal{R} \ 2 \mathcal{G} \ 9\frac{1}{10} \mathcal{S} \\
 45 \mathcal{R} \ 12 \mathcal{G} \ 2\frac{1}{10} \mathcal{S} \\
 \hline
 591 \mathcal{R} \ 15 \mathcal{G} \ 2\frac{1}{10} \mathcal{S}
 \end{array}$$

c Wie viel Capital braucht man, um in einem Jahre 117 \mathcal{R} 19 \mathcal{G} 9 $\frac{1}{2}$ \mathcal{S} zu erhalten, wenn 5 pr. C. gerechnet werden? — Die Rechnung ist

$$\begin{array}{r}
 117 \mathcal{R} \ 19 \mathcal{G} \ 9\frac{1}{2} \mathcal{S} \times \frac{100}{5} = 20 = 5 \times 4 \\
 \hline
 589 \mathcal{R} \ 3 \mathcal{G} \text{ — } \\
 \hline
 2356 \mathcal{R} \ 12 \mathcal{G}
 \end{array}$$

d Wie viel Capital braucht man, um a 5 pr. C. in $3\frac{1}{4}$ Jahre 591 \mathcal{R} 15 \mathcal{G} 2 $\frac{1}{10}$ \mathcal{S} Zins zu erhalten? — Die Rechnung ist

$$\begin{array}{r}
 591 \mathcal{R} \ 15 \mathcal{G} \ 2\frac{1}{10} \mathcal{S} \times \frac{100}{5} : 3\frac{1}{4} = \frac{20}{3\frac{1}{4}} = 5 \times 4 \times 4 \\
 \hline
 2958 \mathcal{R} \ 3 \mathcal{G} \ \frac{1}{2} \mathcal{S} \qquad \qquad \frac{20}{3\frac{1}{4}} \quad \frac{5}{13} \\
 \hline
 11832 \mathcal{R} \ 12 \mathcal{G} \ 1\frac{1}{2} \mathcal{S}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 13 - 47880 \mathcal{R} \text{ — } 6 \mathcal{S} \\
 : 1881 \\
 : 27 \\
 : \dots 240 \\
 : 226 \\
 : 8 \ 18 \mathcal{G} \\
 : \dots 78 \\
 : 2 \ 6 \mathcal{S}
 \end{array}$$

Diese beyden letzten Fragen bey c und d sind die bey a und b umgekehrt, so daß, a und c, ferner b und d einander wechselseitig zur Probe dienen.

§ 12.

Ich kann nicht umhin, ehe ich weiter gehe, vor einem Buche zu reden, welches lediglich in der Absicht geschrieben ist, Berechnungen des Zinses, wie im vorhergehenden §. enthalten sind, so viel als irgend möglich, zu erleichtern. Der Titel dieses Buchs ist: Paul Friedrich Hesses vollständige Zinseszins-Tabellen, worin von 1000 Millionen Thaler bis zu 1 Pfennig Capital, jährlich, wöchentlich und täglich, bis zu 20 Jahr, alle vorfallende Interessen, wie die Erklärung deutlich besagt, geschwind und accurat zu finden seyn; nebst Capital-Tabellen, welche jährlich, wöchentlich und täglich die einzunehmenden oder auszugebenden Interessen nachweisen; ingleichen hiesige (Berliner) Banco-Tabellen, in welchen die Banco-Pfund zu Friedrichsd'or und Courant in drey unterschiedlichen Sätzen berechnet werden. Sämmtliche Tabellen sind mit doppelten Proben bewiesen und auf das accurateste ausgearbeitet. Berlin 1771. Wer sollte sich wohl von einem Buche mit dergleichen Titel nicht recht sehr viele Vortheile versprechen? wer bey der

anschei-

anscheinenden Weitläufigkeit und Schwierigkeit des Unternehmens sich nicht wundern, daß der Verfasser für jeden Fehler, der innerhalb Jahresfrist nach der Herausgabe entdeckt werden würde, 10 Ducaten hat versprechen können? Man urtheilt indeß anders, wenn man dieses Buch, so wohl in Ansehung seiner Einrichtung und der Art seiner Verfertigung, als in Ansehung des davon zu machenden Gebrauchs näher betrachtet.

§. 13.

Um zuerst von den Interestabellen zu reden, so ist ihre Einrichtung folgende. Es sind auf 141 Seiten die Interessen von 1000, 900, 800, 700, 600, 500, 400, 300, 200, 100, 90, 80, 70, 60, 50, 40, 30, 20, 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2 und 1 Million, ferner von 900, 800, 700, 600, 500, 400, 300, 200, 100, 90, 80, 70, 60, 50, 40, 30, 20, 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2 und 1 Tausend, desgleichen von 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2 und 1 Hundert und von 99, 98, 97, 96 u. f. w. bis 1 Thaler; nach diesen von 23, 22, 21 u. f. w. bis 1 Groschen, und endlich von 11, 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1 Pfennig, a 1, 4, 5 und 6 pr. C. auf $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19 und 20 Jahr, so wie auch auf 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,

8, 9, 10, 20, 30, 40, 50 Wochen und 1, 2, 3, 4, 5 und 6 Tage berechnet worden.

§. 14.

Was ferner die Verfertigung dieser Interestabellen betrifft, so besteht der größte Theil der Arbeit im Addiren und leichten Multipliciren; und sie ist daher zwar mühsam und zeitraubend, aber auf keine Art und Weise schwer. Weiß man z. B. wie viel Zins eine Million Thaler a 1, 4, 5 und 6 pr. C. auf $\frac{1}{4}$ Jahr giebt, und dies ist nicht schwer zu finden; so kann man auf die gedachte Art, durch Addiren und leichtes Multipliciren nemlich, bald berechnen, wie viel Interessen, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900 und 1000 Millionen a 1, 4, 5 und 6 pr. C. in eben derselben Zeit geben. Ist man so weit gekommen, so läßt sich ferner auf eben die Art berechnen, wie viel Interessen alle gedachte Summen bey den erwähnten pr. C. in $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19 und 20 Jahren tragen. Eben so hat man nur nöthig, von Einer Million die Interessen a 1, 4, 5 und 6 pr. C. für eine Woche zu wissen, um mit nicht mehrerer Schwierigkeit die Interessen aller angeführten Summen erst für eben die Zeit, und dann auch für 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 20, 30, 40 und

und 50 Wochen zu finden; und nicht anders verhält es sich mit den Interessen der gedachten Summen für einzelne Tage. Ja man darf in Ansehung der pr. C. nur wissen, wie viel bey 1 pr. C. gegeben werde, um daraus das nöthige für 4, 5 und 6 pr. C. mit der größten Bequemlichkeit durch eine Multiplication desselben mit 4, 5 oder 6 herzuleiten. Auf eine ähnliche Art nun, als es hier von den Millionen gezeigt worden, kann man auch mit 1000 \mathcal{R} ., 100 \mathcal{R} ., 1 \mathcal{R} ., 1 \mathcal{g} und 1 \mathcal{d} . verfahren. Es ist selbst bey dergleichen Tabellen eine außerordentlich leichte Sache zu erfahren, ob man sich bey ihrer Verfertigung geirret habe oder nicht; doch dies zu zeigen, kann bey der Uebersichtigkeit der Tabellen selbst von keinem Nutzen seyn.

§. 15.

Wie wenig Vortheil diese Tabellen in der That gewähren, wird aus dem, was ich nun von ihrem Gebrauche sagen will, hinlänglich erhellen. Es sind dieselben eben nicht zu verwerfen, wenn einmal die Interessen a 1, 4, 5 und 6 pr. C. berechnet werden sollen, und dann das Capital, wovon die Interessen zu berechnen sind, ganz und nicht bloß theilweise in denselben enthalten ist. Wird z. B. gefragt, wie viel Interessen 55 \mathcal{R} . in 7 Wochen a 5 pr. C. geben; so findet man S. 84 unten 8 \mathcal{g} 10 $\frac{1}{2}$ \mathcal{d} .: und dies Auffuchen ist, wenn die Tabellen zur

zur Hand sind, bequemer und eher geschehen, als anderweitiges Ausrechnen. Allein oft findet ein anderes pr. C. Statt, z. B. $2\frac{1}{2}$, 3, wie jetzt bey der Berlinischen Banque; und der Geldsummen, welche in denselben Tabellen nur theilweise enthalten sind, ist bey weitem der größte Theil. Es lassen sich daher viele Fälle gedanken, wo man vermittelst dieser Tabellen auf eine weitläufigere Art und mit mehrerm Zeitverluste das verlangte suchen muß, als es ohne dieselbe geschehen kann. So werde z. B. gefragt wie oben §. 11.

a Wie viel Zins geben 2356 \mathcal{R} 12 \mathfrak{g} a 5 pr. C. in einem Jahre? Man findet in den Tabellen

Seite.	vom Capital.	den Zins zu 5 pr. C.
47 —	2000 \mathcal{R}	— 100 \mathcal{R}
53 —	300 \mathcal{R}	— 15 \mathcal{R}
87 —	50 \mathcal{R}	— 2 \mathcal{R} 12 \mathfrak{g}
117 —	6 \mathcal{R}	— — 7 \mathfrak{g} $2\frac{2}{3}$ \mathfrak{d}
128 —	— 12 \mathfrak{g}	— — — 7 $\frac{4}{10}$ \mathfrak{d}

also bet. der Zins von 2356 \mathcal{R} 12 \mathfrak{g} — 117 \mathcal{R} 19 \mathfrak{g} $9\frac{1}{2}$ \mathfrak{d} .

b Wie viel Zins erhält man von 3640 \mathcal{R} 18 \mathfrak{g} 6 \mathfrak{d} a 5 pr. C. in $3\frac{1}{4}$ Jahre? Man findet in den Tabellen

Seite.	vom Capital.	für die Zeit von.	den Zins zu 5 pr. C.
47	— 3000 \mathcal{R}	— 3 Jahren	— 450 \mathcal{R}
—	— — —	— $\frac{1}{4}$ Jahr	— 37 \mathcal{R} 12 \mathcal{G}
51	— 600 \mathcal{R}	— 3 Jahren	— 90 \mathcal{R}
—	— — —	— $\frac{1}{4}$ Jahr	— 7 \mathcal{R} 12 \mathcal{G}
94	— 40 \mathcal{R}	— 3 Jahren	— 6 \mathcal{R}
—	— — —	— $\frac{1}{4}$ Jahr	— 12 \mathcal{G}
124	— 18 \mathcal{G}	— 3 Jahren	— 2 \mathcal{G} 8 $\frac{8}{10}$ \mathcal{D}
—	— — —	— $\frac{1}{4}$ Jahr	— 2 $\frac{1}{10}$ \mathcal{D}
139	— — 6 \mathcal{D}	3 Jahren	— — 7 $\frac{3}{10}$ \mathcal{D}
—	— — —	— $\frac{1}{4}$ Jahr	— — 1 $\frac{6}{10}$ \mathcal{D}
<hr/>			
also aller Zins von	3640 \mathcal{R} 18 \mathcal{G} 6 \mathcal{D}	in 3 $\frac{1}{4}$ J.	591 \mathcal{R} 15 \mathcal{G} 4 $\frac{1}{10}$ \mathcal{D} .

Man vergleiche hiermit die Ausrechnung eben derselben Exempel S. 11.

§. 16.

Noch umständlicher wird der Gebrauch dieser Tabellen, wenn ausserdem ein in ihnen nicht berechnetes pr. C. statt findet. Wäre z. B. in den eben beantworteten Fragen das pr. C. $2\frac{1}{2}$; so müßte das gefundene noch mit 2 dividirt werden. Doch dies wäre gerade einer von den leichtesten Fällen. Wie aber, wenn z. B. der Zins von 546 \mathcal{R} 8 \mathcal{G} 6 \mathcal{D} zu $4\frac{1}{4}$ pr. C. auf 1 Jahr und 3 Monat und 5 Tage berechnet werden sollte? So viel Zeit, als zur Beantwortung dieser und anderer ähnlichen Fragen vermittlest der Hessischen Tabellen erfordert wird, ist nicht

B

immer

immer in der Gewalt deſſen, dem verglichen Fragen vorgelegt werden, und deſſen Pflicht ihre Beantwortung iſt. Auch darf man nicht denken, daß man ſich bey dem Gebrauche ſolcher Tabellen leichter vor Fehlern hüten könne. Heſſe ſelbſt muß Proben des nach den Tabellen gefundenen empfehlen, und wer es verſuchen will, wird auch in dieſem Stück den angeblichen Vortheil verſchwinden ſehen.

§. 17.

Was nun ferner die Capitaltabellen anbetrifft, ſo hat es damit die Bewandniß, daß man darin die Capitalien findet, die erfordert werden, um a 1, 4, 5 und 6 pr. C. ſo wohl jährlich, als wöchentlich und täglich, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 und 11 \mathcal{R} , ferner 1, 2, 3, 4, 5, 6 u. ſ. w. bis 23 \mathcal{g} , deſgleichen 1, 2, 3, 4 u. ſ. w. bis 100 \mathcal{R} , wie auch 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900, 1000, 2000, 3000 \mathcal{R} u. ſ. w. Interieſſen zu genieſſen. Es würde eine unnütze und überflüſſige Arbeit ſeyn, die wenige Brauchbarkeit dieſer Tabellen zu zeigen, zumal da man ſich derſelben höchſt ſelten bedienen kann, um in den vorkommenden Fällen von dem Zinſe auf das Capital zurück zu ſchließen. Es ſtehen dieſelben von Seite 144 bis 155.

§. 18.

Es iſt Zeit die Heſſiſchen Tabellen zu verlaſſen, da nach dem davon geſagten hoffentlich Niemand ihrem Gebrauche

brauche einen Werth beylegen wird, zumal da es immer eine Art von Schande ist, bloß um der Bequemlichkeit willen, ohne Zeit zu ersparen und ohne sich dadurch vor Fehlstritten zu sichern, zu Tabellen seine Zuflucht zu nehmen. Dahingegen aber hoffe ich denen, welche häufig mit der Berechnung der Zinsen zu thun haben, keinen unangenehmen Dienst zu erweisen, wenn ich den §. 10 und 11 bereits betrachteten und mit Beispielen belegten Fall, jetzt in der Absicht noch genauer durchnehme, um wo möglich noch mehrere Vortheile zur geschwinden Ausrechnung an die Hand zu geben.

§. 19.

Ich theile zu dem Ende alle hieher gehörige Aufgaben in leichtere und schwerere ein. Jene enthalten ein Capital, dessen Theile sich entweder durch eine bloße Multiplication oder durch eine bloße Division aus 100 zusammensetzen lassen, und wovon der Zins für eine nicht sehr zusammengesetzte Zeit berechnet werden soll. Diese enthalten ein Capital, woben entweder die gedachte Eigenschaft nicht statt findet, oder wovon der Zins für eine sehr zusammengesetzte Zeit berechnet werden soll, oder es sind beyde Umstände vereinigt. So ist z. B. der Fall leicht, wenn gefragt wird: Wie viel Zins geben 2550 \mathcal{R} a 5 pr. C. in 1, 2 oder 3 Jahren? u. d. gl. schwer hingegen der: Wie viel Zins geben 3576 \mathcal{R} in $1\frac{1}{2}$ Jahren

Jahren? Die leichtern Fälle muß derjenige, der oft Zins zu berechnen hat, wie man sagt, im Kopfe ausrechnen; bey den schwerern ist das Aufschreiben erlaubt und nothwendig: zu Tabellen kann ich nicht rathen, wofern es nicht etwa solche sind, als nachher beschrieben werden sollen.

§. 20.

Um die schwereren Fälle zuerst zu betrachten, so kann aus dem 10ten und 11ten § vorausgesetzt werden,

a daß man, um von einem Capitale nach einem gewissen pr. C., und zwar nach diesem allein, den Zins zu berechnen, nichts weiter nöthig habe, als das Capital mit oder nach einem Bruche, dessen Zähler das gegebene pr. C. und der Nenner 100 ist, oder mit irgend einem andern ihm gleichen Bruche zu multipliciren. Z. E. Wie viel Zins geben 5695 \mathcal{R} 18 \mathcal{g} 9 \mathcal{S} a 5 pr. C. in einem Jahre? Die Rechnung ist entweder

$$1. \quad 5695 \mathcal{R} \ 18 \mathcal{g} \ 9 \mathcal{S} \times \frac{5}{100}$$

$$\mathcal{R} \ 284 \overline{78} \ \mathcal{R} \ 21 \mathcal{g} \ 9 \mathcal{S}$$

$$\underline{312}$$

$$\mathcal{g} \ 18 \overline{93}$$

$$\underline{195}$$

$$\mathcal{S} \ 11 \overline{25}$$

$$\underline{100}$$

oder $\frac{1}{4}$; oder

$$2. \quad 5695$$

$$2. \quad \begin{array}{r} 5695 \text{ R} 18 \text{ gr } 9 \text{ S} \times \frac{1}{20} \\ \hline 1423 \text{ R} 22 \text{ gr } 8 \frac{1}{4} \text{ S} \end{array}$$

$$284 \text{ R} 18 \text{ gr } 11 \frac{1}{4} \text{ S}; \text{ oder}$$

$$3. \quad \begin{array}{r} 5695 \text{ R} 18 \text{ gr } 9 \text{ S} \times \frac{1}{20} \\ \hline 284 \text{ R} 18 \text{ gr } 11 \frac{1}{4} \text{ S} \end{array}$$

Wenn man nemlich 5695 R durch 20 dividirt, so erhält man 284 R und $\frac{15}{20}$ R, d. h. $\frac{3}{4}$ R oder 18 gr. Die übrigen 18 gr und 9 S durch 20 dividirt, geben $\frac{18}{20} \text{ gr} = \frac{9}{10} \text{ gr} = 10 \frac{8}{10} \text{ S}$; dazu $\frac{9}{20}$, so bekommt man $11 \frac{1}{4} \text{ S}$.

§. 21.

Betrachtet man die vorhergehende dreifache Ausrechnung genau, so findet man, daß selbst die erste eben nicht viel Zeit erfordert, weil man, um mit 100 zu dividiren, nur jedesmal nöthig hat, zwey Ziffern zur Rechten abzuschneiden; und es kann daher diese Art von denen, die sich daran gewöhnt haben, füglich benbehaltten werden. Die zweyte Art indeß, woben man das Capital bloß durch die Zahl zu dividiren hat, welche anlegt, wie vielmal das Capital grösser ist als der Zins, und wo man diese Division nach und nach verrichtet, ist vortheilhafter. Die dritte Art, bey der man mit der ganzen eben beschriebenen Zahl dividirt, scheint noch vor-

zöglichst zu seyn, sie ist es aber in der That nur in einigen Fällen.

Wenn man den Divisor 20 in die beyden Divisoren 4 und 5 zerfällt, um mit diesem die nöthige Division nach und nach zu verrichten; so ist es freylich in Rücksicht auf den Quotienten selbst einerley, in welcher Ordnung man diese Divisoren gebrauche. Wenn aber die zu dividirende Grösse in Thalern, Groschen und Pfennigen besteht, wie hier; so ist es vorthellhafter mit der 4 den Anfang zu machen, weil man dabey den Rest der Thaler bequemer in Groschen, und den Rest der Groschen in Pfennigen angeben kann, als bey der 5. Aus gleichem Grunde müßte man bey ähnlichen Umständen, wenn man den Divisor 21 in 3 und 7 zerfällt, mit der 3 den Anfang machen, u. s. w. Ausserdem ist es auch vorthellhafter, anfänglich mit den kleinen Divisoren zu dividiren, und allmählich zu dem größten fortzugehen.

Gesetzt, daß eine Summe sich auf 0 oder 5 endigt, so ist es leicht, dieselbe auf einmal mit 20 zu dividiren. Wer übersieht z. B. im Exempel nicht gleich, daß 5695 mit 20 dividirt 284 $\frac{1}{2}$, und 3640 mit 20 dividirt 182 gebe? Dies sind daher ein Paar Fälle, wo die Unterlassung der Zerfällung eines zusammengesetzten Divisors vorthellhafter ist.

§. 22.

Ist also der Zins eines Capitals bloß nach dem pr. C. zu berechnen, so dividire man das Capital bey

pr. C.

pr. C.				durch
1	—	—	—	100
$1\frac{1}{4}$	—	—	—	$80 \equiv 2 \times 8 \times 5$
2	—	—	—	$50 \equiv 2 \times 5 \times 5$
$2\frac{1}{2}$	—	—	—	$40 \equiv 8 \times 5$
5	—	—	—	$20 \equiv 4 \times 5$

Wenn einem andern pr. C. kan man nicht durch die Division allein seinen Endzweck erreichen, sondern man muß da entweder das Capital bey

pr. C. multiplizieren und das Product
mit dividiren durch

$1\frac{1}{2}$	—	—	3	—	—	200
$1\frac{3}{4}$	—	—	7	—	—	400
$2\frac{1}{4}$	—	—	9	—	—	400
$2\frac{3}{4}$	—	—	11	—	—	400
3	—	—	3	—	—	100
$3\frac{1}{4}$	—	—	13	—	—	400
$3\frac{1}{2}$	—	—	7	—	—	200
$3\frac{3}{4}$	—	—	3	—	—	80
4	—	—	4	—	—	100
$4\frac{1}{4}$	—	—	17	—	—	400
$4\frac{1}{2}$	—	—	9	—	—	200
$4\frac{3}{4}$	—	—	19	—	—	400
$5\frac{1}{4}$	—	—	21	—	—	400
$5\frac{1}{2}$	—	—	11	—	—	200
$5\frac{3}{4}$	—	—	23	—	—	400
6	—	—	6	—	—	100

An statt 200 kann man, wenn man will, jedesmal 2×100 ,
an statt 400 ferner 4×100 , und 8×10 an statt 80 neh-
men; bisweilen ist der Vortheil, den man dadurch er-

hält, nicht ganz unbeträchtlich.

oder man multiplicirt, welches oft noch besser ist, jedesmal das gegebene Capital mit dem pr. C. selbst, und dividirt das Product durch 100. Wenn man nach der Tabelle verfahren will, so ist es bekannter Maassen gleich viel, ob man zuerst multiplicirt oder dividirt, wenn man nur den gehörigen Multiplikator und Divisor beibehält; man kann hier verfahren, wie es einem am vorthethehaftesten scheint.

§. 23.

Um das gesagte wenigstens noch mit einem Beispiele zu belegen, so werde gefragt, wie viel Zins 7286 \mathcal{R} 14 \mathcal{S} a $2\frac{1}{2}$ pr. C. in einem Jahre tragen? — Die Rechnung ist entweder

7286 \mathcal{R} 14 \mathcal{S} \times 25	
68879	\mathcal{R} 6 \mathcal{S}
223	
1516	163 \mathcal{R}
8202	
23	22 \mathcal{S}
604	
3624	9 $\frac{3}{5}$ \mathcal{A} ,

oder

oder

$$\begin{array}{r} 7286 \text{ R} 14 \text{ gr } 4 \text{ M} \cdot \frac{2\frac{1}{2}}{100} \\ \hline 14573 \text{ R} 4 \text{ gr} \\ 1821 - 15 - 6 \text{ S} \end{array}$$

$$\text{R} 163 | 94 \text{ R} 19 \text{ gr } 6 \text{ S}$$

$$\text{gr } 22 | 75$$

$$\text{S } 9 | 06$$

$$\frac{100}{100}$$

oder $\frac{75}{100}$

§. 24.

Ist der Zins eines Capitals für eine andere Zeit als ein Jahr zu berechnen, so giebt es dazu verschiedene Wege. Denn

- a kann man, zuerst nach dem bisherigen den Zins eines Jahres suchen und daraus das verlangte nach den bekannten Regeln entwickeln; oder
- b das pr. C. pr. A. in das pr. C. der gegebenen Zeit verwandeln, und dann wie §. 20 verfahren; oder endlich
- c das Capital mit der gegebenen Zeit in Jahren bestimme multipliciren, und mit dem Producte wie mit dem Capitale §. 20 handeln.

Welcher von den beschriebenen Wegen den Vorzug habe, läßt sich nicht allgemein bestimmen; je nachdem die Umstände sind, ist bald dieser bald jener der beste. Die folgenden Exempel werden dies zeigen.

§. 25.

Es werde z. B. gefragt, wie viel Zins 7286 \mathcal{M} 14 \mathcal{S} a $2\frac{1}{2}$ pr. C. in 4 Jahren tragen? — Die Ausrechnung ist entweder

- a daß man zuvörderst den Zins eines Jahres, so wie solches im vorhergehenden 23ten §. geschehen, nemlich

163 \mathcal{M} 22 \mathcal{S} 9 $\frac{3}{4}$ \mathcal{S} suche, und diese mit 4 multiplicire. Auf diese Art erhält man 655 \mathcal{M} 19 \mathcal{S} $\frac{3}{4}$ \mathcal{S} ; oder

$$b, \quad 7286 \mathcal{M} 14 \mathcal{S} \times \frac{2\frac{1}{2} \times 4}{100} = 655 \mathcal{M} 19 \mathcal{S} \frac{3}{4}$$

$$\mathcal{M} 655 \overline{) 79 \mathcal{M} 6 \mathcal{S}}$$

$$\underline{316}$$

$$\mathcal{S} 1909$$

$$\underline{4}$$

$$\mathcal{S} \frac{24}{100}$$

$$\text{oder } \frac{6}{27}; \text{ oder}$$

$$c \quad \begin{array}{r} 7286 \text{ fl. } 14 \text{ gr.} \\ \times 4 \\ \times \frac{2\frac{1}{2}}{100} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 29146 \text{ fl. } 8 \text{ gr.} \\ \hline \end{array}$$

$$58292 \text{ fl. } 16 \text{ gr.}$$

$$7286 \text{ fl. } 14 \text{ gr.}$$

$$\text{fl. } 65579 \text{ fl. } 6 \text{ gr.}$$

$$\begin{array}{r} 316 \\ \hline \end{array}$$

$$\text{gr. } 1902$$

$$4$$

$$\text{d. } \frac{24}{100} \text{ oder } \frac{6}{25}$$

Wie vorthellhaft vor allen hier die Art b sey, fällt von selbst in die Augen.

§. 26.

1. Wie viel Zins geben 6340 fl. 15 gr. a 5 pr. C. in $1\frac{1}{4}$ Jahre?

$$\begin{array}{r} 6340 \text{ fl. } 15 \text{ gr.} \\ \times \frac{1}{20} \\ \times 1\frac{1}{4} \end{array}$$

$$317 \text{ fl. } \quad \quad 9 \text{ d.}$$

$$79 \text{ — } 6 \text{ gr. } 2\frac{1}{2} \text{ —}$$

$$396 \text{ fl. } 6 \text{ gr. } 11\frac{1}{2} \text{ d.}$$

2. Wie

2. Wie viel Zins geben 3224 \mathcal{R} 12 \mathcal{S} a 3 pr. C. in $2\frac{1}{2}$ Jahren?

$$3224 \mathcal{R} 12 \mathcal{S} \times \frac{1}{2} \times \frac{3}{100} = \frac{3}{100}$$

$$\mathcal{R} \begin{array}{r} 257 \overline{) 6} \\ 384 \\ \hline \mathcal{S} 23 \overline{) 04} \\ 48 \\ \hline \end{array} \text{ oder } \frac{12}{100}$$

3. Wie viel Zins geben 3224 \mathcal{R} 12 \mathcal{S} a 3 pr. C. in $1\frac{1}{2}$ Jahre?

$$3224 \mathcal{R} 12 \mathcal{S} \times 1\frac{1}{2} \times \frac{3}{100}$$

$$\begin{array}{r} 3224 \mathcal{R} 12 \mathcal{S} \\ 806 \text{ — } 3 \text{ — } \\ \hline 4030 \mathcal{R} 15 \mathcal{S} \end{array}$$

$$\mathcal{R} \begin{array}{r} 120 \overline{) 1} \\ 364 \\ \hline \mathcal{S} 22 \overline{) 05} \\ 60 \\ \hline \end{array} \text{ oder } \frac{3}{100}$$

Versucht man es, diese Exempel auf eine andere Art auszurechnen, so findet man alle diese andern Arten weitausläufiger, als die hier gebrauchten. Um jedesmal beim ersten Anblick so gleich bestimmen zu können, welcher Weg der kürzeste seyn werde; muß man öfters Aufgaben auf alle mögliche

inßliche Arten auflösen, und die Rechnungen alsdann unter einander vergleichen.

§. 27.

Gesezt, daß jemand nach diesem allen doch noch Tabellen sich wünschte, um sich derselben in Fällen, die den §. 23 u. f. behandelten, ähnlich sind, bedienen zu können; so würde ich zu solchen rathen, als §. 22 für die wenig zusammengesetzten Fälle da gewesen, jedoch mit einer doppelten Veränderung. Einmal müßten darin, um den Raum zu ersparen, die Zahlen, nach welchen das gegebene Capital entweder multipliciret, oder dividiret, oder zugleich multipliciret und dividiret werden sollte, anzeigermäßig (dieser Ausdruck ist in der Vorrede erklärt) gesezt, und dann jeder aus grossen Zahlen bestehende Anzeiger in einen gleichen aus kleinern Zahlen bestehenden verwandelt werden, so daß die beste Ordnung und die bequemste Art des Verfahrens ohne langes Suchen in die Augen fiel. Eine solche Tabelle leistete zwar nicht den Dienst, daß man bey ihrem Gebrauche bloß zu addiren hätte, man müßte dabey multipliciren und dividiren; allein sie wäre mit einem Blicke zu übersehen und zu der jedesmal nöthigen Multiplication und Division würde bey einer leicht zu erhaltenden Fertigkeit bey weitem so viel Zeit nicht gehören, als zu der erforderlichen Addition bey dem Gebrauche der Hessischen Tabellen.

6. 28.

Um so wohl von dieser Art Tabellen eine Probe zu geben, als ihre Verfertigung zu zeigen; so sey das pr. C. pr. A. 5. Hier ist, um aus dem Capital den Zins zu finden,

Für die Zeit **der Anzeiger zur Veränderung**
von **des Capitals.**

Mon. 1 Tage	$\frac{1}{7200} =$	$\frac{1}{100 \times 8 \times 9} =$	$\frac{1}{800 \times 9} =$
— 2 Tagen	$\frac{1}{3600} =$	$\frac{1}{100 \times 4 \times 9} =$	$\frac{1}{400 \times 9} =$
$\frac{1}{10}$ od. 3 —	$\frac{1}{2400} =$	$\frac{1}{4 \times 6 \times 100} =$	$\frac{1}{6 \times 400} =$
— 4 —	$\frac{1}{1800} =$	$\frac{1}{100 \times 1 \times 9} =$	$\frac{1}{200 \times 9} =$
$\frac{1}{6}$ oder 5 —	$\frac{1}{1440} =$	$\frac{1}{3 \times 12 \times 12 \times 7} =$	$\frac{1}{12 \times 12 \times 10} =$
$\frac{1}{4}$ oder 6 —	$\frac{1}{1200} =$	$\frac{1}{12 \times 100} =$	$\frac{1}{1200} =$
— 7 —	$\frac{1}{7200} =$	$\frac{1}{100 \times 8 \times 9} =$	$\frac{1}{800 \times 9} =$
— 8 —	$\frac{1}{900} =$	$\frac{1}{100 \times 9} =$	$\frac{1}{900} =$
$\frac{1}{3}$ od. 9 —	$\frac{1}{800} =$	$\frac{1}{100 \times 8} =$	$\frac{1}{800} =$
$\frac{1}{5}$ od. 10 —	$\frac{1}{720} =$	$\frac{1}{4 \times 6 \times 6 \times 7} =$	$\frac{1}{8 \times 9 \times 10} =$
— 11 —	$\frac{1}{7200} =$	$\frac{1}{100 \times 8 \times 9} =$	$\frac{1}{800 \times 9} =$
$\frac{1}{2}$ od. 12 —	$\frac{1}{600} =$	$\frac{1}{6 \times 100} =$	$\frac{1}{600} =$
— 13 —	$\frac{1}{7200} =$	$\frac{1}{100 \times 8 \times 9} =$	$\frac{1}{800 \times 9} =$
— 14 —	$\frac{1}{3600} =$	$\frac{1}{100 \times 4 \times 9} =$	$\frac{1}{400 \times 9} =$
$\frac{1}{3}$ od. $\frac{1}{2}$ W. od. 15 —	$\frac{1}{480} =$	$\frac{1}{8 \times 12 \times 7} =$	$\frac{1}{6 \times 8 \times 10} =$
— 16 —	$\frac{1}{470} =$	$\frac{1}{3 \times 7 \times 7 \times 9} =$	$\frac{1}{7 \times 9 \times 10} =$
— 17 —	$\frac{1}{7200} =$	$\frac{1}{100 \times 8 \times 9} =$	$\frac{1}{800 \times 9} =$
$\frac{1}{2}$ od. 18 —	$\frac{1}{400} =$	$\frac{1}{4 \times 100} =$	$\frac{1}{400} =$

fuc

für die Zeit
von

der Anzeiger zur Veränderung
des Capitals.

Mon. 19 Tage	$\frac{19}{7200} =$	$\frac{19}{100 \times 8 \times 9} =$	$\frac{19}{800 \times 9}$
$\frac{2}{3}$ od. 20	$\frac{1}{360} =$	$\frac{1}{8 \times 12 \times 9} =$	$\frac{1}{12 \times 36}$
$\frac{7}{10}$ od. 21	$\frac{7}{3400} =$	$\frac{7}{4 \times 6 \times 100} =$	$\frac{7}{8 \times 400}$
— 22 —	$\frac{11}{3600} =$	$\frac{11}{100 \times 4 \times 9} =$	$\frac{11}{400 \times 9}$
— 23 —	$\frac{21}{7200} =$	$\frac{21}{100 \times 8 \times 9} =$	$\frac{21}{800 \times 9}$
$\frac{4}{5}$ od. 24	$\frac{1}{300} =$	$\frac{1}{3 \times 100} =$	$\frac{1}{300}$
$\frac{5}{8}$ od. 25	$\frac{1}{288} =$	$\frac{1}{8 \times 6 \times 8} =$	$\frac{1}{8 \times 6 \times 8}$
— 26 —	$\frac{13}{1600} =$	$\frac{13}{100 \times 4 \times 9} =$	$\frac{13}{400 \times 9}$
$\frac{9}{10}$ od. 27	$\frac{3}{800} =$	$\frac{3}{8 \times 100} =$	$\frac{3}{800}$
— 28 —	$\frac{7}{1800} =$	$\frac{7}{100 \times 2 \times 9} =$	$\frac{7}{200 \times 9}$
— 29 —	$\frac{29}{7200} =$	$\frac{29}{100 \times 8 \times 9} =$	$\frac{29}{800 \times 9}$
1 M. oder 30	$\frac{1}{240} =$	$\frac{1}{4 \times 12 \times 9} =$	$\frac{1}{8 \times 8 \times 9}$
1 und 1	$\frac{11}{7200} =$	$\frac{11}{100 \times 8 \times 9} =$	$\frac{11}{800 \times 9}$
1 — 2 —	$\frac{1}{216} =$	$\frac{1}{7 \times 7 \times 9} =$	
1 — 3 —	$\frac{11}{2400} =$	$\frac{11}{4 \times 6 \times 100} =$	$\frac{11}{8 \times 400}$
1 — 4 —	$\frac{17}{1800} =$	$\frac{17}{100 \times 4 \times 9} =$	$\frac{17}{400 \times 9}$
1 — 5 —	$\frac{7}{1440} =$	$\frac{7}{3 \times 12 \times 12 \times 9} =$	$\frac{7}{12 \times 12 \times 18}$
1 — 6 —	$\frac{1}{300} =$	$\frac{1}{3 \times 100} =$	$\frac{1}{300}$
1 — 7 —	$\frac{17}{7200} =$	$\frac{17}{100 \times 8 \times 9} =$	$\frac{17}{800 \times 9}$
1 — 8 —	$\frac{19}{3600} =$	$\frac{19}{100 \times 4 \times 9} =$	$\frac{19}{8 \times 600}$
1 — 9 —	$\frac{13}{2400} =$	$\frac{13}{4 \times 6 \times 100} =$	$\frac{13}{8 \times 400}$
1 — 10 —	$\frac{1}{180} =$	$\frac{1}{8 \times 6 \times 9} =$	$\frac{1}{3 \times 8 \times 18}$
1 — 11 —	$\frac{41}{7200} =$	$\frac{41}{100 \times 8 \times 9} =$	$\frac{41}{800 \times 9}$

für

für die Zeit
von
der Anzeiger zur Veränderung
des Capitals.

1	Jahre und	12	Tagen	—	$\frac{31}{8 \times 100}$	—
1	—	13	—	—	$\frac{173}{100 \times 8 \times 9}$	—
1	—	14	—	—	$\frac{187}{100 \times 4 \times 9}$	—
1	—	15	—	—	$\frac{5}{8 \times 11}$	—
1	—	16	—	—	$\frac{47}{100 \times 9}$	—
1	—	17	—	—	$\frac{377}{100 \times 8 \times 9}$	—
1	—	18	—	—	$\frac{21}{4 \times 100}$	—
1	—	19	—	—	$\frac{179}{100 \times 8 \times 9}$	—
1	—	20	—	—	$\frac{10}{8 \times 12 \times 7}$	—
1	—	21	—	—	$\frac{127}{4 \times 8 \times 100}$	—
1	—	22	—	—	$\frac{131}{100 \times 4 \times 9}$	—
1	—	23	—	—	$\frac{183}{100 \times 8 \times 9}$	—
1	—	24	—	—	$\frac{4}{3 \times 7 \times 7}$	—
1	—	25	—	—	$\frac{77}{2 \times 11 \times 12 \times 7}$	—
1	—	26	—	—	$\frac{193}{100 \times 4 \times 9}$	—
1	—	27	—	—	$\frac{43}{8 \times 100}$	—
1	—	28	—	—	$\frac{199}{100 \times 4 \times 9}$	—
1	—	29	—	—	$\frac{10}{100 \times 8 \times 9}$	—
1	Jahr	1	Monat	—	$\frac{13}{4 \times 12 \times 7}$	—
1	—	1	—	1. Tag	$\frac{391}{100 \times 8 \times 9}$	—
1	—	1	—	2 —	$\frac{49}{100 \times 9}$	—
1	—	1	—	3 —	$\frac{131}{4 \times 6 \times 100}$	—
1	—	1	—	4 —	$\frac{197}{100 \times 4 \times 9}$	—
1	—	1	—	5 —	$\frac{79}{2 \times 12 \times 12 \times 7}$	u. f. w.

§. 30a

§. 30.

Wollte man die Tabelle §. 28 auf die angefangene Art bis zu einem Jahre, und die §. 29-enthaltene, auch so wie sie angefangen ist, bis zu zwei Jahren, und dann von einem Vierteljahr zum andern bis zu 20 Jahren fortsetzen; so erhielte man noch nicht voll 800 Anzeiger, welche auf 4 Seiten in groß Quart Platz haben und also sehr leicht zu übersehen seyn würden. Würde nun aber auch der Vortheil von dem Gebrauche einer solchen Tabelle wichtig genug seyn? Es kann nicht schaden, in Hinsicht auf die Beantwortung dieser Frage ein Paar Exempel durchzunehmen.

§. 31.

1. Wie viel Zins geben 5937 Rth 16 S^{gr} zu 5 pr. C. in 1 Jahre 1 Monate und 3 Tagen? — Nach der Tabelle
2 ist die Rechnung hier folgende;

$$\begin{array}{r}
 5937 \text{ R}^{\text{th}} 16 \text{ S}^{\text{gr}} \times \frac{131}{2 \times 100} \\
 17811 \\
 \hline
 5937 \\
 \hline
 65 \quad \text{---} \quad 12 \\
 21 \quad \text{---} \quad 20
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 777834 \text{ R}^{\text{th}} 8 \text{ S}^{\text{gr}} \\
 194458 \text{ R}^{\text{th}} 14 \text{ S}^{\text{gr}} \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\text{R}^{\text{th}} 32409 \text{ R}^{\text{th}} 18 \text{ S}^{\text{gr}} 4 \text{ D}$$

$$\text{S}^{\text{gr}} 234$$

$$\text{D} 72$$

$$\text{S}^{\text{gr}} 412 \text{ oder } \frac{3}{25}$$

C 2

b ohne

b Ohne Tabelle steht das Exempel

$$5937 \text{ R} \text{ 16 } \mathcal{G} \times \frac{1}{20} \times (1 + \frac{1}{12} + \frac{1}{120}) = \frac{1}{4 \times 7} \times (1 + \frac{1}{12} + \frac{1}{120})$$

$$1484 \text{ R} \text{ 10 } \mathcal{G}$$

$$296 \text{ R} \text{ 21 } \mathcal{G} \text{ 2 } \frac{2}{3} \text{ S}$$

$$24 \text{ — } 17 \text{ — } 9 \frac{1}{2} \text{ S}$$

$$2 \text{ — } 11 \text{ — } 4 \frac{2}{3} \text{ S}$$

$$324 \text{ R} \text{ 2 } \mathcal{G} \text{ 4 } \frac{2}{3} \text{ S}$$

2. Wieviel Zins geben 786 R 15 G a 5 pr. C. in 1 Jahr und 29 Tagen? — Die Rechnung ist

a nach der Tabelle

$$786 \text{ R} \text{ 15 } \mathcal{G} \times \frac{389}{100 \times 11 \times 9}$$

$$7074$$

$$6288$$

$$2358$$

$$194 \text{ — } 12$$

$$48 \text{ — } 15$$

$$\text{R} \text{ 3059 } | \text{ 97 R} \text{ 3 } \mathcal{G}$$

$$388$$

$$\mathcal{G} \text{ 23 } | \text{ 31}$$

$$69$$

$$\text{S} \text{ 3 } | \text{ 72 } \text{ oder } \frac{15}{25}$$

$$100$$

$$382 \text{ R} \text{ 11 } \mathcal{G} \text{ 10 } \frac{1}{20} \text{ S}$$

$$42 \text{ R} \text{ 11 } \mathcal{G} \text{ 11 } \frac{1}{20} \text{ S} \text{ oder } \frac{127}{20} \text{ S}$$

b ohne

b ohne Tabelle:

$$786 \text{ R} \frac{15}{2} \text{ S} \times \frac{1}{25} \times \frac{1}{175}$$

$$196 \text{ R} \frac{15}{2} \text{ S} \quad 9 \text{ S}$$

$$39 \text{ R} \frac{7}{2} \text{ S} \quad 11 \frac{1}{2} \text{ S}$$

$$3 \text{ — } 4 \text{ — } \frac{225}{2}$$

$$42 \text{ R} \frac{11}{2} \text{ S} \quad 11 \frac{1}{2} \text{ S} \text{ oder } \frac{175}{2} \text{ S.}$$

Die abbirten 3 R 4 S $\frac{225}{2}$ S erhält man aus

$$39 \text{ R} \frac{7}{2} \text{ S} \quad 11 \frac{1}{2} \text{ S} \times \frac{1}{175} = \frac{225}{2} \text{ S}$$

$$351$$

$$78$$

$$8 \text{ — } 11$$

$$1 \text{ — } 2 \text{ — } 7$$

$$11 \frac{1}{2}$$

$$1140 \text{ R} \frac{14}{2} \text{ S} \quad 6 \frac{1}{2} \text{ S}$$

$$190 \text{ R} \frac{2}{2} \text{ S} \quad 5 \frac{1}{2} \text{ S}$$

$$31 \text{ R} \frac{16}{2} \text{ S} \quad 4 \frac{1}{2} \text{ S}$$

$$3 \text{ R} \frac{4}{2} \text{ S} \quad \frac{225}{2} \text{ S.}$$

Bei dem ersten Exempel ist es ziemlich gleich, ob man mit Hilfe der Tabelle oder ohne dieselbe rechnet: bei dem zweyten Exempel hingegen wird man mit Hilfe der Tabelle eher zu seinem Zwecke gelangen. Der größte Vortheil der Tabelle ist, daß man durch sie der Mühe des Aufre-

dens der Multiplicatoren und Divisoren überhoben wird, und bey ihrem Gebrauche, wenn man die Fertigkeit im Multipliciren und Dividiren sich erworben hat, welche in der Vorrede von Rechnern gefordert wird und mit Rechte gefordert werden kann, nicht leicht einem Irrthum ausgesetzt ist.

§. 32.

Es ist, übrigens die Verfertigung einer solchen Tabelle gar nicht schwer. Denn wenn man den Anzeiger zur Veränderung des Capitals für einen Tag gefunden hat, so darf man nur anfänglich seinen Nenner unverändert lassen, und den Zähler immer um 1 vermehren. Wenn man auf die Art bis zu 360 im Zähler gekommen ist, so hat man alle Anzeiger für jede Zeit, die ein Jahr nicht übersteigt; und auf gleiche Art kann man nachher auch die Fortsetzung machen. Ist man hierin so weit gekommen, als man es für nöthig erachtet; so nimmt man den Anzeiger für $\frac{1}{4}$ Jahr, und macht daraus, so weit als man will, auf eine ähnliche Art die Anzeiger für $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{5}{6}$ u. s. w. Jahr. Ist auch dies geschehen, so muß man die Anzeiger auf die möglich kleinsten Zahlen bringen und zerfällen, wozu die Regeln in der Vorrede bewähret sind; und dann endlich neben einem jeden die gehörige Zeit setzen. Bey diesem letzten ist zu merken, daß jeder Monat 30 Tage, und das Jahr 360 gerechnet werden müsse.

§. 33.

Was nun die oben §. 19 gedachten leichten Fälle betrifft, so muß man dabei nicht nur zu keiner Tabelle seine Zuflucht nehmen, sondern nicht einmal nöthig haben, dieselben aufzuschreiben; und es hält auch in der That nicht schwer, sich diese Fertigkeit zu verschaffen. Das erste, was man in dieser Absicht zu thun hat, ist, daß man sich den Zins von 100 und den Theilen von 100, z. B. 50, 10, 5, $2\frac{1}{2}$ und 1, recht geläufig bekannt mache; und das zweite, daß man den Zins von 100, oder das pr. C. nicht bloß für 1 Jahr, sondern auch $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{12}$ Jahr, und allenfalls auch für einen Tag eben so merke. Zerlegt man nach diesem das Capital, dessen Zins man berechnen soll, in Gedanken in Theile von 100, 50, 10, 5, $2\frac{1}{2}$ und 1; so findet man nach einiger Übung in den hieher gehörigen Fällen sehr leicht und bald den gesammten Zins im Kopfe,

Es ist bewundernswürdig, wie weit es bisweilen Personen in der Fertigkeit im Kopfe zu rechnen bringen; und diejenigen besitzen dieselbe oft im höchsten Grade, die ohne Unterweisung in der Arithmetik gehabt zu haben, oft gezwungen gewesen sind, Rechnungsfragen zu beantworten, und sich also selbst einen Weg zu erfinden. Wenn jemand vom Anfang seiner Unterweisung an sorgfältig zu dieser Fertigkeit gebildet würde; so müßte er es darin natürlicher Weise noch weiter als sich selbst überlassen bringen. Das gewöhnlichste Hülfsmittel zum Ausrechnen im Kopfe ist ein dem beschrie-

benen ähnliches Verfahren, wovon ich aus mehreren Erfahrungen überzeugt bin.

§. 34.

Gesetz z. B. es werde gefragt:

- a Wie viel Zins geben 3675 R ℓ a 5 pr. C. in einem Jahre? — — Hat man sich das im vorhergehenden §. angeführte bekannt gemacht, so denkt man hier: 3000 R ℓ geben 150 R ℓ , 600 R ℓ geben 30 R ℓ , also 150 R ℓ und 30 R ℓ , sind 180 R ℓ , dazu den Zins von 50 R ℓ oder 2½ R ℓ , und von 25 R ℓ , oder 1 R ℓ 6 \mathcal{H} , macht 183 R ℓ 18 \mathcal{H} .
- b Wie viel Zins geben 225 R ℓ in 3 Monaten? Man findet ausserordentlich leicht 11 R ℓ 6 \mathcal{H} für ein Jahr, und also 2 R ℓ 19 \mathcal{H} 6 \mathcal{Q} für 3 Monat oder ¼ Jahr.

§. 35.

Je nachdem das pr. C. beschaffen ist, ist es gut, sich bald von diesen bald von jenen Theilen von 100 den Zins eines Jahres bekannt zu machen. Bei 4 und 8 pr. C. z. B. wären diese Theile 75, 50, 25, 5, 1, bei 2½ aber 80, 50, 40, 20, 10, 5, 1 u. s. w. Sorgfältige Betrachtung einzelner Fälle und Vergleichung mehrerer möglicher Arten ist auch bei dieser Sache einem jeden anzurathen.

§. 36.

§. 36.

Außer dem bisher betrachteten wichtigsten Falle der gemeinen Zinsrechnung giebt es nun noch auch andere, die zwar nicht ganz übergangen werden dürfen, aber doch keine so weitläufige Behandlung erfordern, indem sie seltener vorkommen. Es gehören dahin folgende:

- a Wenn man aus dem Zinse, den ein Capital in einer gewissen Zeit und bey einem gegebenen pr. C. trägt, den Zins finden soll, den es bey einem andern pr. C. tragen würde; z. B. Wie viel Zins erhält man von einem Capitale a $6\frac{1}{4}$ pr. C. wenn es in eben der Zeit a 5 pr. C. 324 R ℓ 6 S Zins trägt?
- b Wenn man aus dem pr. C., zu welchem ein Capital aussteht, und dem Zinse, welchen dasselbe in einer gewissen Zeit trägt, ein anderes pr. C. finden soll, bey welchem es einen andern gegebenen Zins in eben der Zeit tragen könnte; z. B. Wie groß muß das pr. C. seyn, um von einem Capitale, davon man a $6\frac{1}{4}$ pr. C. 405 R ℓ 7 S 6 D Zins erhält, in eben der Zeit nur 324 R ℓ 6 S zu erhalten?

Dieser zweyte Fall ist der vorhergehende erste umgekehrt, und beyde muß man wissen, um jedesmal die Probe zu machen.

§. 37.

Der zur Ausrechnung der hieher gehörigen Exempel nöthige Satz ist:

Je grösser bey einerley Capital und Zeit das pr. C. ist, desto grösser ist auch der Zins, und je kleiner bey einerley Capital und Zeit das pr. C. ist, desto kleiner ist auch der Zins; und umgekehrt: Je grösser bey einerley Capital und Zeit der Zins seyn soll, desto grösser muß auch das pr. C. seyn, und je kleiner bey einerley Capital und Zeit der Zins ist, desto kleiner kann auch das pr. C. seyn.

Die Anmerkung bey §. 10 gehört auch hieher.

§. 38.

Die Ausrechnung der §. 36 angeführten Fragen ist also:

$$a \quad \frac{324 \text{ Rthl } 6 \text{ Sch}}{81 \text{ Rthl } 1 \text{ Sch } 6 \text{ Den}} \times \frac{6\frac{3}{4}}{5} = \frac{25}{20} = \frac{5}{4}$$

$$405 \text{ Rthl } 7 \text{ Sch } 6 \text{ Den}$$

$$b \quad 6\frac{3}{4} \times \frac{324 \text{ Rthl } 6 \text{ Sch}}{405 \text{ Rthl } 7\frac{1}{2} \text{ Sch}}$$

$$\begin{array}{r} 1945 \text{ Rthl } 12 \text{ Sch} \\ 81 \text{ — } 1\frac{1}{2} \\ \hline 2026 \text{ Rthl } 13\frac{1}{2} \text{ Sch} \\ \hline 8104 \\ \hline 48637 \end{array}$$

$$19455) \overline{97275} \quad 5 \text{ pr. C.}$$

$$42 \times$$

c. §. 39.

c. §. 35. Wenn man aus der Zeit des Ausstehens eines Capitals und seinem pr. C. die Zeit finden soll, welche das Capital, um gleichen Zins zu tragen, bei einem andern pr. C. würde ausstehen müssen; und umgekehrt.

d. Wenn man aus einem Capital und seinem pr. C. ein anderes Capital finden soll, welches bei einem andern pr. C. in gleicher Zeit eben denselben Zins trage; und umgekehrt.

§. 40.

Die für diese Fälle nöthigen Sätze sind

zu c. Je größer bei einerley Capital und Zins die Zeit gesetzt wird, desto kleiner muß das pr. C. angenommen werden, und je kleiner bei einerley Capital und Zins die Zeit gesetzt wird, desto größer muß das pr. C. seyn; und umgekehrt. Je größer bei einerley Capital und Zins das pr. C., desto kleiner die Zeit, und je kleiner das pr. C., desto größer die Zeit.

zu d. Je größer bei einerley Zeit und Zins das Capital ist, desto kleiner kann das pr. C. seyn, und je kleiner bei einerley Zeit und Zins das Capital ist, desto größer muß das pr. C. seyn; und umgekehrt; Je größer bei einerley Zeit und Zins das pr. C., desto kleiner das Capital, und je kleiner das pr. C. desto größer das Capital.

Diese

Diese Sätze sind im strengsten Verstande zu nehmen, und ich setze auch hier voraus, was in der Vorrede bey der Betrachtung der Brissen, die in einem verkehrten geometrischen Verhältnisse stehen, gesagt worden ist.

§. 41.

Beispiele zu dem Falle c sind:

Wie lange muß ein Capital a 6 pr. C. stehen, um eben so viel Zins zu tragen, als es a 5 pr. C. in $1\frac{1}{2}$ Jahre zu bringen würde? — Die Rechnung ist hier

$$\begin{array}{r} 1\frac{1}{2} \text{ Jahr} \times \frac{5}{6} \\ \hline 7\frac{1}{2} \\ \hline 1\frac{1}{2} \text{ Jahr.} \end{array}$$

Zu wie viel pr. C. muß ein Capital ausgeliehen werden, um in $1\frac{1}{2}$ Jahre eben so viel Zins zu geben, als 5 pr. C. in $1\frac{1}{2}$ Jahre? — Die Rechnung ist

$$\frac{5 \text{ pr. C.}}{6 \text{ pr. C.}} \times \frac{1\frac{1}{2}}{1\frac{1}{2}} = \frac{5}{6}$$

Beispiele aber zu dem Falle d:

Wie groß muß ein Capital seyn, um a 5 pr. C. eben so viel Zins zu tragen, als 3425 R ℓ a 6 pr. C. — Die Rechnung ist

$$\begin{array}{r} 3425 \text{ R}\ell \times \frac{5}{6} \\ \hline 570\frac{5}{6} \text{ R}\ell \\ \hline 2854\frac{1}{2} \text{ R}\ell \end{array}$$

Wie groß muß das pr. C. seyn, um von 3425 Rth eben so viel Zins zu erhalten, als 2854 $\frac{1}{8}$ Rth a 6 pr. C. tragen? — Die Rechnung ist

$$\begin{array}{r} \text{6 pr. C.} \quad \frac{2854\frac{1}{8}}{3425} \\ \hline 2722\frac{1}{2} \end{array} \bigg| \text{5 pr. C.}$$

§. 42.

Wirklichen sind die Fragen von der Art, daß man zu ihrer Beantwortung zwey von den angeführten Sätzen zum Grunde legen muß. * B. E. Zu wie viel pr. C. müssen 1000 Rth ausgethan werden, um davon in 4 $\frac{1}{2}$ Jahre eben so viel Zins zu erhalten, als man von 400 Rth a 5 pr. C. in 13 $\frac{1}{2}$ Jahre empfangen kann? — Die Rechnung ist

$$\frac{5 \text{ pr. C.}}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{13\frac{1}{2}}{4\frac{1}{2}} = \frac{2}{3} \times 3$$

$$\frac{2}{6 \text{ pr. C.}}$$

Es liegen bey diesem Exempel die Sätze c und d §. 39 zum Grunde. Ueber die Verfahrungsart in Fällen dieser Gattung ist allgemein in der Vorrede geredet worden.

§. 43.

Es sind nunmehr die zusammengesetzten Fälle der gemeinen Zinsrechnung, welche oben §. 7 kenntlich gemacht worden sind, zu betrachten. Nächstig ist es
daben

haben nicht, daß zunächst die Klassen derselben festgesetzt werden, zumal da man derselben sehr leicht eine sehr grosse Menge machen könnte; sondern es kommt einzig und allein darauf an, daß an einigen Beispielen die leichteste Verfahrungsart gezeigt werde. Um dies zu können, muß ich einige Sätze vorausschicken.

§. 44.

1. Es ist in Ansehung des Zinses völlig einerley, ob man, vorausgesetzt, daß das pr. C. nicht geändert werde, und wenn keine Zeit besonders bestimmt ist, allezeit ein Jahr zu verstehen sey, ob man, sage ich, den Zins von dem gegebenen Capitale und der festgesetzten Zeit, oder von dem Producte aus dem Capitale und der Zahl der Zeit nach Jahren bestimmt, berechne. So findet z. B. kein Unterschied statt zwischen dem Zinse von 4000 Rth in 3 Jahren und zwischen dem Zinse von 12000 Rth in einem Jahre; er ist bey 5 pr. C. 600 Rth in dem einen so wohl als in dem andern Falle.

2. Ist es auch in Ansehung des Zinses einerley, wenn auf die Zeit nicht gesehen wird, ob man den Zins eines Capitals nach dem angegebenen pr. C., oder den Zins des Products aus dem gedachten Capitale und pr. C., als eines Capitals, das a. 1 pr. C. steht, berechne. Es ist z. B. gleich, ob man den Zins von 600 Rth a. 5 pr. C., oder von 3000 Rth a. 1 pr. C. nimmt, denn in beyden Fällen ist der Zins 30 Rth.

3. End-

3. Endlich ist es in Ansehung des Zinses gleich, ob man denselben von einem gegebenen Capitale nach dem bestimmten pr. C. und der festgesetzten Zeit, oder von dem Producte aus dem Capitale und dem pr. C. und der Zeit in Jahren ausgedruckt, als von einem Capitale a \times pr. C. und auf 1 Jahr, berechne. Es findet z. B. kein Unterschied statt, man mag den Zins von 800 R ℓ \times 4 pr. C. in 3 Jahren, oder den Zins von 9600 R ℓ \times 1 pr. C. in 1 Jahre rechnen, in beyden Fällen ist er 96 R ℓ .

Es kann nicht schwer fallen, sich von der Richtigkeit dieser Sätze allgemein zu überzeugen, da aus dem vorhergehenden und aus der Natur der Sache selbst bekannt ist, daß der Zins mit dem Capitale, mit dem pr. C. und mit der Zeit genau ab und zunehme. Es muß also gleich viel seyn, ob man ein einfaches Capital und eine zwiefache Zeit, oder das Zwiefache Capital und die einfache Zeit; ein einfaches Capital und eine dreyfache Zeit, oder das dreyfache Capital und die einfache Zeit u. s. w. nehme. Auf gleiche Art verhält es sich mit den übrigen Fällen.

§. 45.

Vermittelt dieser Sätze ist man im Stande, jeden zusammengesetzten Fall der gemeinen Zinsrechnung in einen einfachen zu verwandeln. Es werde z. B. gefragt: wie viel Zins man in allem von 3500 R ℓ \times 5 pr. C. in $\frac{1}{2}$ Jahren, von 2600 R ℓ \times 4 pr. C. in $1\frac{1}{2}$ Jahre, von 1500 R ℓ \times $3\frac{1}{2}$ pr. C. in einem Jahre, und von 753 R ℓ \times $2\frac{1}{2}$ pr. C. in 2 Jahren erhalte? Man kann die Rechnung folgender Gestalt machen. Es sind

3500

3500 R ℓ a 5 pr. C. auf $\frac{1}{2}$ Jahr so viel als	13125 R ℓ	} $\frac{1}{2}$ pr. C. auf 1 Jahr
2600 R ℓ a 4 — — $1\frac{1}{2}$ — —	15600 R ℓ	
1500 R ℓ a $3\frac{1}{2}$ — — 1 — —	5250 R ℓ	
753 R ℓ a $2\frac{1}{2}$ — — 2 — —	3765 R ℓ	

Also alle genannte Capitalien so viel als 37740 R ℓ a 1 pr. C. auf ein Jahr.

Hievon ist nun weiter leicht auszurechnen, daß der Zins 377 R ℓ 9 \mathcal{R} $7\frac{1}{2}$ S. betrage, und dies ist der gesammte verlangte Zins. Denn es geben

Capital	an Zins.
3500 R ℓ a 5 pr. C. in $\frac{1}{2}$ Jahren	131 $\frac{1}{4}$ R ℓ
2600 R ℓ a 4 — — $1\frac{1}{2}$ — —	156 R ℓ
1500 R ℓ a $3\frac{1}{2}$ — — 1 — —	52 $\frac{1}{2}$ R ℓ
753 R ℓ a $2\frac{1}{2}$ — — 2 — —	37 $\frac{1}{2}$ R ℓ

und also alle Capitalien zusammen 377 $\frac{2}{3}$ R ℓ .

§. 46.

Wenn bey dergleichen zusammengesetzten Fragen die Zeit, welche die Capitalien ausstehen, nicht in Jahren, sondern in Monaten oder Tagen gegeben ist; so ist die Reduction aller Capitalien auf eins nicht weniger möglich, und die §. 44 angeführten Sätze können auch hier ganz zum Grunde gelegt werden, wenn man zuvor die Monate und Tage in Brüchen nach Jahren ausdrückt. Das Jahr wird hiebey zu 360 Tagen, und der Monat zu 30 gerech-

gerechnet. Schlägt man diesen Weg mit gehöriger Klugheit ein; so hat man zugleich den Vortheil, mit den möglich kleinsten Zahlen zu rechnen; und am Ende bloß die einfache Regel de Tri nöthig zu haben. Man nehme z. B. die zweite Frage des 1175 §. der gemeinen Interessenrechnung in von Clausbergs demonstrativen Rechenkunst: Wie viel ist der sämmtliche Zins von 1500 R auf 3 Monate, von 1800 R auf 5 Monate, von 1000 R auf 9 Monate, von 2000 R auf 1 Jahr, und von 3000 R auf 2 Jahr, allenthalben 6 pr. C. gerechnet? Rechnet man hier

1500 R	auf $\frac{3}{4}$ Jahr	ist so viel als	375 R	} auf 1 Jahr
1800 R	— $\frac{5}{12}$	— — —	750 R	
1000 R	— $\frac{3}{4}$	— — —	750 R	
2000 R	— 1	— — —	2000 R	
3000 R	— 2	— — —	6000 R	

und alles in allem also so viel als 9875 R auf 1 Jahr;
und suchet nun ferner den Zins

$$\frac{9875 \text{ R} \times \frac{6}{100}}{100} \text{ oder } \frac{3}{2} : \text{ so wird die}$$

Vergleichung dieser Rechnung mit der von Clausbergischen, so gleich folgenden, das gesagte hinlänglich bestätigen.

§. 47.

Will man die Monate und Tage nicht nach Jahren ausdrücken, so kann man auch, nachdem man zuvor, wenn Zeiten von verschiedenen Benennungen da sind, dieselben auf gleiche Benennung gebracht hat, die gegebenen Capitalien auf eins zurückbringen, dessen Zeit 1 Monat oder ein Tag ist, und dann hievon den Zins nach den bekannten Regeln suchen. So kann man z. B. das Exempel §. 46 auf folgende Art rechnen:

1500 R auf 3 Mon.	=	4500 R	} auf 1 Monat
1800 R - 5 —	=	9000 R	
1000 R - 9 —	=	9000 R	
2000 R - 12 —	=	24000 R	
3000 R - 24 —	=	72000 R	

alles zusammen also = 118500 R auf 1 Monat;
wovon der Zins a 6 pr. C. ist

$$118500 \text{ R} \times \frac{6}{100 \times 12} = \frac{1}{100 \times 12}$$

$$592\frac{1}{2} \text{ R.}$$

Wie man verfahre, wenn Zeiten in Tagen vorkommen, braucht hoffentlich nicht durch Exempel gezeigt zu werden.

§. 48.

Auf die beschriebene Art nun, doch so daß man dabei sorgfältig die Bestimmungen der Zeit in Brüchen vermeidet, wird man gewöhnlicher Weise gelehret, die
zusam-

zusammengesetzten Fälle der gemeinen Zinsrechnung zu berechnen. Man lese z. B. von Clausberg's demonst. Rechenkunst 4ten Theil §. 1175 bis 1179, Joh. Gust. Karstens Lehrbegriff der gesammten Mathematik, 2ten Theils 13ten Abschn. Fr. Chr. Lor. Karstens Rechenkunst (Bülow und Wismar 1775) S. 338 f. u. a. Man gelangt auf diesem Wege allerdings zum wahren Ziele; allein ist dieser Weg auch allezeit der bequemste und kürzeste? Gesezt es würde gefragt: Wie viel Zins erhält man in allem von 600 R ℓ in 6 Monaten, von 359 R ℓ 12 \mathcal{R} in 3 Monaten, von 750 R ℓ 18 \mathcal{R} in 1 Jahre 4 Monaten und 3 Tagen, von 250 R ℓ in 2 Monaten und 2 Tagen, und von 1075 R ℓ in 1 Jahre, allenthalben 5 pr. C. pr. A. gerechnet? so würde die beschriebene Art doch ohrstreitig mit einer sehr grossen Weitläufigkeit verbunden seyn; und dergleichen zusammengesetzte Fragen kommen gleichwol häufig vor.

§. 49.

Mir scheint es daher nicht gut, alle nur mögliche zusammengesetzte Fragen der gemeinen Zinsrechnung auf einerley Art behandeln zu wollen; sondern ich halte es für besser, diese Fragen,

- a bisweilen durchaus theilweise zu beantworten, und die einzeln Resultate am Ende zu vereinigen;

- b andere hingegen auf verschiedene einfachere, aber doch an sich noch immer zusammengesetzte, Fragen zuvor zu reduciren, diese einzeln nach dem bisherigen zu beantworten, und die Resultate dann zu vereinigen;
- c die übrigen auf die beschriebene Art zu behandeln.

Wey der §. 46 und 47 betrachteten Frage. B. ist diese letzte gewöhnliche Art gut, ohnerachtet die bey a vorgeschlagene nicht viel nachsteht. Wey der §. 48 gedachten hingegen ist die Art, der bey a Erwähnung geschehen, ohnstreitig besser; man könnte hier aber auch 600 Rth auf 6 Monate, 359 Rth 12 S^{ch} auf 3 Monate, und 1075 Rth auf 1 Jahr, und nach diesem 750 Rth 18 S^{ch} auf 1 Jahr 4 Monate und 3 Tage, und 250 Rth auf 2 Monate und 2 Tage, und zwar jene Capitalien auf eins auf 1 Monat, und diese auf ein Capital auf 1 Tag reduciren, und nach B. b verfahren.

Welche Art nun jedesmal die beste sey? dies stets richtig und schnell zu beurtheilen wird Übung erfordert, und insbesondere Ausrechnung einzelner Fälle auf alle mögliche Arten und sorgfältige Vergleichung der betretenen Wege unter einander.

Wider die Bestimmungen der Zeit in Brüchen, die bereits §. 45 gebraucht und §. 46 mit einer Einschränkung empfohlen sind, läßt sich wohl mit Grunde nichts vorbringen. Ich weiß zwar, daß viele die Vermeidung der Brüche für vortheilhaft halten; allein welches sind, alles genau erwogen, diese Vortheile? In der Vorrede habe ich mich hierüber weitläufiger erklärt.

§. 50.

Wenn ein Capital, das eine Zeitlang ausgestanden, wiedergegeben werden soll; so entsteht die Frage: Wie hoch in dieser Zeit das Capital gewachsen, und wie viel also der Schuldner in allem zu bezahlen habe? Man sieht bald, daß hier nach der Summe des Capitals und der Zinsen gefragt werde, und daß man, dergleichen Fragen zu beantworten, von dem bekannten Capitale nur den Zins zu suchen und denselben zu dem Capitale selbst zu addiren habe. Es werde z. B. gefragt: Wie viel erhält man statt 3450 R ℓ ., welche $1\frac{1}{4}$ Jahr $\text{a } 5$ pr. C. ausgestanden? — Die Rechnung ist. Der Zins von 3450 R ℓ $\text{a } 5$ pr. C. auf $1\frac{1}{4}$ Jahr ist

$$\begin{array}{r} 3450 \text{ R}\ell \times \frac{5}{100} \times 1\frac{1}{4} = \frac{25875}{8} \\ \hline 43\frac{1}{8} \text{ R}\ell \end{array}$$

301 $\frac{7}{8}$ R ℓ . Zu diesem Zinse addirt das Capital der 3450 R ℓ .

so erhält man 3751 $\frac{7}{8}$ R ℓ .

So wie sich diese Art gleichsam von selbst darbietet, so ist sie auch in den allermeisten Fällen die bequemste und beste.

§. 51.

Freylich kann man auch nach der Voraussetzung, daß ein Capital in einer gewissen Zeit durch den

Zins sich in eben dem Verhältnisse vermehren müsse, als es 100 R ℓ in eben der Zeit durch das pr. C. thun, die ganze Summe mit einem Male finden. Z. B. 4560 R ℓ sollen mit 5 pr. C. pr. A. nach einem Jahre wiedergegeben werden, und es wird gefragt, wie viel in allem zu bezahlen sey? — Die Rechnung kann seyn

$$\begin{array}{r}
 4560 \text{ R}\ell \times \frac{21}{20} \\
 9120 \\
 \hline
 95760 \\
 \hline
 4788 \text{ R}\ell.
 \end{array}$$

Allein man muß dabei die angeführte Voraussetzung, deren Wahrheit aus der Natur der Sache erhellet, ja nicht aus den Augen verlieren. Denn wollte man z. B. die Frage §. 50 nach der Regel Quinque beantworten und rechnen

$$\begin{array}{r}
 3450 \text{ R}\ell \times \frac{21}{20} \times 1\frac{1}{4} = \frac{21 \times 7}{80} \\
 6900 \\
 \hline
 72450 \\
 \hline
 507150 \\
 \hline
 6339\frac{3}{8} \text{ R}\ell.
 \end{array}$$

so müßte man nothwendiger Weise auf ein falsches Facit kommen, indem man so der Zeit, die bloß auf den Zins ein-

einfließt, auch auf das Capital selbst einen Einfluß verstatet hätte. Will man daher diesen Weg einschlagen, so muß man, wo es nöthig ist, vor allen Dingen das pr. C. für die gegebene Zeit suchen, und dann nach der einfachen Regel de Tri rechnen. Die wahre Berechnung des angeführten Falls wäre also

$$\begin{array}{r}
 3450 \text{ R\ddot{e}} \times \frac{87}{100} \\
 \hline
 43\frac{1}{8} \text{ R\ddot{e}} \\
 \hline
 301\frac{7}{8} \\
 345 \\
 \hline
 3751\frac{7}{8} \text{ R\ddot{e}}.
 \end{array}$$

Ich hätte dieses nicht angeführt, wenn ich nicht aus Erfahrung wüßte, wie leicht ungelübte Rechner es übersehen.

§ 52.

Es kommen bisweilen Berechnungen des Zinses vor, bey welchen kein pr. C.; sondern an dessen statt der Zins einer gewissen Summe gegeben ist; z. B. wenn man wissen wollte, wie viel der Zins eines Jahres von 1000 R\ddot{e} seyn würde, im Fall dieselben auf den wucherhaften Zins zu 1 Q wöchentlich von 1 R\ddot{e} ausgethan würden? Nimmt man in dergleichen Fällen statt des pr. C. den gegebenen Zins, und statt 100 die Zahl des gleichfalls gegebenen Capitals, so lassen sie sich durchaus nach obigen Regeln

behandeln. Die Rechnung des angeführten Beispiels
z. B. ist

$$\begin{array}{r}
 1000 \text{ R} \times \frac{1}{100} \times 50 \\
 \hline
 \begin{array}{r}
 80000 \\
 3224(6 \\
 2160 \\
 70(7 \\
 24 \\
 \hline
 173 \text{ R} 14 \text{ S} 8 \text{ S}
 \end{array}
 \end{array}$$

§. 53.

Wenn man besseres Geld gegen schlechteres, Gold
z. B. gegen Courant, vertauscht, so erhält man über die
Summe, welche man giebt, noch etwas gewisses, und
diesen Ueberschuß nennt man Agio oder Aufgeld. Die
Größe des Aufgeldes bestimmt man, wie die Größe des
Zinses, entweder nach pr. C., oder so daß man das Auf-
geld auf irgend eine Summe angiebt. Man sagt z. B.
Gold giebt gegen Courant $6\frac{2}{3}$ pr. C., oder der Louisd'or
thut 8 R. Nach diesem sieht man sehr leicht, daß die
Berechnung des Aufgeldes mit der Berechnung des ein-
fachen Zinses auf einerten Gründen ruhe, und also nach
der gemeinen Zinsrechnung eben keiner besondern Ausein-
andersehung bedürfe.

§. 54.

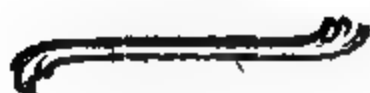
Man unterscheidet auch, und mit Recht, zwischen Interesse und Zins, so daß man dem Worte Interesse eine weitläufigere Bedeutung giebt, und darunter sodann allen Gewinn versteht, der aus der Nutzung einer Sache entspringt; die Interessen in der mehrern Zahl aber sind mit dem Zinse einerley. Ausser der oben angeführten Bedeutung hat nun aber auch das Wort Zins noch verschiedene andere. Man gebraucht es z. B. von jährlichen Abgaben und von Renten, und oft sind es Sachen und nicht Geld, welche abgegeben werden müssen. Man erinnere sich hier des Erbzinnes, des Getreidezinses, des Viehzinses u. s. w. Da indeß von diesen Arten des Zinses theils in einer andern Rücksicht als von den Zinsen im eigentlichsten Verstande bisher geschehen, wenn davon vollständig geredet werden soll, gehandelt werden muß, theils die an diesem Orte etwa zu zeigende Berechnung derselben keine besondere Regeln erfordert; so ist hier davon weiter zu reden nicht nöthig.

§. 55.

Was die jedesmalige Grösse des pr. C. bey dem Zinse im eigentlichsten Verstande anbetrifft, so kommt es dabey auf die Verabredung zwischen dem Gläubiger und dem Schuldner, auf die im Umlaufe sich befindende Menge des Geldes, auf den Gebrauch den man davon

machen, und den Nutzen, den man davon ziehen kann, an, und es ist daher die Grösse des pr. C. an verschiedenen Orten und zu verschiedenen Zeiten verschieden. 5 pr. C. sind allgemein und nach den Gesetzen erlaubt, über 6 pr. C. zu nehmen ist ruchermäßig. Man nennt das pr. C. übrigens auch das Zinsmaaß, und bestimmt seine Grösse auch so, daß man angiebt, was für ein Theil vom Capitale gegeben werde. Zum 40ten Pfennig also und a $2\frac{1}{2}$ pr. C., zum 32ten Pfennig und a $3\frac{1}{8}$ pr. C., zum 24ten Pfennig und a $4\frac{1}{6}$ pr. C., zum 20ten Pfennig und a 5 pr. C. sind gleichbedeutende Ausdrücke.

Noch einige auch hieher gehörige Anmerkungen findet man am Ende der Zinseszinsrechnung.



Zinsezinsrechnung.

§. 56.

Zinsezins und Zinsezinsrechnung sind oben §. 4 und 5 erklärt worden, und es ist daher auch hier das erste, daß die zur Zinsezinsrechnung gehörigen Fälle festgestellt und kenntlich gemacht werden.

Anstatt der Benennung Zinsezinsrechnung gebraucht man auch folgende: zusammengesetzte Zins- oder Interessenrechnung, Berechnung des Zinses auf Zins, *Anatocismus*.

§. 57.

Aber wozu die Zinsezinsrechnung, da die Gesetze dem Gläubiger verbieten, von seinem Schuldner Zins auf Zins zu fordern? Es haben diese Frage unter andern Unger in seinen Beiträgen zur Mathesi forensi, ites Stück, Abhandl. V. §. 3 (Göttingen 1746) und Florencourt in den Abhandlungen aus der juristischen und politischen Rechenkunst (Altenburg 1781) S. 8. beantwortet, und das vornehmste daraus ist folgendes.

- a Die Absicht des Verbots des Zinsezinses ist, den Untergang des Schuldners oder einen zu grossen Druck desselben zu verhindern. So bald also diese Absicht

Absicht aufhört, so fällt auch das Verbot weg, und dergleichen Fälle giebt es.

- b Die Gesetze gebieten in gewissen Fällen selbst, die einkommenden Zinsen als ein neues Capital auf Interessen auszuthun, wie bey Tutelen und Curatelen.
- c Soll jemand, der Zinseszins genommen, verurtheilt werden, so ist vor allen Dingen auszumachen, wie viel er durch Rechnung des Zinseszinses zu viel genommen, und dazu ist diese Rechnung nöthig.
- d Bey den Jahrrenten, Leibrenten u. s. w. bezahlen Staaten Zinseszins. Dazu kann man nun noch setzen.
- e Daß die Regeln der Zinseszinsrechnung bey vielen andern Rechnungen zum Grunde liegen, und in der Zinseszinsrechnung gleichwohl am leichtesten einge-
sehen werden können.

§. 58.

Die Nutzbarkeit und Nothwendigkeit der Zinseszinsrechnung also als ausgemacht vorausgesetzt, so sind die zu ihr gehörigen Fälle folgende.

- a Kann gefragt werden: Wie hoch ein Capital bey einem gegebenen pr. C. in einer bestimmten Zeit durch den Zinseszins wachse? Man will z. B. wissen, um wie viel 2000 R ℓ in 5 Jahren durch den Zinseszins a 5 pr. C. vermehret werden.

b Kann

- b Kann zu bestimmen seyn: Was für ein Capital erfordert werde, um aus demselben bey einem gegebenen pr. C. durch den Zinseszins in einer gewissen Zeit ein bestimmtes größeres Capital zu erhalten? Man will z. B. wissen, wie viel Geld man zu 5 pr. C. auf Zinseszins anzulegen habe, um in 10 Jahren dafür 5000 R ℓ zu bekommen.
- c Kann zu wissen verlangt werden: Wie groß das pr. C. seyn müsse, bey welchem ein gegebenes Capital in einer bestimmten Zeit eine ebenfalls bestimmte Grösse erreichen könne? Man fragt z. B. Zu wie viel pr. C. muß ich 1000 R ℓ ansthen, um durch Zinseszins dieselben in 7 Jahren bis auf 1500 R ℓ zu vermehren?

§. 59.

Was für einer von den angeführten Fällen auch statt finden mag, so muß dabey vor allen Dingen ausgemacht seyn, wie weit die Zinstermine von einander entfernt seyn sollen. Oft wird der Zins nur alle Jahr abgetragen, oft wird er alle halbe Jahr, und oft in vierteljährigen Terminen entrichtet. Bey der gemeinen Zinsrechnung kommt darauf nichts an; wie sehr man aber in der Zinseszinsrechnung darauf zu sehen Ursache habe, kann die Vergleichung derer von den folgenden Fragen lehren, welche nach verschiedenen Zinstermenien beantwortet worden.

§. 60.

Um nun die §. 58 angeführten Fälle genauer zu betrachten und von dem ben a-erwähnten anzufangen, so bedarf es kaum einer Anzeige, daß man diesen Fall auch, allein meistens auf eine sehr mühsame und dem Irrthume sehr ausgesetzte Art, durch öftere Wiederholung der einfachen Regel de Tri auflösen könne. Ein Beispiel stehe indessen hier, damit das unbequeme dieses Weges ganz sichtbar werde. Es werde also gefragt: Wie viel Zinseszins erhält man von 1000 R ℓ a 5 pr. C. in 4 Jahren? Es wird hier, so wie auch stets in der Folge, wenn nicht ausdrücklich etwas anders bestimmt worden, vorausgesetzt, daß der Zins alle Jahr bezahlt werden soll. — Die Rechnung ist entweder:

Man erhält	von	an Zins
im 1ten Jahre	1000 R ℓ	50 R ℓ
- 2 — —	1050 R ℓ	52 R ℓ 12 \mathcal{G}
- 3 — —	1102 R ℓ 12 \mathcal{G}	55 R ℓ 3 \mathcal{G}
- 4 — —	1157 R ℓ 15 \mathcal{G}	57 R ℓ 21 \mathcal{G} 1 \mathcal{Q}
		Summa 215 R ℓ 12 \mathcal{G} 1 \mathcal{Q} .

oder:

Es werden	R ℓ	durch den Zins
nach dem 1ten Jahre	1000 R ℓ	1050 R ℓ
— 2 diese	1050	1102 $\frac{1}{2}$ R ℓ
— 3 diese	1102 $\frac{1}{2}$	1157 $\frac{1}{4}$ R ℓ
— 4 diese	1157 $\frac{1}{4}$	1215 $\frac{31}{64}$ R ℓ
und von dieser letzten Summe abgezogen 1000 R ℓ		
		so bleiben an Zins 215 $\frac{31}{64}$ R ℓ .

Es

Es ist hier ein sehr leichter Fall gewählt worden, und doch wird ein jeder, der die Ausrechnung desselben recht überdenkt, das von dem betretenen Wege gesagte dadurch hinlänglich bestätigt finden. Wie nun vollends, wenn die Anzahl der Jahre größer genommen und z. B. auf 10 Jahre gesetzt worden wäre? Wie wenn man statt 1000 $\text{R}\ell$ eine andere Summe, z. B. 1216 $\text{R}\ell$ 8 S 6 D hätte berechnen sollen? Genug also hievon und zu bessern Wegen.

§. 61.

Es ist daher nöthwendig, daß man zur Beantwortung der häufig vorkommenden Frage: Wie hoch wächst ein Capital bey einem gegebenen pr. C. in einer bestimmten Zeit durch den Zinsezins? einen bequemern Weg auffuche. Man hat dergleichen mehrere. Einige sind allgemein faßlich und betretbar, andere aber nur für den, der die Logarithmen zu brauchen gelernt, und logarithmische Tafeln bey der Hand hat. Da ich von den Logarithmen und ihrem Gebrauche in der Vorrede gesprochen habe, so werde ich das nöthige von der Auflösung des angeführten Falls vermittlest der Logarithmen ebenfalls berühren.

§. 62.

Bei einer genauen Betrachtung der jetzt abzuhandelnden Fragen findet man bald, daß man sich dabey der zusammengesetzten Regel de Tri mit großem Vortheile bedienen könne. So sehr nemlich jede 100 $\text{R}\ell$ des Haupt-

Hauptstuhls in dem 1ten Jahre durch den Zins wachsen, eben so wachsen auch in dem 2ten Jahre jede 100 R ℓ der Summe dieses Hauptstuhls und des ersten Zinses, in dem 3ten Jahre jede 100 R ℓ der Summe des Hauptstuhls des ersten und des zweiten Zinses, in dem 4ten jede 100 R ℓ der Summe des Hauptstuhls des ersten, zweiten und des dritten Zinses u. s. w. Nach dem in der Vorrede über die zusammengesetzte Regel de Tri gesagtten, wäre die Rechnung der §. 60 da gemessenen Frage

$$1000 \text{ R}\ell \times \frac{21^4}{20^4} = \frac{194481}{160000}$$

$$\begin{array}{r|l} 194481000 & \\ 328 & 1215 \text{ R}\ell \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 324 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1944 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 32 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 48 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 288 \\ \hline \end{array}$$

$$12 \mid 12 \frac{1}{2} \text{ S und also der Zins } 215 \text{ R}\ell 12 \text{ S } 12 \frac{1}{2} \text{ S}$$

Die Vortheile, welche man bey dieser Art in Vergleichung gegen die vorhergehende hat, sind; daß man ..

a. viel geschwinder und mit weit weniger Mühe zu seinem Endzwecke gelangt, und

b. der Gefahr zu irren so sehr bey weitem nicht ausgesetzt ist.

Wiss

Wieweil nun diese Art so leicht seyn, daß sie unter allen die beste ist. Wie leicht erhebt man nicht z. B. 21 und 20 auf jede verlangte Dignität, da alle Arbeit in einer Multiplication mit 2 und einer leichten Addition bestehen kann? Ist daher das pr. C. 5, so kann man sich ihrer ohne Bedenken bedienen, oder es müßte die Anzahl der Jahre sehr groß seyn. Wenn hingegen 4 pr. C. gerechnet werden, so daß statt $\frac{21}{20}$ der Anzeiger $\frac{26}{25}$ genommen werden muß, so wird allerdings, so wie auch meistens bey einem andern pr. C. als 5, die nöthige Erhebung zu Dignitäten beschwerlicher.

§. 63.

Man muß aber, wenn man sich hier der zusammengesetzten Regel de Tri bedienen will, jederzeit erst das durch den Zinseßzins vermehrte Capital, und dann durch Abzug des Hauptstuhls, wenn man denselben besonders verlangt, den Zinseßzins suchen. Der Grund hiervon liegt in dem §. 62 angeführten Satze von der Vergrößerung eines Capitals durch den Zinseßzins. Thut man dies nicht, sondern sucht man so gleich den Zins, so erhält man den ersten Zins, oder den Zins des Capitals selbst in dem ersten Jahre oder Termine, den zweyten Zins; oder den Zins des gedachten ersten Zinses in dem zweyten Jahre oder Termine, ferner den dritten, vierten, fünften Zins u. s. w. je nachdem man den Anzeiger in der ersten, oder zweyten,

oder dritten, oder vierten, oder fünften Dignität u. s. w. genommen hat. Es sollen z. B. 1000 R ℓ a 5 pr. C. auf Zinseszins ausgethan seyn, und der Zins von Jahr zu Jahr gerechnet werden; so erhält man durch folgende Rechnungen

$$1. \quad \frac{1000 \text{ R}\ell}{\times \frac{1}{20}} = 50 \text{ R}\ell, \text{ den ersten Zins.}$$

$$2. \quad \frac{1000 \text{ R}\ell}{\times \frac{1}{20^2}} = 2\frac{1}{2} \text{ R}\ell, \text{ den zweyten Zins.}$$

$$3. \quad \frac{1000 \text{ R}\ell}{\times \frac{1}{20^3}} = \frac{1}{8} \text{ R}\ell, \text{ den dritten Zins.}$$

$$4. \quad \frac{1000 \text{ R}\ell}{\times \frac{1}{20^4}} = \frac{1}{160000} \text{ R}\ell, \text{ den vierten Zins.}$$

$$5. \quad \frac{1000 \text{ R}\ell}{\times \frac{1}{20^5}} = \frac{1}{3200000} \text{ R}\ell, \text{ den fünften Zins u. s. w.}$$

§. 64.

Obnerachtet aber die Findung des zweyten, dritten, vierten Zinses u. s. w. selten allein das vorgesezte Ziel ist und seyn kann, so kann dieselbe doch mittelst-

teſtbarer Weiſe ſehr vorthailhaft werden. Denn einmal iſt es gewöhnlicher Weiſe eine leichte Arbeit, von einem gegebenen Capitale nach und nach den erſten, zweiten, dritten, vierten Zins u. ſ. w. zu ſuchen. Bei 5 pr. C. $\frac{1}{2}$ dividirt man das Capital ſelbſt durch 20, um den erſten Zins zu finden; die Diviſion dieſes erſten Zinſes durch 20 giebt den zweiten Zins, die Diviſion des zweiten Zinſes durch 20 den dritten Zins, die Diviſion des dritten Zinſes durch 20 den vierten Zins u. ſ. w. Bei $2\frac{1}{2}$ pr. C. erhält man den erſten, zweiten, dritten, vierten Zins u. ſ. w. durch eine ähnliche Diviſion mit 40, und auf eine ähnliche Art in vielen andern Fällen. Zweitens beſteht der geſammte Zinſeszins eines Capitals auf eine leicht zu beſtimmende Art aus dem erſten, zweiten, dritten Zinſe deſſelben u. ſ. w. jeden nach der Zahl der Zinstermine eine beſtimmte Anzahl Male genommen. Weiß man alſo die gedachten verſchiedenen Zinſe eines Capitals, und wie vielmal ein jeder in dem geſammten Zinſeszins enthalten iſt, ſo kann man dieſen letztern durch die Multiplication und Addition finden. Allezeit iſt zwar dieſer Weg nicht zu empfehlen; oft aber hat er vortheilhaftes genug, um einer weitem Auseinanderſetzung werth zu ſeyn.

§. 65.

Zuerſt alſo die Frage: Wie vielmal iſt der erſte, zweite, dritte, vierte Zins u. ſ. w. jedesmal in

dem gesammten Zinseßzinse enthalten? Folgende Tabelle zeigt die Theile des Zinseßzinses von 1000 Rk. a 5 pr. C. in zwey, drey, vier, fünf und sechs Jahren.

Jahre, 1tes, 2tes, 3tes, 4tes, 5tes, 6tes
Zins, 50 Rk, 50 Rk, 50 Rk, 50 Rk, 50 Rk, 50 Rk,

$2\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{2}$,

$2\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{2}$,

$\frac{1}{8}$, $2\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{2}$,

$\frac{1}{8}$, $2\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{2}$,

$\frac{1}{8}$, $\frac{1}{8}$, $2\frac{1}{2}$,

$\frac{1}{8}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{8}$,

$\frac{1}{160}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{8}$,

$\frac{1}{8}$, $\frac{1}{8}$,

$\frac{1}{8}$, $\frac{1}{8}$,

$\frac{1}{8}$, $\frac{1}{8}$,

$\frac{1}{160}$, $\frac{1}{8}$,

$\frac{1}{160}$, $\frac{1}{8}$,

$\frac{1}{160}$, $\frac{1}{8}$,

$\frac{1}{160}$, $\frac{1}{8}$,

$\frac{1}{3200}$, $\frac{1}{8}$,

$\frac{1}{160}$, zehn
mal

$\frac{1}{3200}$, fünf
mal

$\frac{1}{4000}$.

Die

Die Theile des 1ten und 2ten Jahres zusammen genommen machen den Zinseszins von 1000 Mk. a 5 pr. C. in zwey Jahren aus. Die Theile des 1ten, 2ten und 3ten Jahres zusammen genommen geben diesen Zinseszins in drey Jahren. Die Theile des 1ten, 2ten, 3ten und 4ten Jahres zusammen genommen geben denselben in vier Jahren u. s. w. Ferner ist hier der erste Zins, 50 Mk., der zweyte, $2\frac{1}{2}$ Mk., der dritte $\frac{1}{4}$ Mk., der vierte $\frac{1}{160}$ Mk., der fünfte $\frac{1}{3200}$ Mk., und der sechste $\frac{1}{64000}$ Mk. Es enthält also

a. der Zinseszins zweyer Jahre 2 erste und 1 zweyten Zins.

b. der Zinseszins dreyer Jahre 3 erste, 3 zweyte und 1 dritten Zins.

c. der Zinseszins von vier Jahren 4 erste, 6 zweyte, 4 dritte und 1 vierten Zins.

d. der Zinseszins von fünf Jahren 5 erste, 10 zweyte, 10 dritte, 5 vierte und 1 fünften Zins.

e. der Zinseszins von 6 Jahren 6 erste, 15 zweyte, 20 dritte, 15 vierte, 6 fünfte und 1 sechsten Zins.

§. 66.

Um dies noch weiter bestimmen zu lernen, betrachte man folgende Reihen.

E 3

O) 1, 6

0)	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12,
1)	1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1,
2)	— 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11,
3)	— — 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55,
4)	— — — 1, 4, 10, 20, 35, 56, 84, 120, 165,
5)	— — — — 1, 5, 15, 35, 70, 126, 210, 330,
6)	— — — — — 1, 6, 21, 56, 126, 252, 462,
7)	— — — — — — 1, 7, 28, 84, 210, 462,
8)	— — — — — — — 1, 8, 36, 120, 330,
9)	— — — — — — — — 1, 9, 45, 165,
10)	— — — — — — — — — 1, 10, 55,
11)	— — — — — — — — — — 1, 15,
12)	— — — — — — — — — — — 1,

In dieser Tabelle enthält die Reihe, welche mit 0 bezeichnet ist, Zahlen, welche die Termine anzeigen sollen; die 1te, 2te, 3te, 4te Reihe u. s. w. aber Zahlen, aus welchen man erkennen kann, wie vielmal der 1te, 2te, 3te, 4te Zins u. s. w. in jedem Termine gerechnet werden müsse. Die Richtigkeit der Tabelle vorausgesetzt, so erhellt daraus:

a daß der erste Zins für jeden Termin einfach gerechnet werden müsse, und also in dem Zinseszins allezeit so vielmal enthalten sey, als Zinstermine gegeben sind.

b daß der zweite Zins erst in dem zweiten Termine, der dritte

britte Zins erst im dritten Termine, der vierte Zins, erst im vierten Termine u. s. w. anfangs, und also die Zahl der Termine für den zweiten Zins um eins, die Zahl der Termine für den dritten Zins um zwei, die Zahl der Termine für den vierten Zins um drei kleiner sey als die Zahl aller Termine, u. s. w.

- c daß der zweite, dritte, vierte Zins u. s. w. nur in ihrem ersten Termine einfach, in allen übrigen aber vielfach, und zwar ein jeder dieser Zinse in einem andern Grade vielfach als jeder andere sey.

§. 67.

Von der Richtigkeit der §. 66 angeführten Tabelle überzeugt man sich durch eine genaue Betrachtung der Natur der Sache bald. Denn

- a das Capital selbst, von welchem man die ersten Zinse erhält, bleibt einfach, und man kann also für jeden Termin den ersten Zins auch nur einfach rechnen.
- b der erste Zins aber, von welchem man, nachdem er zum Capitale geschlagen worden, die zweiten Zinse erhält, bleibt nicht einfach, sondern vergrößert sich mit jedem Termine um sich selbst. Folglich muß man den zweiten Zins für seinen ersten Termin einfach, für den zweiten zweifach, für den dritten dreifach u. s. w. rechnen.

- c der zweite Zins, von welchem man, nachdem er zum Capitale geschlagen worden, die dritten Zinse erhält, bleibt also noch weniger einfach, sondern wird in seinem zweiten Termine um sein zweifaches, in dem dritten Termine um sein dreifaches, in dem vierten Termine um sein vierfaches u. s. w. vermehrt. Folglich muß man den dritten Zins in seinem zweiten Termine dreifach, in dem dritten sechsfach, in dem vierten zehnfach u. s. w. rechnen.
- d auf eine ähnliche Art fortgegangen ergibt sich, was nach der Tabelle von dem vierten, fünften, sechsten Zinse u. s. w. zu behaupten ist.

§. 68.

Die leichteste Art, eine Tabelle, wie §. 66, zu verfertigen, ist folgende. Man schreibt, wie 2) §. 66, so weit als man es für nöthig erachtet, eine Reihe Zahlen, die von 1 anfängt, und in der natürlichen Ordnung der Zahlen aufsteigt. Unter dem zweiten Gliede dieser Reihe fängt man eine andere Reihe ebenfalls von 1 an, und macht das zweite Glied derselben durch die Addition ihres ersten Gliedes und des zweiten Gliedes der ersten Reihe, das dritte Glied derselben durch die Addition ihres zweiten Gliedes und des dritten Gliedes der ersten Reihe, das vierte Glied derselben durch die Addition ihres dritten Gliedes und des vierten Gliedes der ersten Reihe

Reihe

Reihe u. ſ. w. Ferner fängt man unter dem zweiten Gliede der zweiten Reihe eine dritte Reihe von 1 an, und macht das zweite Glied derſelben durch die Addition ihres erſten Gliedes und des zweiten Gliedes der zweiten Reihe, das dritte Glied derſelben durch die Addition ihres zweiten Gliedes und des dritten Gliedes der zweiten Reihe, das vierte Glied derſelben durch die Addition ihres dritten Gliedes und des vierten Gliedes der zweiten Reihe u. ſ. w. Dann fängt man unter dem zweiten Gliede der dritten Reihe eine vierte Reihe von 1 an, macht auf eine ähnliche Art die übrigen Glieder derſelben, und ſucht nachher auf ähnliche Weiſe die übrigen nöthigen fünfte, ſechſte u. ſ. w. Reihen zu erhalten. Die erſte von den auf dieſe Art entſtandenen Reihen enthält die Zahlen, welche anzeigen, wie vielfach jedesmal der zweite Zins zu rechnen ſey, die zweite Reihe enthält die ähnlichen Zahlen für den dritten Zins, die dritte Reihe für den vierten Zins u. ſ. w. Die Zahl des jedesmal zu denkenden Termins iſt immer um 1 größer als die Zahl in der erſten Reihe, welche anzeigt, wie vielmal der zweite Zins zu rechnen ſey.

§. 69.

Wie findet man nun aber auf eine leichte Art, wie vielmal bey jeder gegebenen Anzahl von Terminen der erſte, zweite, dritte Zins u. ſ. w. in dem geſamten Zinſeszins enthalten ſey? Eine Tabelle, wie die §. 66, vor-

ausgesetzt, so könnte man sich, wenn man keinen bessern Weg kannte, durch die Addition helfen. Wollte man z. B. wissen, wie vielmal der Zinseszins von 9 Terminen den ersten, zweiten, dritten Zins u. s. w. enthielte; so gäbe die Summe der Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 das vielfache des zweiten Zinses, die Summe der Zahlen 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28 das vielfache des dritten Zinses, die Summe der Zahlen 1, 4, 10, 20, 35, 56 das vielfache des vierten Zinses, die Summe der Zahlen 1, 5, 15, 35, 70 das vielfache des fünften Zinses, die Summe der Zahlen 1, 6, 21, 56 das vielfache des sechsten Zinses, die Summe der Zahlen 1, 7, 28 das vielfache des siebenten Zinses, und die Summe der Zahlen 1, 8 das vielfache des achten Zinses an. Der erste Zins wird nach dem §. 66 a berührten so vielmal gerechnet, als Zinstermine gegeben sind, und der letzte Zins ist in dem gesammten Zinseszins, welches leicht einzusehen, jederzeit nur einmal enthalten. Es enthält also der Zinseszins von 9 Terminen

a	den ersten Zins	9 mal
b	— zweiten —	36 —
c	— dritten —	84 —
d	— vierten —	126 —
e	— fünften —	126 —
f	— sechsten —	84 —
g	— siebenten —	36 —
h	— achten —	9 —
i	— neunten —	1 —

Allein

Allein man hat nicht nöthig, dieſe Summen ſo mühsam zu ſuchen, wenn man die Tabelle vollſtändig genug hat, man findet ſie unter einander in einer Reihe. Der Grund, warum ſie ſich auf dieſe Art in der Tabelle finden, iſt aus dem §. 67 ſagten leicht herzuleiten.

§. 70.

Ohne die gedachte Tabelle findet man das verlangte auf folgende Art.

- a Man ſetzt eine Reihe Zahlen auf, die von der Zahl der Termine anfängt, und in der natürlichen Ordnung bis 1 fällt; und ſchreibt darunter eine andere, die von 1 anfängt, und in der natürlichen Ordnung der Zahlen bis zur Zahl der Termine aufſteigt. Wäre z. B. die Zahl der Termine 9; ſo wären dieſe beiden Reihen.

9.	8.	7.	6.	5.	4.	3.	2.	1	
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9	

- b Dividirt man nach und nach die erſte Zahl der oberſten Reihe durch die erſte Zahl der unterſten Reihe; das Product der beiden erſten Zahlen der oberſten Reihe durch das Product der beiden erſten Zahlen der unterſten Reihe; das Product der drey erſten Zahlen der oberſten Reihe durch das Product der drey erſten Zahlen der unterſten Reihe; das Product der vier erſten Zahlen der oberſten Reihe durch
- das

das Product der vier ersten Zahlen der untersten Reihe u. s. w. bis zu Ende. Die erhaltenen Quotienten zeigen in der Ordnung, in welcher man sie erhält, an, wie vielmal der erste, zweite, dritte, vierte Zins u. s. w. in dem gesammten Zinseszins enthalten sind. In dem angeführten Falle z. B. erhält man

Für den 1ten Zins	$\frac{9}{1}$	= 9.
— 2ten —	$\frac{9 \cdot 8}{1 \cdot 2}$	= 36.
— 3ten —	$\frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{1 \cdot 2 \cdot 3}$	= 84.
— 4ten —	$\frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}$	= 126.
— 5ten —	$\frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}$	= 126.
— 6ten —	$\frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6}$	= 84.
— 7ten —	$\frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}$	= 36.
— 8ten —	$\frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}$	= 9.
— 9ten —	$\frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9}$	= 1.

§. 7L

Es lassen sich hierbey einige Vortheile anbringen, die ich nicht übergehen darf. Einmal kann man oft die gedachten Quotienten durch eine theilweise in die Factoren des zu dividirenden Productes angestellte Division finden, und ausserdem jeden zunächst vorhergehenden schon gefundenen Quotienten bey der Findung des unmittelbar folgenden benutzen. Es ist z. B. gleich, ob ich

$$\frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}, \text{ oder } \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}, \text{ oder } \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 2}{1 \cdot 2 \cdot 4},$$

$$\text{oder } \frac{9 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 2}{1 \cdot 2} \text{ oder } 9 \cdot 2 \cdot 7 \text{ nehme. Hier ist nach}$$

und nach auf die vorhin beschriebene Art durch 5, 3, 4, 2 dividirt worden, welches ohnstreitig vortheilhafter ist, als wenn erst das Product aus 9, 8, 7, 6 und 5 gesucht, und solches entweder nach und nach durch 2, 3, 4 und 5, oder mit einem Male durch das zuvor gefuchte Product aller dieser Zahlen dividirt worden wäre. Hat man fer-

$$\text{ner z. B. } \frac{9 \cdot 8}{1 \cdot 2} \text{ schon in 36 verwandelt; so kann man statt}$$

$$\frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{1 \cdot 2 \cdot 3} \text{ natürlicher Weise } 36 \times \frac{7}{3} \text{ oder } 12 \cdot 7, \text{ d. h. } 84,$$

$$\text{und nun statt } \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} \text{ folgendes } 84 \times \frac{6}{4}, \text{ oder } 21 \cdot 6,$$

d. h. 126 nehmen, und so in den meisten Fällen ohne Mühe, geschwinde und sicher seinen Endzweck erreichen.

Ausser

Ausser diesem ergibt sich aus der Betrachtung der im vorhergehenden § unter a. stehenden und aller ihnen ähnlichen Reihen, daß die aus ihnen, nach dem bey b. gesagten, entstehenden Quotienten anfänglich nur und bis auf einen gewissen Grad wachsen, dann aber auf eben dieselbe Art wieder abnehmen, und der letzte allezeit gleich 1 ist. Ist die Anzahl der Glieder der gedachten Reihen ungerade, so kommt unter den Quotienten auch der größte derselben zweymal vor; ist aber diese Anzahl gerade, so erhält man den größten Quotienten nur einmal. Folgende Reihen z. B.

8. 7. 6. 5. 4. 3. 2. 1

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8

geben folgende Quotienten:

8, 28, 56, 70, 56, 28, 8, 1.

Weiß man daher die erste Hälfte der hier zu suchenden Quotienten, so hat man durch die Umkehrung der Ordnung derselben und Hinzufügung einer 1 am Ende auch die andere Hälfte, vorausgesetzt, daß man nach dem gesagten den größten Quotienten entweder einmal oder zweymal nehme.

§. 72.

Nun sey die Frage zu beantworten: Wie viel Zinseszins geben 10000 R^r a 5 pr. C. in 4 Jahren? die Zinstermine von Jahr zu Jahr angenommen. Es giebt hier 4 Zinse.

Der

Der 1te ist 500 R ℓ

— 2te — 25 —

— 3te — $1\frac{1}{2}$ —

— 4te — $\frac{1}{16}$ —

Diese verschiedene Zinse sind in dem gesammten Zinsezins enthalten,

der 1te $\frac{4}{1}$ mal, d. h. 4 mal

— 2te $\frac{4 \cdot 3}{1 \cdot 2}$ — — 6 —

— 3te also — — 4 —

— 4te — — — 1 —

Folglich besteht der gesammte Zinsezins von 10000 R ℓ zu 5 pr. C. in 4 Jahren und 4 Zinsterminen

$$1 \text{ aus } 4 \times 500 \text{ R}\ell = 2000 \text{ R}\ell$$

$$2 \text{ — } 6 \times 25 \text{ — } = 150 \text{ —}$$

$$3 \text{ — } 4 \times 1\frac{1}{2} \text{ — } = 5 \text{ —}$$

$$4 \text{ — } 1 \times \frac{1}{16} \text{ — } = \text{ — } \text{ — } 1 \text{ R}\ell 6 \text{ S.}$$

oder 2155 R ℓ 1 R ℓ 6 S.

Da es hier darauf ankam, den gegangenen Weg deutlich zu beschreiben, so hat bey diesem Exempel manches mit hingesezt werden müssen, was sonst entweder gar nicht, oder doch nicht so reichhaltig aufgeschrieben zu werden braucht. Bedenke man dies, so wird es nicht schwer halten, sich davon zu überzeugen, daß die befolgte Art, wenigstens bey dem ausgerechneten Exempel, fehler anndern nachzusehen sey.

Oft

Oft hat sie indeß beträchtliche Vortheile, welche zu zeigen, zuvor die Beantwortung einer andern Frage nöthig ist.

§. 73.

Wie viel Zinseszins geben 16000 R ℓ a 5 pr. C. in 10 Jahren? die Zinstermine ebenfalls von Jahr zu Jahr angenommen. Es finden hier 10 Zinse statt.

Der	1te	ist	—	800	R ℓ
—	2te	—	—	40	—
—	3te	—	—	2	—
—	4te	—	—	$\frac{1}{10}$	—
—	5te	—	—	$\frac{1}{200}$	—
—	6te	—	—	$\frac{1}{4000}$	—
—	7te	—	—	$\frac{1}{80000}$	—
—	8te	—	—	$\frac{1}{1600000}$	—
—	9te	—	—	$\frac{1}{32000000}$	—
—	10te	—	—	$\frac{1}{640000000}$	—

Diese verschiedene Zinse sind in dem gesammten Zinseszins enthalten.

der	1te	$\frac{10}{1}$ mal, d. h.	10 mal
—	2te	$10 \cdot \frac{9}{2}$	45 —
—	3te	$45 \cdot \frac{8}{3}$	120 —
—	4te	$120 \cdot \frac{7}{4}$	210 —
—	5te	$210 \cdot \frac{6}{5}$	252 —
—	6te	also —	280 —
—	7te	—	320 —
—	8te	—	365 —
—	9te	—	405 —
—	10te	—	450 —

Der

Der gesammte Zinseszins von 16000 R ℓ zu 5 pr. C. in 10 Jahren und 10 Terminen besteht also

1 aus	10	\times	800	R ℓ	=	8000	R ℓ
2 —	45	\times	40	—	=	1800	—
3 —	125	\times	2	—	=	240	—
4 —	210	\times	$\frac{1}{10}$	—	=	21	—
5 —	252	\times	$\frac{1}{200}$	—	=	$1\frac{12}{100}$	
6 —	210	\times	$\frac{1}{4000}$	—	=	$\frac{210}{4000}$	
7 —	120	\times	$\frac{1}{80000}$	—	=	$\frac{120}{80000}$	
8 —	45	\times	$\frac{1}{1800000}$	—	=	$\frac{45}{1800000}$	
9 —	10	\times	$\frac{1}{32000000}$	—	=	$\frac{10}{32000000}$	
10 —	1	\times	$\frac{1}{840000000}$	—	=	$\frac{1}{840000000}$	

oder — — — — — 10062 $\frac{200978201}{840000000}$ R ℓ ,
oder ohngefähr 10062 $\frac{1}{2}$ R ℓ .

Wenn man dieses Exempel nach folgendem Aufsatze: 16000 R ℓ

$\times \frac{21^{10}}{20^{10}}$, rechnen will, so hat man, um 21^{10} zu entwickeln

und seinen Werth 16679880978201 zu finden, wie man es auch immer anfangen mag; eine weitläufige Multiplication nöthig. Das übrige nöthige aber ist freylich eben nicht sehr zusammengesetzt.

§. 74.

Einer der wichtigsten Vortheile bey dieser Art zu rechnen ist, daß man da, wo nicht die allergrößte Schärfe verlangt wird, dieselbe noch sehr verkürzen kann.

Von dem 6ten Zinse an beträgt z. B. §. 73 die ganze Summe der Zinse so wenig, daß eine ohngefähre Schätzung derselben sehr leicht und hinlänglich ist. Ist eine solche ohngefähre Schätzung derjenigen Zinse, deren Summe unbedeutend ist, erlaubt, so ist es vortheilhaft, vor der Bestimmung des ersten, zweiten, dritten Zinses u. s. w. die Zahlen zu suchen, welche anzeigen, wie vielmal jede Art der Zinse in dem gesammten Zinseszins enthalten ist. Ist dies geschehen, so kann man bei der Bestimmung der verschiedenen einzelnen Zinse leicht beurtheilen, welche von denselben zusammengekommen nur ohngefähr geschätzt zu werden brauchen, und man hat alsdann nicht nöthig, diese Zinse alle wirklich zu suchen. In den §. 73 berechneten Exempel hätte der 6te, 7te, 8te, 9te und 10te Zins ungesucht bleiben können.

Ist das zu berechnende Capital so wohl als das gegebene pr. C. so beschaffen, daß man die einzelnen Zinsen leicht finden kann; so hat die betrachtete Art der Berechnung des Zinseszinses vorzüglich einen Werth.

§. 73.

Es ist hier auch noch ein anderer Vorthail möglich, den von Clausberg Dem. Rechenk. S. 1251 §. 1249 eine ganz besondere Art der Auflösung der Aufgabe nennt, der aber eigentlich nichts anders als eine bloße Abkürzung der eben beschriebenen Art der Rechnung ist. Die Wahrheit dieser Behauptung ist daraus klar, weil man dabei ebenfalls

Falls die verschiedenen Zinse, welche zusammen genommen den gesuchten Zinseszins ausmachen, findet, und daraus den gesammten Zinseszins zusammensetzt; und der statt findende Unterschied ist, daß man nicht, wie vorhin, erst jede Art der Zinse einfach und dann ihr vielfaches sucht, sondern das vielfache derselben so gleich findet. Es ist dieser Vortheil allerdings einer genauern Betrachtung werth, zumal da er nach dem bisherigen nicht mehr schwer seyn kann.

§. 76.

Betrachtet man das §. 70 gefagte genau, so überzeugt man sich leicht davon,

a daß der gesammte erste Zins eines Capitals, das auf Zinseszins ausgethan ist, jedesmal dem bey gleichem pr. C. von eben demselben Capitale zu erhaltenden einfachen Zinse eines Jahres oder eines Termines, so vielmal genommen als Zinstermine sind, gleich sey. Man vergleiche die Exempel §. 72 und 73.

b daß der gesammte zweyte Zins eines Capitals, das auf Zinseszins aussteht, jedesmal dem bey halb so großem pr. C. von dem gesammten ersten Zinse zu erhaltenden einfachen Zinse eines Jahres oder eines Termins, einmal weniger genommen als Zinstermine sind, gleich sey.

Steht z. B. ein Capital zu 5 pr. C. und 4 Jahre; so ist der einfache Zins eines Jahres, welcher dem einfachen ersten Zins gleich ist, $\frac{1}{20}$ des Capitals, und der in dem Zinseszins enthaltene gesammte erste Zins $\frac{4}{20}$ desselben. Der zweyte einfache Zins ist $\frac{1}{20 \times 20}$ des Capitals, oder $\frac{1}{20}$ des gesammten ersten Zinses, und der in dem Zinseszins enthaltene gesammte zweyte Zins $2 \times \frac{4 \times 1}{20 \times 20}$ des Capitals, oder $\frac{2}{20 \times 20}$ des gesammten ersten Zinses. Steht ein Capital zu 5 pr. C. und 10 Jahre; so ist der in dem Zinseszins enthaltene gesammte erste Zins $\frac{10}{20}$ des Capitals, der gesammte zweyte Zins aber $\frac{10 \times 9}{2 \times 20 \times 20}$ des Capitals, oder $\frac{9}{2 \times 20}$ des gesammten ersten Zinses. Steht endlich ein Capital zu 6 pr. C. und 5 Jahre; so ist der einfache erste oder einjährige Zins $\frac{3}{10}$ des Capitals, und der in dem Zinseszins enthaltene gesammte erste Zins $\frac{5 \times 3}{10}$ desselben. Der einfache zweyte Zins ist $\frac{3 \times 3}{10 \times 10}$ des Capitals, oder $\frac{3}{10}$ von dem gesammten ersten Zins, und der in dem Zinseszins enthaltene gesammte zweyte Zins $\frac{3 \times 3}{10 \times 10} \times \frac{5 \times 4}{2}$ des Capitals, oder $\frac{3 \times 4}{2 \times 10}$ des gesammten ersten Zinses.

c daß der gesammte dritte Zins eines Capitals, das auf Zinseszins aussteht, jedesmal dem bey $\frac{1}{2}$ des gegebenen pr. C. von dem gesammten zweyten Zins zu erhaltenden einfachen Zins eines Jahrs oder eines Termines, zweymal weniger genommen als Zinsstermine sind, gleich sey.

Alle unter b angeführte Beispiele und in eben der Ordnung genommen; so ist

1. im

1. im ersten Falle, der einfache dritte Zins $\frac{1}{20 \times 20 \times 20}$ des Capitals, oder $\frac{1}{20}$ des gesammten zweiten Zinses, und der in dem Zinsezzinsse enthaltene gesammte dritte Zins $\frac{4 \times 3 \times 2}{2 \times 1 \times 20 \times 20 \times 20}$ des Capitals, oder $\frac{2}{3 \times 20}$ des gesammten zweiten Zinses.

2. im andern Falle, der gesammte dritte Zins $\frac{10 \times 9 \times 8}{2 \times 1 \times 20 \times 20 \times 20}$ des Capitals, oder $\frac{8}{3 \times 20}$ des gesammten zweiten Zinses.

3. im dritten Falle, der einfache dritte Zins $\frac{3 \times 2 \times 1}{20 \times 20 \times 20}$ des Capitals, oder $\frac{1}{20}$ des gesammten zweiten Zinses, und der in dem Zinsezzinsse enthaltene gesammte dritte Zins $\frac{3 \times 2 \times 1}{20 \times 20 \times 20} \times \frac{1 \times 4 \times 3}{2 \times 1}$ des Capitals, oder $\frac{3 \times 1}{3 \times 20}$ des gesammten zweiten Zinses.

Auf eine ähnliche Art kann man nun fortfahren, um für den gesammten in dem jedesmaligen Zinsezzinsse enthaltenen vierten, fünften, sechsten Zins u. s. w. das nöthige zu bestimmen.

§. 77.

Hat man also bei einer Aufgabe den Anzeiger der Veränderung des Capitals zur Findung des einfachen Zinses eines Jahres oder eines Termins gesucht, und multiplicirt darauf seinen Zähler nach und nach mit der Zahl der Termine und allen auf dieselbe in absteigender natürlicher Ordnung bis 1 folgenden Zahlen, den Nenner hingegen auch nach und nach mit eben diesen Zahlen, aber in umgekehrter Reihe dieselben genommen; so erhält man dadurch

- a den Anzeiger der Veränderung des Capitals zur Findung des in dem Zinseszins enthaltenen gesammten ersten Zinses.
- b den Anzeiger der Veränderung des gefundenen gesammten ersten Zinses zur Findung des in dem Zinseszins enthaltenen gesammten zweiten Zinses.
- c den Anzeiger der Veränderung des gefundenen gesammten zweiten Zinses zur Findung des in dem Zinseszins enthaltenen gesammten dritten Zinses, u. s. w. Bei 5 pr. C. & 3. u. 4 Jahren sind diese Anzeiger in der gedachten Ordnung: $\frac{4}{20}$, $\frac{3}{20}$, $\frac{2}{20}$, $\frac{1}{20}$, oder $\frac{1}{5}$, $\frac{3}{20}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{20}$; bei 5 pr. C. und 10 Jahren folgende: $\frac{10}{20}$, $\frac{7}{20}$, $\frac{5}{20}$, $\frac{3}{20}$, $\frac{1}{20}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{20}$, $\frac{1}{40}$, $\frac{1}{80}$, $\frac{1}{160}$ u. welche man ebenfalls, wo es nützlich ist, auf kleinere Zahlen bringen kann, & B. $\frac{10}{20}$ auf $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{20}$ auf $\frac{1}{4}$ u. s. w.; bei 6 pr. C. und 5 Jahren endlich sind diese Anzeiger $\frac{5}{20}$, $\frac{3}{20}$, $\frac{2}{20}$, $\frac{1}{20}$, $\frac{1}{40}$.

§. 78.

Nach diesen Voraussetzungen nun die §. 72 und 73 enthaltenen Fragen zu beantworten; so ergibt sich

- a in Ansehung der Frage §. 72

für

für den ges. 1ten Zins $\frac{1}{2} \times 10000 \text{ Mk} = 2000 \text{ Mk}$

— — 2ten — $\frac{1}{20} \times 2000 = 100$ —

— — 3ten — $\frac{1}{20} \times 100 = 5$ —

— — 4ten — $\frac{1}{20} \times 5 = \frac{1}{4} = 0,25$ —

also der ges. Zinsseszins von $10000 \text{ Mk} = 2155 \text{ Mk} 1 \text{ Sh} 6 \text{ D}$
 a 5 pr. C. in 4 Jahren.

b in Ansehung der Frage §. 73.

für den ges. 1ten Zins $\frac{1}{2} \times 16000 = 8000 \text{ Mk}$

— — 2ten — $\frac{1}{20} \times 8000 = 400$ —

— — 3ten — $\frac{1}{20} \times 400 = 20$ —

— — 4ten — $\frac{1}{20} \times 20 = 1$ —

— — 5ten — $\frac{1}{200} \times 1 = \frac{1}{200}$ —

— — 6ten — $\frac{1}{24} \times \frac{1}{200} = \frac{1}{4800}$ —

— — 7ten — $\frac{1}{37} \times \frac{1}{4800} = \frac{1}{177600}$ —

— — 8ten — $\frac{1}{100} \times \frac{1}{177600} = \frac{1}{17760000}$ —

— — 9ten — $\frac{1}{90} \times \frac{1}{17760000} = \frac{1}{159840000}$ —

— — 10ten — $\frac{1}{200} \times \frac{1}{159840000} = \frac{1}{31968000000}$ —

also der ges. Zinsseszins von $16000 \text{ Mk} = 10062 \frac{200879201}{6400000000}$
 Mk a 5 pr. C. in 10 Jahren.

§. 79.

Hiezu mag nun noch die Beantwortung der Frage kommen: Wie viel Zinsseszins geben 10000 Mk a 6 pr. C. in 5 Jahren? die Zinstermine von Jahr zu Jahr angenommen. In Ansehung dieser Frage ergibt sich nach dem bisherigen

für den ges. 1ten Zins $\frac{3}{10} \times 10000 \text{ Rk} = 3000 \text{ Rk}$

— — 2ten — $\frac{6}{100} \times 3000 = 360$

— — 3ten — $\frac{3}{100} \times 360 = 21\frac{3}{4}$

— — 4ten — $\frac{3}{100} \times \frac{308}{5} = 3\frac{34}{80}$

— — 5ten — $\frac{3}{250} \times \frac{334}{50} = \frac{972}{12500}$

also der gesammte Zins von $10000 \text{ Rk} = 3382\frac{7223}{12500}$
 Rk a 6 pr. C. in 5 Jahren.

§. 80.

Aus einer sorgfältigen Erwägung des bisher gesagten, und insbesondere aus einer aufmerksamen Betrachtung der in den beiden vorhergehenden §§. beantworteten Fragen ergibt sich, daß die so eben beschriebene Art der Rechnung allerdings eine wahre und brauchbare Abkürzung des vor ihr beschriebenen Weges enthalte. Man hat dabei statt zweyer Arten von Zahlen, einmal nemlich derer, welche die verschiedenen in dem gesammten Zinseszins enthaltenen Zins selbst angeben, und zweitens derer, welche anzeigen, wie vielmal jeder dieser Zins in dem gesammten Zinseszins begriffen sey, nur eine Art, nemlich die §. 77 beschriebenen Anzeiger zu suchen, und die Findung dieser Anzeiger ist ausserdem ausserordentlich leicht. Uebrigens kann man auch hier, wenn nicht die größte Schärfe verlangt wird, die bey der unabgekürzten Art mögliche, erlaubte und beschriebene ohngefähre Schätzung der letztern unbedeutenden Zins anwenden.

§. 81.

Nun muß ich (§. 61) von der Art, die erste Gattung der Fragen der Zinſeszinsrechnung (§. 58) zu beantworten, reden, wobei man ſich der Logarithmen bedient. Ich ſetze dabei alles das voraus, was von der Beſchaffenheit und dem Gebrauche der Logarithmen in der Vorrede angeführt worden iſt, und merke außerdem noch vorläufig folgendes an.

So groß der Vortheil iſt, den man in der Zinſeszinsrechnung von dem Gebrauche der Logarithmen in ſolchen Fällen zu erwarten hat, wo die Zahl der Zinſstermine eine beträchtliche Größe hat; ſo unbedeutend wird derſelbe, wenn wenig Zinſstermine, z. B. 3 oder 4 da ſind, ja es verwandelt ſich oft der geſuchte Vortheil in zeitraubende Unbequemlichkeit. Wollte man daher in dieſem Falle ſich der Logarithmen bedienen, ſo würde man der Abſicht, um welcher willen ſie berechnet und in Tafeln gebracht ſind, der Abſicht nemlich der Erleichterung und Verkürzung der Rechnungen, gerade zuwider handeln. Es kann alſo das folgende auch nur bei der Beantwortung ſolcher Fragen nützlich ſeyn, in welchen eine beträchtliche Zahl der Termine 8 oder 10 u. ſ. w. z. B. vorkommen; da aber dieſe Fragen häufig ſind, ſo bleibt daſſelbe gleichwohl wichtig.

Marcus Martini zeigt in seinem arithmetischen Wegweiser, oder vollständigen practischen Anweisung zur Rechenkunst, Berlin 1776. in der gemeinen Zinsrechnung S. 234 f. daß man selbst viele Aufgaben der gemeinen Zinsrechnung, sehr leicht nebst allen Exempeln der Regel de Tri durch die logarithmische Tabellen verfertigen könne. Man findet daselbst auch folgende Aufgaben: Einer lehnet 900 R^r zu 5 pr. C. auf 1 Jahr aus, wie viel wird er mit Capital und Zins wieder empfangen? Einer lehnet dem andern zu 6 pr. C. auf 8 Monat 4000 R^r, was betragen die Zinsen? vermittelst der Logarithmen aufgelöst. So weit kann man kommen, wenn man Vortheile, die nur unter gewissen Umständen Vortheile sind, als allgemeine Vortheile betrachtet, so weit, sage ich, kann man durch diesen Fehltritt verleitet werden, daß man zur Ausrechnung solcher Fälle, die sich im Kopfe berechnen lassen, logarithmische Tabellen vorschlägt oder verlangt. Bey den Aufgaben, die Martini in der Zinseszinsrechnung vermittelst der Logarithmen auflöst, steht ein Capital 20 Jahre aus, und da ist allerdings der Gebrauch der Logarithmen vortheilhaft.

Ich bediene mich bey logarithmischen Rechnungen des vortreflichen *Recueil de Tables logarithmiques, trigonometriques et autres necessaires dans les Mathematiques pratiques*, von J. E. Schulzen, Mitgliede der Königl. preussl. Academie der Wissenschaften, welcher zu Berlin 1778 in 2 Octavbänden herausgekommen ist.

§. 82.

Gesetzt also, daß man die §. 78 b. und §. 73 bereits auf eine zwiefache Art beantwortete Frage: Wie
viel

viel Zinseszins geben 16000 R ℓ zu 5 pr. C. in 10 Jahren? die Zinstermine von Jahr zu Jahr angenommen; nun auch vermittlest der Logarithmen beantworten wollte; so würde, da man die Summe des Capitals und des Zinseszinses bey der gesetzten Zeit nach dieser Formel $16000 \text{ R}\ell \times \frac{21^{10}}{20^{10}}$, und den Zinseszins durch Abziehung des Capitals von dem erhaltenen findet, die Rechnung seyn:

$$\text{£. } 21 = 1,3222193$$

$$\text{davon subtr. £. } 20 = 1,3010300$$

$$\text{so kommt £. } \frac{21}{20} = 0,0211893, \text{ wovon}$$

$$\text{der £. } \frac{21^{10}}{20^{10}} \text{ das 10fache, also } = 0,2118930$$

$$\text{dazu addirt, £. } 16000 = 4,2041200$$

$$\text{so erhält man } 4,4160130$$

den Logarithmen von 26062,31 u. w.

hievon abgezogen 16000

bleiben 10062,31 R ℓ Zinseszins.

Ganz genau wird freylich der Zinseszins hier selten gefunden, allein in den im Leben vorkommenden Fällen sind die Umstände mehrentheils von der Art, daß der statt findende Fehler nur die Tausendtheile treffen darf, und

und diese sind z. B. bey Thalern eben nicht oft in Anschlag zu bringen.

§. 83.

Mehrere Exempel halte ich nicht für nöthig, den Gebrauch der Logarithmen bey der Auflösung der bisher betrachteten Aufgaben der Zinseszinsrechnung zu erläutern. Was solche Fälle betrifft, als Leonh. Euler im ersten Theile seiner lesenswürdigen vollständigen Anleitung zur Algebra, Petersburg, 1771, im 3ten Abschn. im 13ten Capitel §. 549. abhandelt: Ein Capital von 1 M. zu 5 pr. C. bleibt 500 Jahr lang stehen, da inzwischen die jährliche Zinse immer dazu geschlagen werden: es fragt sich, wie groß dieses Capital nach 500 Jahren seyn werde? was dergleichen Fälle anbetrifft, so wird sich weiter unten eine bequeme Gelegenheit finden, das dazu erforderliche beizubringen. Es wird Zeit, von den zur Zinseszinsrechnung, und zwar zu den bereits betrachteten Fragen derselben, gehörigen Tabellen zu reden.

§. 84.

Es giebt deren verschiedene Arten. In dem 1ten Stücke der Ungerischen oben genannten Beyträge findet sich eine nach S. 182. Sie ist auf 5 pr. C. und 50 jährige

jährige Termine eingerichtet, und enthält auf zwey Seiten, die man mit einem Blitze übersehen kann, das Capital, welches man durch den Zinseszins nach 1, 2, 3, 4 u. s. w. bis 50 Jahren von 1 \mathcal{R} erhält, und zwar in \mathcal{R} , Mgr. und S. Diese Tabelle ist derjenigen ähnlich, welche Süßmilch vom Deparcieur entlehrt hat. Es ist dieselbe in der Sammlung der Tabellen, die dem 2ten Theile seiner göttlichen Ordnung in den Veränderungen des menschlichen Geschlechts, Berlin 1778 angehängt ist, die 27te, und zeigt: wie sich 100 Livres nach einer gewissen Anzahl von Jahren vermehrt haben, wenn man den Zins und den Zins vom Zins darin mit einbegreift. Der Zins ist ebenfalls zu 5 pr. C. gerechnet, und die Termine ein Jahr von einander entfernt angenommen worden, auch geht diese Tabelle, wie jene, bis 50 Jahr.

S. 85.

Um dasjenige, was ich von der Verfertigung und dem Gebrauche dieser Tabellen zu sagen habe, gehörig deutlich machen zu können, will ich von jeder den Anfang hersehen. Der Anfang der Ungerischen Tabelle ist

1 Thaler verinteressirt sich Zinsen auf Zinsen
gerechnet zu 5 pr. C.

In Jahren	R ℓ	M ℓ	S
I	1	1	6 $\frac{3}{4}$
II	2	3	5 $\frac{11}{16}$
III	3	5	5 $\frac{22}{128}$
IV	4	7	6 $\frac{7}{16}$
V	5	9	7 $\frac{21}{100}$
VI	6	12	8 $\frac{142}{1000}$

Der Anfang der Deparcieussischen Tabelle bey Süßmilch.
aber

Jahre	Libres	Sous	Deniers
1	105	0	0
2	110	5	0
3	115	15	1
4	121	11	0
5	127	12	0
6	134	0	3

§. 86.

Die Verfertigung beyder Tabellen und aller ihnen ähnlichen ist mühsam, und für jedes Jahr wird eine besondere Rechnung erfordert. Man kann sich hie nicht, nachdem man den Zins für eine kleine Zeit gefunden hat; so wie bey den ähnlichen Tabellen der gemeinen Zinsrechnung, durch eine bloße Addition oder Multiplication helfen, um daraus den Zins für grössere Zeiten herzuleiten; es lehret dies die Natur der Sache und eine genaue Betrachtung der vorstehenden Tabellen. Uebrigens sind die Regeln, welche man jedesmal zu befolgen hat, bereits hinlänglich erklärt worden, und es ist also nur noch zu bemerken, daß man sich hier auch, ohne merklichen Nachtheil, der öftern Anwendung der einfachen Regel de Tri bedienen könne.

§. 87.

Der Gebrauch dieser Tabellen besteht darin, daß man, wenn dieselben zur Hand sind, daraus das nöthige nimmt, um den verlangten Zinseszins eines Capitals, das zu 5 pr. C. aussteht, und wovon die Zinsen von Jahr zu Jahr gerechnet werden, durch einmalige Anwendung der Regel de Tri zu finden. Der Anzeiger der Veränderung des Capitals zur Findung des Zinseszinses hat nemlich zum Nenner, in der Ungerischen Tabelle stets 1, und in der Deparcleusschen stets 100, und
zum

zum Zähler in beiden die Zahl, welche neben der gegebenen Anzahl der Jahre steht. Würde z. B. gefragt, wie viel 2000 R ℓ a 5 pr. C. in 5 Jahren Zins geben; so wäre der Aufsatz

1. nach der Ungerischen Tabelle

$$2000 \text{ R}\ell \times \frac{1 \text{ R}\ell \ 9 \text{ Mg} \ 155 \text{ S}}{1 \text{ R}\ell}$$

2. nach der Deparcieusischen Tabelle

$$2000 \text{ R}\ell \times \frac{127 \text{ Lib.} \ 12 \text{ So.}}{100 \text{ Lib.}}$$

Auf die aus diesen Aufsätzen erhellende Art kann man aber allerdings verfahren, denn es ist auch bei dem Zinseszins, wenn Zeit und pr. C. nicht geändert werden, der Zinseszins so vielmal grösser, als das Capital vielfach genommen wird, und desto kleiner, je kleiner man das Capital voraussetzt.

§. 88.

Es fällt aus den im vorhergehenden §. befindlichen Aufsätzen schon in die Augen, daß zur völligen Beantwortung der zugehörigen Frage gleichwohl oft noch weitläufige Rechnungen nöthig sind; und dies wird die Ausrechnung selbst noch deutlicher zeigen. Wenn nun vollständig dazu kommt, wie bei dem gegenwärtigen Falle, daß die Tabellen fehlerhaft sind? — Es ist die Rechnung nach der Ungerischen Tabelle

$$2000 \text{ R} \times 1 \text{ R} 9 \text{ M} 7 \frac{11}{100} \text{ S}$$

 73582000

 1 R

 183955

 30659 $\frac{1}{8}$

 1 R

 1 R

 2554 $\frac{67}{100}$ R

 45 M

 36 M

 367 S

 288 S

 36791

 28800 = 100 \times 6 \times 12

Ober nach der Deparcieus'schen Tabelle:

$$2000 \text{ R} \times \frac{127 \text{ L. } 12 \text{ S.}}{100 \text{ L.}}$$

 1

 127 L.

 100 L.

 2552 R

 2552 S.

 2000 S.

Wie weitläufig ist die nach den Tabellen noch nöthige Rechnung! und welch ein Unterschied zwischen beyden gefundenen Zinseinsinsen! Nach der zusammengesetzten Regel de Tri gerechnet, wird das Exempel folgendes:

$$2000 \text{ R} \times \frac{21}{20} = \frac{4084101}{3100000}$$

 8168202000

 27128

 22 1

 2552 $\frac{2}{100}$ R.

Der gedachte Unterschied rühret daher, daß in der Englischen Tabelle bey 5 Jahren 1 R 9 M 7 $\frac{11}{100}$ S,
 S und

und in der Süßmilch'schen 127 L. 12 S. 6 D. stehen sollte.

§. 89.

Das bisherige vorausgesetzt, so ist eine vollständige Beurtheilung der beschriebenen Tabellen, die wegen des Gebrauchs nothwendig ist, den man von ihnen zu machen Gelegenheit haben kann, leicht. Bei dem am Ende des Vorhergehenden §. angezeigten Fehler verweile ich nicht, er ist zufällig, und trifft das Wesen der Tabellen nicht; aber folgendes verdient erwogen zu werden. Es sind in der Ungerischen Tabelle die Brüche der Q nicht ganz gesetzt, und in der Süßmilch'schen Tabelle fehlen die Brüche der Den. durchaus. Fände daher auch der angezeigte Fehler nicht statt; stünde in der Ungerischen auch bei 5 Jahren 1 R^h 9 M^h 7 $\frac{56}{100}$ Q, und in der Süßmilch'schen 127 L. 12 S. 6 Den.: so fehlten doch in jener 0,00909 Q und in dieser $\frac{123}{200}$ Den. Nun bedeuten zwar diese Fehler bei den Summen, woben sie ausgelassen sind, nicht so viel, daß sie da nicht ausgelassen werden könnten; allein man schließt von diesen Summen oft auf andere, die von ihnen das vielfache sind, und dann vermehrt sich der Fehler der Tabellen in der Rechnung in eben dem Grade. $\frac{3}{4}$ Den. \times 20 f. B. 1 S. 3 Den.; so viel und drüber betrüge beim Gebrauche der Süßmilch'schen Tabellen der Fehler bei 2000 L., und um so viel sich zu versehen, muß wenigstens zu vermeiden seyn. Wenn
man

man sich also dieser oder ähnlicher Tabellen bedienen wollte, so müßten darin außerdem, daß sie durchaus ohne Druck- und Uebersetzungsfehler seyn müßten, auch die Brüche bey den niedrigsten Münzsorten vollständig hinzugefügt worden seyn. Wäre dies geschehen, so könnte man bey dem Gebrauche die Brüche entweder ganz weglassen, oder einen Theil derselben, oder die ganzen Brüche nehmen, je nachdem die Umstände es erforderten.

§. 92.

Besser als die bisher betrachtete Art sind solche Tabellen, als von Clausberg in der schon öfters behandelten demonstrativen Rechenkunst S. 1244 bis zu 20 Jahren für 5 pr. C. gegeben hat, ob sie sich gleich in Ansehung des Gebrauchs, den man davon zu machen hat, von den vorhergehenden nicht unterscheiden. Die Clausbergische Tabelle ist folgende.

Ein Capital von 10000000 giebt mit Zinseszins zu 5 pr. C. nach 1 Jahre 105000000 .

— 2 — 110250000 .

— 3 — 115762500

— 4 — 121539625

— 5 — 127628156

— 6 — 134009564

— 7 — 140719042

— 8 — 147745544

§ 3

— 9

— 9 —	155132822
— 10 —	162889463
— 11 —	171033036
— 12 —	179585633
— 13 —	188564916
— 14 —	197993162
— 15 —	207892820
— 16 —	218287461
— 17 —	229201834
— 18 —	240664926
— 19 —	252695022
— 20 —	265329773

Von der Verfertigung dieser Art Tabellen ist nach §. 86 nicht weiter nöthig zu reden.

§. 9L

Den Gebrauch der zehnthelligen Weichte vorausgesetzt, so läßt sich diese Tabelle leicht in folgende verwandeln. Wenn ein Capital a 5 pr. C. auf Zinseszins aussteht; so ist für

den Zinseszins und das Capital von 1 Jahr	der Anzeiger der Ver- änderung des Capitals
— 1 —	1,05
— 2 —	1,1025
— 3 —	1,157625
— 4 —	1,21550625

—	5	—	1,27628156
—	6	—	1,34009564
—	7	—	1,40710042
—	8	—	1,47745544
—	9	—	1,55132822
—	10	—	1,62889463 u. f. w.

Man könnte auch diese Anzeiger durch die Verwandlung der Ausdrücke $\frac{21}{20}, \frac{21^2}{20^2}, \frac{21^3}{20^3}, \frac{21^4}{20^4}$ u. f. w. in zehnthellige Brüche, und, wenn man wollte, noch weiter als hier geschehen, finden; zu einer grössern Genauigkeit führt wenigstens dieser Weg, denn es kann dabei das ausgelassene bei dem einen Anzeiger nie auf den andern einfließen. Je nachdem in den vorkommenden Aufgaben ein grosses oder kleines Capital statt findet, je nachdem muß man von den Anzeigern viel Zahlen nehmen, oder kann mit wenigen auskommen. Das §. 87. und 88. stehende Exempel wäre, wenn man diese Tabelle gebrauchte,

$$2000 \text{ R\ddot{u}} \times \begin{array}{r} 1,27628156 \\ \hline 2552,56312 \text{ R\ddot{u}} \end{array}$$

oder

$$2000 \text{ R\ddot{u}} \times \begin{array}{r} 1,276281 \\ \hline 2552,562 \text{ R\ddot{u}} \end{array}$$

Der Fehler bey der 2ten Ausrechnung kann nicht 0,002 eines \mathcal{R} betreffen, und kommt also nicht in Anschlag. Bey dieser Einrichtung der Tabelle hat man den Nenner des Anzeigers nicht zu schreiben, und dieser Vortheil ist nicht zu verachten.

§. 92.

Man kann sich aber auch einer logarithmischen Tabelle bedienen, die den Vorzug vor allen übrigen hat, daß sie sich leicht und geschwind verfertigen läßt. Um zuvörderst die Beschaffenheit und Verfertigung einer solchen Tabelle zu beschreiben, so sey das pr. C., zu welchem sie gehören soll, 5. Die Tabelle muß die Logarithmen der Anzeiger der Veränderung des Capitals zur Findung des Capitals nebst dem Zinse und Zinseszins enthalten. Fängt man von 1 Jahre an, so sind alle folgende Logarithmen, und zwar nach der Zahl der Jahre, zu welchen sie gehören, das vielfache von dem ersten, und wie man den ersten finde, ist bekannt. Man thut aber wohl, wenn man sich hier solcher Logarithmen bedient, die auf mehr als 7 Decimalstellen berechnet worden sind. Da also

$$\mathcal{L}. 21 = 1,322219294733919$$

$$\text{und } \mathcal{L}. 20 = 1,301029995663981$$

so ist $\mathcal{L}. \frac{21}{20} = 0,021189299069938$, und es ergiebt sich daher für den Zinseszins zu 5 pr. C. folgende Tabelle.

Zahl

Zahl der Jahre Logarithmen des Anzeigers
der Veränderung des Capitals

1	—	—	0,021189299069938
2	—	—	0,042378598139876
3	—	—	0,063567897209814
4	—	—	0,084757196279752
5	—	—	0,105946495349690
6	—	—	0,127135794419628
7	—	—	0,148325093489566
8	—	—	0,169514392559504
9	—	—	0,190703691629442
10	—	—	0,211892990699380
11	—	—	0,233082289769318
12	—	—	0,254271588839256
13	—	—	0,275460887909194
14	—	—	0,296650186979132
15	—	—	0,317839486049070
16	—	—	0,339028785119008
17	—	—	0,360218084188946
18	—	—	0,381407383258884
19	—	—	0,402596682328822
20	—	—	0,423785981398760
21	—	—	0,444975280468698
22	—	—	0,466164579538636
23	—	—	0,487353878608574
24	—	—	0,508543177678512

25	—	—	0,529732476748450
26	—	—	0,550921775818388
27	—	—	0,572111074888326
28	—	—	0,593300373958264
29	—	—	0,614489673028202
30	—	—	0,635678972098140 u. f. w.

§. 93.

Der Gebrauch dieser Tabelle besteht darin, daß man daraus den jedesmal nöthigen Logarithmen des Anzeigers nimmt. Die Summe dieses Logarithmen und des Logarithmen des Capitals ist der Logarithme der Zahl, welche die Grösse des Capitals anzeigt, zu welcher das gegebene in der bestimmten Zeit durch den Zinseszins zu 5 pr. C. gewachsen ist. Man hat aber bey diesem Gebrauche nur dann nöthig, die Logarithmen in mehr als 7 Decimalstellen zu nehmen, wenn die Anzahl der Termine sehr groß angenommen wird.

In den Schulzischen logarithmischen Tabellen ist der Logarithme von 20 gleich 1,3010300, und mußte daselbst auch so groß gesetzt werden, und aus eben dem Grunde ist der Logarithme von 21 gleich 1,3222193 angenommen worden. Hätte man indeß bey der Tabelle §. 92 diese Logarithmen zum Grunde gelegt, so hätten daraus in der Folge beträchtliche Fehler entstehen können, wovon ich ein jeder leicht überzeugen kann.

§. 94.

Was man auch für einer Tabelle ſich bediene, es iſt aber der Gebrauch derſelben, inſondere der beyden leſtern; jedem der oft Zinſeszinſe zu berechnen hat, anzurathen; ſo findet man jederzeit die Summe des Capitals und des Zinſeszinſes. Will man daher den Zinſeszins allein wiſſen, ſo muß noch von dem gefundenen das gegebene Capital abgezogen werden.

§. 95.

Wenn der Zinſeszins zu einem andern pr. C. berechnet werden ſoll, ſo werden dazu auch andere Tabellen erfordert. Es iſt aber nicht nöthig, von dieſen Tabellen mehr zu ſagen, als daß man ſie durchaus auf eine ähnliche Art verfertigen könne, und daß alle dabey nöthige Veränderung bloß den zu nehmenden Anzeiger treffe. Auch kann man, die logarithmiſche Tabelle ausgenommen, dieſelben aus jeder ſchon verfertigten durch bloße Multiplication und Diviſion erhalten. Aus der Tabelle §. 91 z. B. erhält man die nöthige für 6 pr. C., wenn man alle Anzeiger derſelben mit $\frac{6}{100}$ multiplicirt. Auf eine ähnliche Art verfährt man in den übrigen Fällen.

§. 96.

Was nun den Fall betrifft, wenn die Zinſstermine nicht von Jahr zu Jahr, ſondern von einem halben

halben oder Vierteljahr zum andern beſtgeſetzt werden; ſo macht derſelbe zwar einige, aber keine groſſe Veränderung der bisher erklärten Regeln nothwendig. So vielmal kleiner nemlich der Zeitraum zwischen zwei Zinsterminen angenommen wird, eben ſo vielmal kleiner wird auch das für jeden Zinstermin zu rechnende pr. C., und dagegen die Zahl der Termine, wenn die Zeit des Ausſtehens des Capitals dieſelbe bleibt, eben ſo vielmal gröſſer. Stehen z. B. 1000 Rth, wie §. 60, a 5 pr. C. 4 Jahr, und ſoll der Zins alle halbe Jahr berechnet und zum Capitale geſchlagen werden; ſo iſt das pr. C. für jeden Termin $\frac{5}{2}$, oder $2\frac{1}{2}$, und die Zahl aller Zinstermine in 4 Jahren 2×4 , oder 8. Man hat alſo in dem gedachten Falle nur nöthig, jedesmal erſt nach den ſtatt findenden Angaben die Zahl der Zinstermine, und das für jeden Termin zu rechnende pr. C. beſt zu ſetzen, und alsdann nach den bisherigen Regeln zu verfahren. Das angeführte Exempel z. B. giebt nach der beſchriebenen Beſtimmung die Frage: Wie viel Zinſeszins geben 1000 Rth a $2\frac{1}{2}$ pr. C. in 8 Terminen? zu deren Beantwortung bereits alles erforderliche geſagt worden iſt.

§. 97.

Die Beantwortung kann nemlich durch folgende Rechnungen erhalten werden:

1. a Mit Hülfe der zuſammengeſetzten Regel de Tri

1000 Rth

$$1000 \text{ R} \times \frac{41^8}{40^8} = \frac{798492522121}{6111600000000}$$

7984925229121000	1218 R
24323094	
220778	
265660	
8724	
30	
26	

10561716484

63370228904	9418782224 R
98238	
4497	
38	

Der Zinseszins allein ist also 218 R 9 R und
 ohngefähr 8 R.

b Auf die ferner erklärte Art.

1. ohne die hinterher gezeigte Verkürzung

Von 1000 R a $2\frac{1}{2}$ p. a. beträgt

der 1te Zins 25 R

— 2te — $\frac{1}{2}$

— 3te — $\frac{1}{4}$

— 4te — $\frac{1}{8}$

— 5te — $\frac{1}{16}$

— 6te — $\frac{1}{32}$

— 7te — $\frac{1}{64}$

— 8te — $\frac{1}{128}$

Ferner

Berner ist in dem gesammten Zinseszins von 1000 R ℓ a $2\frac{1}{2}$ pr. C. in 8 Terminen enthalten

der 1te Zins	8mal	=	200 R ℓ
— 2te —	28 —	=	17 $\frac{1}{2}$
— 3te —	56 —	=	$\frac{7}{8}$
— 4te —	70 —	=	$\frac{7}{80}$
— 5te —	56 —	=	$\frac{7}{11200}$
— 6te —	28 —	=	$\frac{7}{1024000}$
— 7te —	8 —	=	$\frac{7}{26848000}$
— 8te —	1 —	=	$\frac{7}{2147380000}$

und der ges. Zinseszins von 1000 R ℓ a $2\frac{1}{2}$ pr. C. in 8 Term. $218 \text{ R}\ell \text{ } 9\frac{418789204}{2147380000} \text{ R}$

Man kann hier, ohne einen merklichen Fehler zu begehen, $\frac{7}{11200}$, $\frac{7}{1024000}$, $\frac{7}{26848000}$ und $\frac{7}{2147380000}$ vom Anfang an weglassen.

2. mit dieser Verfügung

Für 1000 R ℓ a $2\frac{1}{2}$ pr. C. in 8 Terminen sind die nöthigen Anzeiger der Veränderung so wohl des Capitals als der nach und nach zu erhaltenen gesammten verschiedenen Zinse in der bekannten Ordnung $\frac{3}{40}$, $\frac{7}{80}$, $\frac{5}{120}$, $\frac{1}{20}$, $\frac{2}{300}$, $\frac{1}{40}$, $\frac{2}{320}$, $\frac{1}{120}$, oder $\frac{1}{40}$, $\frac{7}{80}$, $\frac{5}{120}$, $\frac{1}{20}$, $\frac{1}{40}$, $\frac{1}{80}$, $\frac{1}{40}$, $\frac{1}{120}$; und die in dem verlangten Zinseszins enthaltene gesammte verschiedene Zinse

$$1. \frac{7}{100} \times 1000 \text{ R} = 200 \text{ R}$$

$$2. \frac{7}{100} \times 200 = 17\frac{1}{2} \text{ R}$$

$$3. \frac{7}{100} \times 17\frac{1}{2} = \frac{7}{8} \text{ R}$$

$$4. \frac{7}{100} \times \frac{7}{8} = \frac{7}{112} \text{ R}$$

also der gef. Zinſeszins von 1000 R $\frac{7}{100}$ pr. C. in 8 Term. $= 218 \text{ R}$, u. ohngef. 8 R.

Der 5te geſammte Zins wäre $\frac{7}{100} \times 218 \text{ R} = 15\frac{26}{100} \text{ R}$, welches zu wenig iſt, als daß es in Anſchlag kommen könnte. Noch mehr findet dies bey den übrigen ausgelassenen Zinſen ſtatt.

• Mit Hülfe logarithmiſcher Tafeln.

$$\text{Es iſt } L. 41 = 1,6127839$$

$$\text{und } L. 40 = 1,6020600$$

$$\text{also } L. \frac{41}{40} = 0,0107239, \text{ wovon}$$

$$\text{das 8fache } = L. \frac{41^8}{40^8} = 0,0857912, \text{ und}$$

$$\text{dazu den } L. 1092 = 3,0000000$$

ſo kommt der L. der gef. Zahl $= 3,0857912$.

Zu dieſen Logarithmen findet man in den Tafeln 1218,4 R; welches bis auf einige Pfennige mit dem obigen übereinſtimmt. Man könnte aber auch noch die Hunderttheile der gefundenen Zahl ſuchen, wodurch

durch in dem gegenwärtigen Falle alle erforderliche Genauigkeit erhalten würde.

§. 98.

Endlich ist auch der Fall zu betrachten, wenn der Zinsezins eines Capitals bei einer gebrochenen Zahl der Termine zu berechnen gegeben wird. Es gehöret dahin die Frage: Wie viel Zinsezins erhält man von 10000 Mk. zu 5 pr. C. in $3\frac{1}{2}$ Jahren? die Zinstermine von Jahr zu Jahr angenommen. Alle dergleichen Aufgaben lassen sich vorzüglich auf eine dreyfache Art auflösen. Denn

1. kann man vermittelst der zusammengesetzten Regel de Tri seinen Endzweck erreichen. In diesem Falle ist die zur Beantwortung der aufgeworfenen Frage nöthige Rechnung:

$$10000 \text{ Mk.} \times \frac{21}{20} \times \frac{11}{10} = \frac{768661}{10000}$$

$$\begin{array}{r|l} 7686630000 & 12010 \text{ Mk.} \\ 22 \quad 2 & \end{array}$$

92

882

70

4

482

62

3

3 96

$7\frac{1}{2}$ S.

Wegen

Wegen des letzten Factors des Anzeigers, $\frac{21}{20}$, siehe man S. 51 nach. Der Zinssatz übriges allein kann aus dem gefundenen leicht hergeleitet werden.

- b Kann man stückweise zuvörderst die Summe suchen, zu welcher das gegebene Capital in den ganzen Terminen steigt, und dann aus dieser Summe das eigentlich verlangte finden. Bei der vorhergehenden Frage stehen zu bleiben, so ist

$$10000 \text{ R} \times \frac{21^3}{20^3} (= \frac{9261}{8000}) = 11576\frac{1}{4} \text{ R}$$

Nun findet man aus $11576\frac{1}{4} \text{ R}$ das obige also:

$$11576\frac{1}{4} \text{ R} \times \frac{11}{10}$$

$$34728\frac{1}{4}$$

$$92610$$

$$1069828\frac{1}{4}$$

$$+ \quad \frac{112}{1000}$$

$$112$$

$$650$$

$$5$$

$$12010 \text{ R}$$

$$8 \text{ R } 7\frac{1}{2} \text{ S.}$$

- c Kann man sich der Logarithmen bedienen, und zwar in dem schon berechneten Exempel auf folgende Art.

$$\text{Es ist } L. 21 = 1,3222193$$

$$\text{und } L. 20 = 1,3010300$$

$$\text{also } L. \frac{21}{20} = 0,0211893$$

$$\text{und } L. \frac{21^3}{20^3} = 0,0635679$$

$$\text{Ferner ist } L. 83 = 1,9190781$$

$$\text{und } L. 80 = 1,9030900$$

$$\text{also } L. \frac{83}{80} = 0,0159881$$

$$\text{und } L. \frac{21^3}{20^3} + L. \frac{83}{80} = 0,0795560$$

$$\text{dazu } L. 10000 = 4,$$

$$\text{so kommt } = 4,0795560; \text{ wozu man}$$

aus den Tafeln bey Anwendung der Regeln von der Zinsung der zu gegebenen Logarithmen gehörigen Zahlen, wenn die Logarithmen nicht genau in den Tafeln stehen, die Zahl 12010,36 findet.

Man kann auch, wenn die Umstände es erlauben, einen Theil der Ausrechnung mit Hülfe der Logarithmen, und den andern Theil ohne dieselben vollenden. Man könnte sich z. B. die Rechnung bey b sehr erleichtern, wenn man 11576 $\frac{1}{2}$ R ℓ vermittlest der logarithmischen Tafeln suchte. Uebrigens durften der Vollständigkeit wegen die gebrochenen Zinstermine zwar nicht völlig übergangen werden; allein ausführlicher davon zu reden

reden, wäre überflüssig, da die Fälle, wo sie statt finden, außerordentlich selten sind.

§. 99.

Ich komme zu der zweiten Hauptfrage der Zinsezinsrechnung, zur Bestimmung des Capitals, das erfordert wird, um aus demselben bey einem gegebenen pr. C. durch den Zinsezins in einer gewissen Zeit ein bestimmtes größeres Capital zu erhalten. Auch diese Bestimmung ist wichtig, da die Frage: Wie viel Geld muß man anlegen, um durch den Zinsezins zu einem gewissen pr. C. dasselbe in einer bestimmten Zeit zu einer verlangten und gegebenen Summe zu erhöhen; unter gewissen Umständen oft vorkommen kann: und es ist daher auch hier nöthig, die Art der Beantwortung dieser Frage vollständig zu beschreiben.

§. 100.

Um von dem Falle anzufangen, wenn die Zahl der Termine eine ganze Zahl, und das pr. C. für jeden einzelnen Termin gegeben ist; so muß, da die anzulegende Summe, multiplicirt mit derjenigen Dignität des Anzeigers der Veränderung des Capitals zur Findung des Zinses, deren Exponent der Zahl der Termine gleich ist, die verlangte und gegebene Summe geben muß, umgekehrt diese bekannte Summe, multiplicirt mit dem

umge-

umgekehrten Anzeiger eben derselben Dignität jene anzulegende Summe geben. So werden z. B. aus 16000 R ℓ zu 5 pr. C. in 10 Jahren, bei jährigen Terminen und Zinseszins 26062 $\frac{200278201}{48000000}$ R ℓ , und diese Summe erhält man durch Entwicklung des Ausdrucks,

$$16000 \text{ R}\ell \times \frac{21^{10}}{20^{10}};$$

umgekehrt muß man also aus 26062 $\frac{200278201}{48000000}$ R ℓ jene 16000 R ℓ wieder finden, wenn man diesen Ausdruck entwickelt,

$$26062\frac{200278201}{48000000} \text{ R}\ell \times \frac{20^{10}}{21^{10}}.$$

Der Grund hievon liegt in den Sätzen: Ein Product, durch den einen seiner Factoren dividirt, ist dem andern Factor gleich; und: Ein Quotient, mit dem Divisor multiplicirt, giebt den Dividend; und die angeführte Behauptung ist also hinlänglich bewiesen.

§. 101.

Bei der Aehnlichkeit, welche der zweite Hauptfall der Zinseszinsrechnung mit dem ersten Hauptfalle hat, kann es nicht anders seyn, es müssen die Aufgaben desselben auf eben dieselbe und auf eben so verschiedene Art aufgelöst werden können, als die zu dem ersten Hauptfalle gehörigen und bisher betrachteten Aufgaben. Die Art also, wegen ihrer Weitläufigkeit, bey Seite gesetzt, welche die

eine

einfache Regel de Tri mehrere Male anwendet; so bleiben folgende übrig.

- a Die Auflösung vermittelst der zusammengesetzten Regel de Tri. Die Ausrechnung des §. 100 stehenden Exempels ist dabey

$$26062\frac{200278201}{2400000000} \text{ R\ddot{e}} \times \frac{20^{10}}{21^{10}}. \text{ Da nun}$$

20^{10} so viel ist als 10240000000000, und

21^{10} so viel ist als 16679880978201; so erhält man

aus $26062\frac{200278201}{2400000000} \text{ R\ddot{e}} \times 10240000000000$

die Summe von 266878095651216000 R\ddot{e}, und

$$\text{aus } \frac{266878095651216000}{16679880978201} \text{ R\ddot{e}} \text{ endlich}$$

16000 R\ddot{e}, die nöthige Summe, um durch Anlegung derselben auf Zinseszins zu 5 pr. C. in 10 Jahren und bey jährigen Terminen $26062\frac{200278201}{2400000000} \text{ R\ddot{e}}$ zu erhalten.

Kürzer ist zwar diese Art als die gänzlich ausgelassen; allein wie weitläufig nicht doch noch? Man überlege nur die nöthigen Multiplicationen und Division, die, den Raum zu ersparen, nicht hingesezt sind. Ist indeß die Zahl der Termine nicht so groß, so ist auch die nöthige Arbeit so vielfach nicht, und man kann sich daher dieser Art bey einer geringen Anzahl von Terminen schon bedienen.

§. 102.

b Kann man auch auf folgende Art zu seinem Zwecke gelangen. Man rechnet: Wenn ein Capital 10 Jahre zu 5 pr. C. und bey jährigen Terminen auf Zinfeszins aussteht; so besteht der gesammte Zinfeszins aus zehn verschiedenen Arten Zinsen, und es ist

					vom Capital
der 1te Zins	—	—	—	—	$\frac{1}{2}$
— 2te	—	vom 1ten Zinse	$\frac{2}{40}$		$\frac{2}{80}$
— 3te	—	— 2 -	$\frac{4}{30}$		$\frac{3}{200}$
— 4te	—	— 3 -	$\frac{7}{80}$		$\frac{27}{28000}$
— 5te	—	— 4 -	$\frac{3}{30}$		$\frac{63}{800000}$
— 6te	—	— 5 -	$\frac{1}{24}$		$\frac{21}{8400000}$
— 7te	—	— 6 -	$\frac{1}{33}$		$\frac{3}{33000000}$
— 8te	—	— 7 -	$\frac{3}{180}$		$\frac{2}{3120000000}$
— 9te	—	— 8 -	$\frac{1}{90}$		$\frac{1}{31200000000}$
— 10te	—	— 9 -	$\frac{1}{200}$		$\frac{1}{10240000000000}$

Bringt man nun alle für die in dem gesammten Zinfeszins enthaltene einzelne Zinse gefundene Theile des Capitals auf einenley Nenner; so erhält man

51200000000000

11520000000000

15360000000000

13440000000000

8064000000

33600000

960000

18000

200

1

und also zur Summe 6439880978201102400000000000

Dieser Bruch zeigt den Theil der anzulegenden Summe an, welcher dem in dem Capitale enthaltenen Zinseszins gleich ist. Das anzulegende Capital ist also das Ganze, nach welchem die Bestimmung des gebachten Zinseszinses beurtheilt werden muß; und da dasselbe ausser dem Zinseszins in dem gegebenen Capitale enthalten ist, so wird dadurch das gegebene Capital gleich $1 + \frac{6439880978201}{102400000000000}$, oder $\frac{102400000000000 + 6439880978201}{102400000000000}$ des anzulegenden Capitals, und folglich das anzulegende Capital umgekehrt $\frac{102400000000000}{102400000000000 + 6439880978201}$ von dem gegebenen, im betrachteten Falle von $26062\frac{200278201}{2400000000}$ R.

Ich habe diese Auflösung nur für 10 Termine und 5 pr. C. eingerichtet. Wie man bey einer andern Zahl der Termine und einem andern pr. C. sich zu verhalten habe, kann aus diesem einzeln Falle leicht abgeleitet werden.

§. 103.

Am Ende erhält man bey dieser Art eben den Anzeiger der Veränderung des gegebenen Capitals zur Bindung der anzulegenden Summe, welcher bey a §. 101 aus der Entwicklung des Ausdrucks $\frac{20^{10}}{21^{10}}$ sich ergibt, und auch da der endliche Anzeiger war. Da dies in der Natur der Sache selbst gegründet ist, und daher beständig statt finden muß; so unterscheidet sich bis jetzt die Auflösung nach §. 102 von der im letzten §. beschriebenen in nichts weiter, als in der Art diesen endlichen Anzeiger zu finden. Ich gebe gern zu, daß es leichter ist, $\frac{20^{10}}{21^{10}}$ zu entwickeln, als die §. 102 angestellte Rechnung zu machen, indem man zur Entwicklung des Ausdrucks $\frac{20^{10}}{21^{10}}$ nichts als eine leichte, wenn gleich öftere, Multiplication nöthig hat; allein es bleibt nichts desto weniger auch diese zweite Art richtig.

§. 104.

Es ist nemlich selten nöthig, zu allen in dem gesammten Zinseszins enthaltenen einzeln Zinsen die ihnen gleichen

den Theile des Capitals zu suchen; sondern man kann, so bald man auf weniger als ein Tausendtheil kommt, aufhören, und den auf diese Art statt findenden Fehler am Ende der Rechnung verbessern. Würde z. B. gefragt: Wie viel Geld muß man auf Zinseszins zu 5 pr. C. anstehen, um bei jährigen Terminen nach 10 Jahren 26062½ R ℓ zu erhalten? so dürfte man nur rechnen: Es ist

					vom Capital
der 1te Zins	—	—	—	—	$\frac{1}{2}$
— 2 —	—	vom 1ten Zins	$\frac{2}{8}$	—	$\frac{1}{8}$
— 3 —	—	— 2 —	$\frac{4}{8}$	—	$\frac{1}{8}$
— 4 —	—	— 3 —	$\frac{7}{8}$	—	$\frac{1}{8}$
<hr/>					<hr/>

und also die Summe aller dieser Zinse $\frac{10061}{18000}$.

Dazu nun 1 oder $\frac{18000}{18000}$, so erhält man $\frac{26062\frac{1}{2}}{18000}$, und zum Anzeiger von 26062½ R ℓ für den gegenwärtigen Fall also, $\frac{18000}{18000}$. Es giebt aber, eine Kleinigkeit nicht geachtet, 26062½ R ℓ \times $\frac{18000}{18000}$ die Summe von 16000 R ℓ als das zu 5 pr. C. auf Zinseszins anzulegende Capital.

§. 105.

In dem 58ten §. ist die Frage angeführt: Wie viel Geld muß man zu 5 pr. C. auf Zinseszins anstehen, um bei jährigen Terminen nach 10 Jahren 5000 R ℓ wieder zu erhalten? Die Antwort auf diese Frage findet man durch folgende Rechnung.

§ 4

5000

$$\begin{array}{r}
 5000 \text{ R\ddot{e}} \times \frac{10000}{36081} \\
 \hline
 80000000 \\
 22827441 \\
 461330 \\
 24989 \\
 787 \\
 \hline
 3069\frac{1}{2} \text{ R\ddot{e}}
 \end{array}$$

Rechnet man nun wieder zurück, so ist die Rechnung, wenn man die Logarithmen gebraucht; diese

$$\log \frac{21^{10}}{20^{10}} = 0,2118929$$

$$\log 3069,7 = 3,4870959, \text{ folglich}$$

$$\log 3069,7 \times \frac{21^{10}}{20^{10}} = 3,6989888.$$

Sucht man diesen Logarithmen in den Tafeln auf; so findet man dazu die Zahl 5000 und etwas darüber. Es vermehren sich also $3069\frac{1}{2}$ R\ddot{e} durch den Zinseszins zu 5 pr. C. in 10 Jahren zu 5000 R\ddot{e}, und sind daher die gesuchte anzulegende Summe.

§. 106.

Wenn man so, wie §. 104 gelehrt worden, verfährt, so dividirt man mit einem kleinern Divisor, als man eigentlich gebrauchen sollte, und daher ist der Quotient größer, als man ihn bey einer strengen Rechnung findet.

findet. So wie aber das oben im Divisor stehende sehr wenig beträgt, so ist auch der Ueberschuß bey dem Quotienten nicht sehr beträchtlich; und man erreicht daher einen in den meisten Fällen hinlänglichen Grad der Richtigkeit, wenn man den Quotienten um etwas, aber nicht sehr beträchtliches, vermindert. So sind §. 104 etwa $\frac{1}{2}$, §. 105 aber noch weniger in dem Quotienten aus der Acht gelassen worden, eigentlich aber ist dagegen auch die Summe 3069 $\frac{1}{2}$ R ℓ noch um etwas zu groß.

§. 107. §. 102) ist die Auflösung vermittelst der Logarithmen übrig; wobei es hinreichend seyn wird, die Art und Weise derselben an dem §. 104 und 105 beantworteten Fragen gezeigt zu haben. Es ist also

1. In Ansehung der Frage §. 104

$$\text{L. } 20 = 5,3019300$$

$$\text{L. } 21 = 5,3222193$$

$$\text{also } \text{L. } \frac{20}{21} = 1,9728107. \text{ Ferner}$$

$$\text{ist } \text{L. } \frac{20^{10}}{21^{10}} = 1,7881070$$

$$\text{und } \text{L. } 26062\frac{1}{2} = 4,4160127, \text{ also}$$

$$\text{L. } 26062\frac{1}{2} \times \frac{20^{10}}{21^{10}} = 4,2041197; \text{ welcher}$$

§ 5

um

von 0,0000003 kleiner ist, als der Logarithmus von 16000, der Zahl, welche gefunden werden muß.

In Ansehung der Frage §. 105.

$$\frac{20^{10}}{21^{10}} = 1,7881070$$

$$\text{und } \frac{5000}{21^{10}} = 3,6989700$$

$$\text{also } \frac{5000}{21^{10}} \times \frac{20^{10}}{21^{10}} = 3,4870770$$

welches der Logarithme von mehr als 3069,5, aber weniger als 3069,6 ist; wodurch also das §. 106 am Ende gesagte bestätigt wird.

Bei den gebräuchtesten negativen Logarithmen bezieht sich das Zeichen (—) allein auf die Einheit.

Anstatt dieser negativen Logarithmen könnte man auch solche brauchen, die durchaus negativ wären.

So wie der Logarithme von $\frac{21}{20}$ gleich

0,0211892 ist, so wäre dann der Logarithme

von $\frac{20}{21}$ gleich 0,0211892, und der Logarithme

von $\frac{20^{10}}{21^{10}}$ gleich — 0,2118929. Da —

0,2118929 + 4,4160127 = 4,2041198

und — 0,2118929 + 3,6989700 =

3,4870771; so fällt in die Augen, daß der Ge-

brauch

gebrauch der Logarithmen, die durchaus negativ ſind, keine Aenderung in dem gefundenen hervorbringen könnte.

§. 108.

Da auch der zehnte Hauptfall der Zinſeszinsrechnung, ſo weit als derſelbe bis jetzt betrachtet worden iſt, unter gewiſſen Umſtänden häufig vorkommen kann, §. 99; ſo iſt es gut, auch für ihn Tabellen zu haben, durch deren Gebrauch man ſich die Beantwortung der zu demſelben gehörenden Fragen erleichtern, und die dazu nöthige Arbeit abſtärzen könne. Man hat drey Arten ſolcher Tabellen, welche alſo nunmehr zu beſchreiben und zu bezeichnen ſind.

§. 109.

Von der erſten Art findet ſich ein Beſpiel in der ſchon einmal gedachten Büßmilchſchen Sammlung von Tabellen. Büßmilch hat auch dieſe Tabelle vom Département entlehnt, und ſie zur acht und zwanzigſten gemacht. Man findet darin eine Nachweiſung des Capitals, ſo man geben muß, um nach dem Verlauf einer gegebenen Zahl von Jahren, die nicht über 100 ſteigt, 100 Livres zu empfangen. Es wird dabei vorausgeſetzt, daß das gegebene Capital mit Zinſeszins 2 1/2 pr. C. zurückgegeben werden ſolle. Der Anfang der Tabelle iſt folgender.

Jahre.

Jahre.	Libres.	Sous.	Den.
1	95	4	9
2	90	14	1
3	86	7	8
4	82	5	5
5	78	7	1

Die Art der Verfertigung von dergleichen Tabellen ergibt sich aus dem bisher von dem zweiten Hauptfalle der Zinseszinsrechnung gesagt, verbunden mit dem, was oben von der Verfertigung ähnlicher Tabellen für den ersten Hauptfall berührt worden ist. Was den davon zu machenden Gebrauch anbelangt, so nimmt man heraus den Zähler des nöthigen Anzeigers, um aus dem gegebenen Capitale die anzulegende Summe zu finden, nach der Zahl der bestgesetzten Jahre, und der zugehörige Nenner ist allemal 100 Lib. Es gilt übrigens von dieser Tabelle, und allen Tabellen gleicher Art, das auch, was von den ähnlichen Tabellen für den ersten Hauptfall der Zinseszinsrechnung gesagt worden ist.

§. 110.

Die zweite Art der jetzt zu betrachtenden Tabellen, welche auf eine ähnliche Art, als die berührte Deparcieusische verfertigt und gebraucht wird, enthält in
ganzen

ganzen Zahlen und Decimalthellen die Summe, welche man jetzt zahlen muß, um nach dem Verlauf einer gegebenen Zahl von Jahren, die nicht über 100 steigt, 100, z. B. 100 R_th zu empfangen. Man findet dergleichen in Florencourts Abhandlungen aus der juristischen und politischen Rechenkunst, S. 271 bis 273, für 1, 4 und 3 pr. C. Diese Art der Tabellen hat vor der vorhergehenden viel Vorzüge, und werden nach bequemer zum Gebrauch, wenn man sie, wie leicht geschehen kann, anstatt für 100, für 1 einrichtet.

§. III.

Die dritte Art der Tabellen gehört zu der Auflösung der hieher gehörenden Aufgaben vermittelst der Logarithmen. Man erhält dergleichen

entweder dadurch, daß man den logarithm. $2 \frac{1}{2} = 1,301029995663981$ weniger 1, $322219294733919 = -1,978810700930062$, woben sich das Zeichen (—) allein auf die Kennziffer bezieht, nach und nach mit den natürlichen Zahlen bis 100 multipliciret, wo dann stets die Kennziffer allein als negativ zu betrachten ist;

oder dadurch, daß man ein gleiches mit dem logarithm. $0,021189299069938$ thut, und dann den ganzen Logarithmen als negativ betrachtet und behandelt;

oder

oder endlich, wenn man bereits die ähnliche Tabelle für den ersten Hauptfall verfertigt hat, dadurch, daß man entweder jeden der darin enthaltenen Logarithmen von 1 abzieht, und bey den Resten die Kennziffer nur negativ seyn läßt; oder allen und jeden Logarithmen das Zeichen (—) vorsetzt, und sie ganz als negativ betrachtet. Der Gebrauch dieser Tabellen aber bedarf übrigens keiner weiteren Erläuterung.

§ 112.

Wenn nun (s. §. 100) die Zahl der Termine, zwar eine ganze Zahl ist, das pr. C. aber nicht für einen einzeln Termin, sondern für einen Zeitraum von mehreren Terminen gegeben wird; so kann man, nach dem §. 96 gesagten, diesen Fall auf den betrachteten zurückführen, und es ist also auch hievon nicht nöthig, weitläufig und besonders zu reden. Wird z. B. gefragt: Wie viel Geld muß man a 5 pr. C. auf Zinseszins aussthan, um dadurch nach 4 Jahren, und zwar bey halbjährigen Zinsterminen, 1218 $\frac{3}{4}$ R ℓ zu erhalten; so läßt sich diese Frage in folgende verwandeln: Wie viel Geld muß man a 2 $\frac{1}{2}$ pr. C. auf Zinseszins aussthan, um dadurch nach 8 Terminen 1218 $\frac{3}{4}$ R ℓ zu erhalten? und nun ist diese Frage von den vorhergehenden nicht weiter unterschieden.

§. 113.

Iſt endlich die Zahl der Zinſstermine eine gebräuchliche Zahl; ſo kehrt man das Product der Anzeiger, nach welchen man aus der anzulegenden Summe das gegebene Capital finden würde, um, und verfährt: abtrags nach dieſem umgekehrten Anzeiger mit dem gegebenen Capitale auf eine der §. 98 erklärten Arten. Es werde z. B. gefragt: Wie viel Geld muß man anlegen, um durch den Zinſeszins a 5 pr. C. bei jährigen Terminen in $3\frac{1}{2}$ Jahren 12010 R ℓ 8 $\frac{1}{2}$ \mathcal{H} zu erhalten? ſo giebt der §. 98 da gewefene Anzeiger $\frac{21^3}{20^3} \times \frac{83}{80}$ umgekehrt $\frac{20^3}{21^3} \times \frac{80}{83}$, und dies iſt der Anzeiger der Veränderung der 12010 R ℓ 8 $\frac{1}{2}$ \mathcal{H} , um daraus das geſuchte anzulegende Capital 10000 R ℓ zu finden.

§. 114.

Endlich (ſ. §. 58) folgt die dritte Hauptfrage der Zinſeszinsrechnung: Wie groß muß das pr. C. ſeyn, bei welchem ein gegebenes Capital in einer beſtimmten Zeit, eine ebenfalls beſtimmte Gröſſe erhalten kann? z. B. Zu wie viel pr. C. muß man 1000 R ℓ aushun, um mit dem Zinſeszinſe nach 7 Jahren 1500 R ℓ wieder zu bekommen? Dieſe Frage kommt bei weitem ſo häufig nicht vor, als die beiden erſten Hauptfragen der Zinſe-

Zinseszinsrechnung, und es ist daher auch keine so weitläufige Betrachtung derselben nöthig.

§. 115.

Ohne Hülfe der Logarithmen wären die hieher gehörenden Aufgaben zwar auf keine Art und Weise unauflösbar; allein der Weg, den man betreten müßte, wäre doch außerordentlich lang und mühsam, und ohne Tabellen; welche die Anzeiger der Veränderung des Capitals, um aus demselben den Zins zu finden, in einer beträchtlichen Anzahl und in Decimalzahlen enthielten, würde man seinen Endzweck vollends nur nach einer sehr langwierigen Arbeit erhalten. Mit Uebergehung aller andermöglichen Arten will ich also nur von der Beantwortung der angeführten Frage vermittelst der Logarithmen reden.

§. 116.

Wenn man das auf Zinseszins ausgethane Capital mit dem Anzeiger der damit vorzunehmenden nöthigen Veränderung in der Dignität, deren Exponent der Zahl der Termine gleich ist, multiplicirt, so erhält man dadurch das Capital, zu welchem das angelegte durch den Zinseszins in den angenommenen Terminen wächst. Dividirt man also das durch den Zinseszins vermehrte Capital mit der Summe, woraus es entstanden ist, so erhält man zum Quotienten den gedachten Anzeiger in derjenigen Dignität, deren Exponent der Zahl der Termine gleich

gleich ist. Gesezt also, daß man von dem Logarithmen des durch den Zinsszins vermehrten Capitals den Logarithmen des Capitals, woraus jenes erwachsen ist, abzieht, und diese Differenz mit der Zahl der Termine dividirt; so erhält man den Logarithmen des einfachen Anzeigers. Um dies zuvörderst an einem Beispiele zu erläutern, so diene dazu die §. 114 wieder berührte Frage, doch so, daß dabey die Zinstermine jährlich gedacht werden. Es ist also

$$\text{L. } 1500 = 3,1760913$$

$$\text{L. } 1000 = 3,0000000, \text{ und ihre Differenz}$$

$$\text{oder L. } \frac{1500}{1000} = 0,1760913. \text{ Diese nun dividirt}$$

durch 7, so kommt 0,0251559.

Eigentlich ist nun zwar dieser Logarithme der Logarithme des ganzen einfachen Anzeigers, oder einer ihm gleichen Zahl. Allein da man ihn aus dem Logarithmen des Zählers und dem Logarithmen des Nenners, wenn der Anzeiger bekannt wäre, finden würde, wenn man den Logarithmen des Nenners von dem Logarithmen des Zählers abjoge; und es jetzt um einen Anzeiger zu thun ist, der zum Nenner 100 hat: so darf man nur die zu dem gefundenen Logarithmen und der Kennziffer 2 gehörende Zahl auffuchen, und von derselben 100 abziehen. Der Rest zeigt das pr. C., welches man sucht, an. Der Lo-

garithme 0,0251559 z. B. gehört bei der Kennziffer 2 zu der Zahl, 105,963, aus welcher man nach Abzug der 100 für das gesuchte pr. C. 5,963 erhält.

§. 117.

Alle bisher betrachtete Fälle sind einfache Fälle der Zinseszinsrechnung gewesen. Ausser ihnen bleibt es verschiedene zusammengesetzte Fragen, deren Beantwortungsart ebenfalls nicht übergangen werden darf. Ueberhaupt unterscheiden sich die zusammengesetzte Fragen der Zinseszinsrechnung von den einfachen eben so, als die zusammengesetzte Fälle der gemeinen Zinsrechnung §. 7 von den einfachen Aufgaben eben dieser Rechnung sich unterscheiden; und es ist also eine Frage der Zinseszinsrechnung zusammengesetzt, wenn sie die Summe der Zinseszinsse mehrere Capitalien zu suchen befiehlt. Diejenigen von diesen Fragen, welche zwar verschiedene Capitalien enthalten, aber einerley Zeit und einerley pr. C. vorsehen, lassen sich auch hier sehr leicht auf eine einfache Frage zurückführen, und erfordern daher keine besondere Untersuchung. Wer sieht z. B. nicht, daß die Frage: Wie viel Zinseszins erhält man von 1000 R ℓ , 350 R ℓ und 1475 R ℓ , wenn alle drey Capitalien auf 5 pr. C. und 6 Jahr ausstehen? mit dieser gleich sey: Wie viel Zinseszins erhält man von 2825 R ℓ a 5 pr. C. in 6 Jahren. Es ist daher hier nur von solchen Fällen die Rede, wo

der

der Zinseszins mehrerer Capitalien, die auf verschiedene Zeiten und auf verschiedene pr. C. ausgethan sind, zu wissen verlangt wird.

§. 118.

Gesetzt, daß gefragt würde: Wie viel Zinseszins erhält man von 1000 R ℓ a 5 pr. C. und bei jährigen Terminen in 4 Jahren, von 350 R ℓ a $3\frac{1}{2}$ pr. C. und bei halbjährigen Terminen in 5 Jahren, und von 1475 R ℓ a $4\frac{1}{2}$ pr. C. und bei jährigen Terminen in 3 Jahren? so fällt bei einer genauern Betrachtung dieser zusammengesetzten Frage bald in die Augen, daß man nicht anders als durch theilweise Beantwortung der darin enthaltenen einfachen Fragen, und Addition der auf diese Art gefundenen Zinseszins seinen Endzweck erreichen könne. Eben das gilt von allen andern Fragen, die auf eine ähnliche Art zusammengesetzt sind.

§. 119.

Käme ein Fall vor, wie folgender: Es thut Jemand 1000 R ℓ a 5 pr. C. pr. A. 5 Jahr auf Zinseszins aus, legt aber dazu nach dem 1ten Jahre, 57 R ℓ 12 \mathcal{G} , nach dem 2ten, 92 R ℓ 3 \mathcal{G} , und nach dem 3ten, 47 R ℓ 18 \mathcal{G} , und zwar so, daß dieses zugelegte Geld auf gleiche Art als die 1000 R ℓ verzinst werden sollen; und man sollte nun bestimmen, wie groß sein Capital nach 5 Jahren geworden wäre? käme, sage ich, ein sol-

der Fall vor, so würde man am leichtesten auf folgendem natürlichen Wege das gesuchte finden.

Die anfänglich angelegten

1000 R ℓ geben

nach dem 1ten Jahre 50 R ℓ Zins, und ausserdem
werden dazu 57 R ℓ 12 \mathcal{G} gelegt, so daß

also nach dem 1ten J. 1107 R ℓ 12 \mathcal{G} da sind. Diese geben
nach dem 2ten Jahre 55 R ℓ 9 \mathcal{G} Zins, und ausserdem
werden dazu 92 R ℓ 3 \mathcal{G} gelegt, so daß

nun 1255 R ℓ da sind. Diese geben
nach dem 3ten Jahre 62 R ℓ 18 \mathcal{G} Zins, und ausserdem
werden dazu 47 R ℓ 18 \mathcal{G} gelegt, so daß

nun 1365 R ℓ 12 \mathcal{G} da sind. Diese geben
nach dem 4ten Jahre 68 R ℓ 6 \mathcal{G} 7 $\frac{1}{2}$ \mathcal{Q} , und es sind also

nun 1433 R ℓ 18 \mathcal{G} 7 $\frac{1}{2}$ \mathcal{Q} da. Diese geben
nach dem 5ten Jahre 71 R ℓ 16 \mathcal{G} 6 $\frac{2}{3}$ \mathcal{Q} , u. es sind also

nun 1505 R ℓ 11 \mathcal{G} 1 $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ \mathcal{Q} da.

Dieses Beispiel kann hinreichen zu zeigen, wie man
sich in ähnlichen Fällen zu verhalten habe.

§. 120.

Eben so wird folgende Aufgabe aufgelöst. Es
werden 10000 R ℓ auf Zinseszins a 5 pr. C. pr. A. auf
4 Jahr

4 Jahr ausgethan, und davon genommen, nach dem 1ten Jahre, 420 R ℓ , nach dem 2ten Jahre, 311 R ℓ 12 \mathcal{H} , und nach dem 3ten Jahre, 395 R ℓ 15 \mathcal{H} , und gefragt, wie viel nach 4 Jahren da seyn werde.

Die anfänglich angelegten

10000 R ℓ geben

nach dem 1ten Jahre 500 R ℓ Zins, und es sind

also nun 10500 R ℓ da; es werden
aber davon 420 R ℓ genommen, und

es bleiben also 10080 R ℓ . Diese geben
nach dem 2ten Jahre 504 R ℓ , und es sind

also nun 10584 R ℓ da. Hievon
werden 311 R ℓ 12 \mathcal{H} genommen, und

es bleiben 10272 R ℓ 12 \mathcal{H} . Diese geben
nach dem 3ten Jahre 513 R ℓ 15 \mathcal{H} Zins, und es sind

also wieder 10786 R ℓ 3 \mathcal{H} da. Hievon
werden 395 R ℓ 15 \mathcal{H} genommen, und

es bleiben 10390 R ℓ 12 \mathcal{H} . Diese geben
nach dem 4ten Jahre 519 R ℓ 12 \mathcal{H} 7 $\frac{1}{2}$ S, und

es sind also 10910 R ℓ 0 \mathcal{H} 7 $\frac{1}{2}$ S nach dem 4ten
Jahre da.

§. 121.

Wenn aber das zu einem auf Zinsezins ausgethanen Capitale hinzugelegte oder davon weggenommene Geld stets eine und dieselbe Grösse behält, und überdem dabey kein Termin ausfällt; so läßt sich die Rechnung abkürzen. Beispiele hiervon sind: Es hat jemand 10000 R ℓ a 5 pr. C. auf Zins ausgethan, er legt zu diesem Capitale alle Jahr nicht nur den Zins, sondern noch ausserdem 100 R ℓ , und fährt damit 6 Jahr fort; wie groß wird sein Capital nach 6 Jahren seyn? und: Es hat jemand 10000 R ℓ a 5 pr. C. auf Zins ausgethan, er nimmt aber alle Jahr 100 R ℓ von dem fälligen Zinse, schlägt das übrige zum Capitale, und fährt auf diese Art 6 Jahr fort; wie groß ist sein Capital am Ende dieser 6 Jahre? Um die Regeln der gedachten Abkürzung gehörig einzusehen, ist eine vorläufige Betrachtung dieser Fälle nöthig.

§. 122.

Wenn man zu einem auf Zinsezins a 5 pr. C. angelegten und 6 Jahr stehenden Capitale alle Jahr 100 R ℓ hinzuthut; so erhält man nach 6 Jahren

1.	das Capital selbst multiplicirt mit	—	—	—	$\frac{21^6}{20^6}$
2.	die 1ten hinzugef.	100 R ℓ	multipl. mit	—	$\frac{21^5}{20^5}$
3.	— 2 —	100	—	—	$\frac{21^4}{20^4}$
4.	— 3 —	100	—	—	$\frac{21^3}{20^3}$
5.	— 4 —	100	—	—	$\frac{21^2}{20^2}$
6.	— 5 —	100	—	—	$\frac{21}{20}$
7.	— 6 —	100	—	—	1

Wenn man hingegen von eben demselben Capitale alle Jahr 100 R ℓ wegnimmt; so hat man am Ende der 6 Jahre nicht das ausgeliehene Capital mit $\frac{21^6}{20^6}$ multipl. irt ganz, sondern es fehlen daran

1.	die 1ten weggen.	100 R ℓ	multipl. mit	$\frac{21^5}{20^5}$
2.	— 2 —	100	—	$\frac{21^4}{20^4}$
3.	— 3 —	100	—	$\frac{21^3}{20^3}$
4.	— 4 —	100	—	$\frac{21^2}{20^2}$
5.	— 5 —	100	—	$\frac{21}{20}$
6.	— 6 —	100	—	1.

Hieraus ergibt sich

a für den Fall, wo zu dem anfänglich ausgeliehenen Capitale jährlich noch eine und dieselbe Summe gelegt wird, daß das sammtliche angelegte und durch den Zinseszins in einer gewissen Zeit vermehrte Capital bestehe

1. aus dem anfänglich ausgehauenen Capitale multiplicirt mit dem Anzeiger in der Dignität, deren Exponent der Zahl der Jahre gleich ist.

2. aus der jährlich hinzugefügten Summe multiplicirt nach und nach mit dem Anzeiger in allen den Dignitäten, welche auf die gedachte in absteigender natürlicher Ordnung bis auf die Dignität 0 folgen.

b für den Fall, wo von dem anfänglich ausgeliehenen Capitale jährlich eine und dieselbe Summe weggenommen wird, daß das am Ende der festgesetzten Zeit vorhandene Capital gefunden werde, wenn man von der Summe a. 1. die Summe a. 2. abzieht.

§. 123.

Die Reihe, $\frac{21^5}{20^5}, \frac{21^4}{20^4}, \frac{21^3}{20^3}, \frac{21^2}{20^2}, \frac{21}{20}, 1,$

ist eine geometrische Reihe, und ihre Summe also

$$\frac{21^6}{20^6} - 1, \text{ oder } 20 \cdot \frac{21^6}{20^6} - 20. \text{ Da es nur gleich viel}$$

viel ist, ob man eine GröÙe nach und nach mit allen Gliedern einer geometrischen Reihe multiplicirt und die erhaltenen Producte summirt, oder ob man dieselbe GröÙe mit der Summe der geometrischen Reihe multiplicirt; so kann man das §. 122. a. 2. gesagte für den Fall, wenn das pr. C. 5 ist, auch auf folgende Art ausdrücken: aus der Differenz zwischen der jährlich hinzugelegten Summe zwanzigmal genommen und mit dem Anzeiger in der Dignität multiplicirt, deren Exponent der Zahl der Jahre gleich ist, und der zwanzigmal genommenen jährlichen Summe selbst.

§. 124.

Wenn also ein Capital auf Zinseßzins a 5 pr. C. und jährige Termine ausgethan ist, und dazu alle Jahr eine und dieselbe Summe auf gleiche Bedingungen gelegt wird; so findet man das Capital, welches auf diese Art in einer bestimmten Zeit entsteht, wenn man das anfänglich angelegte Capital nebst der jährlich hinzugefügten Summe mit dem Anzeiger $\frac{21}{20}$ in der Dignität, deren Exponent der Zahl der Jahre gleich ist, multiplicirt, und darauf das zwanzigfache der jährlich hinzugefügten Summe abzieht. Die Ausrechnung des §. 121 stehenden Falls geschieht daher nach

$$(10000 \text{ R\ddot{u}} + 20 \times 100 \text{ R\ddot{u}}) \times \frac{21^6}{20^6} - 20 \times 100 \text{ R\ddot{u}},$$

oder

$$\text{oder } 12000 \text{ R\ddot{e}} \times \frac{21^6}{20^6} = 2000 \text{ R\ddot{e}}$$

$$\text{Da nun } \frac{21^6}{20^6} = 0,1271358$$

$$\text{und } \frac{12000}{0,1271358} = 4,0791812$$

$$\text{so ist } 12000 \times \frac{21^6}{20^6} = 4,2063170$$

$$\text{u. also } 12000 \text{ R\ddot{e}} \times \frac{21^6}{20^6} = \text{zwischen } 16081 \text{ u. } 16082 \text{ R\ddot{e}}$$

$$\text{Hieron abgezogen } 20 \times 100 \text{ R\ddot{e}} = 2000 \text{ R\ddot{e}}$$

so kommt als das verlangte 14081 bis 14081 R\ddot{e}.

§. 125.

Wird hingegen von einem Capitale, das auf Zinseszins a pr. C. und jährige Termine aussteht, alle Jahr eine und dieselbe Summe weggenommen; so findet man das Capital, welches unter diesen Bedingungen nach einer gewissen Anzahl von Jahren da ist, wenn man die Differenz zwischen dem anfänglich angelegten Capitale und der jährlich davon genommenen Summe zwanzigmal genommen mit dem Anzeiger $\frac{1}{20}$ in der Disjunktion, deren Exponent der Zahl der Jahre gleich ist, multiplicirt, und zu dem kommenden Producte die jährlich weggenommene Summe zwanzigmal genommen addirt. Die Ausrechnung des aus §. 121 hieher gehörigen Falls geschieht daher nach

(10000

$$(10000 \text{ Rth} - 20 \times 100 \text{ Rth}) \times \frac{21^6}{20^6} + 20 \times 100 \text{ Rth}$$

$$\text{oder } 8000 \text{ Rth} \times \frac{21^6}{20^6} + 2000 \text{ Rth}$$

$$\text{Da nun } \frac{21^6}{20^6} = 0,1271358$$

$$\text{und } \frac{8000}{1} = 3,9030900$$

$$\text{so ist } \frac{8000 \times 21^6}{20^6} = 4,0302258$$

$$\text{also } 8000 \text{ Rth} \times \frac{21^6}{20^6} = \text{zwischen } 10720 \text{ und } 10721 \text{ Rth}$$

$$\text{Hiezu addirt } 20 \times 100 = 2000$$

$$\text{so kommt als das verlangte } 12720 \text{ bis } 12721 \text{ Rth.}$$

§. 126.

Findet ein anderes pr. C. als 5 statt, und wird in den übrigen Umständen nichts geändert; so darf man, um die zu befolgenden Regeln zu finden, nur statt des Anzeigers $\frac{2}{5}$ den bei dem angenommenen pr. C. sich ergebenden Anzeiger, und statt 20, des Multiplikators der jährlich zugelegten oder weggenommenen Summe, die Differenz zwischen diesem letzten Anzeiger und 1, als einen Divisor betrachtet, setzen. Stünden z. B. 10000 Rth bei jährigen Terminen a 6 pr. C. auf Zinseszins, so wäre der Anzeiger $\frac{1}{5}$, und die Differenz zwischen diesem Anzeiger und 1 selbst $\frac{4}{5}$, als Divisor aber betrachtet, &c.
Würde

Würde also, die Zeit des Ausstehens des Capitals 6 Jahr gesetzt, und jährlich 100 R ℓ . zugelegt; so müßte man nach folgendem rechnen

$$(10000 \text{ R}\ell + \frac{1}{3} \times 100 \text{ R}\ell) \times \frac{53^6}{50^6} - \frac{1}{3} \times 100 \text{ R}\ell,$$

$$\text{oder } 11666\frac{2}{3} \text{ R}\ell \times \frac{53^6}{50^6} - 1666\frac{2}{3} \text{ R}\ell.$$

Würden aber jährlich 100 R ℓ . weggenommen, so müßte die Rechnung nach folgendem Satze angesetzt werden.

$$(10000 \text{ R}\ell - \frac{1}{3} \times 100 \text{ R}\ell) \times \frac{21^6}{20^6} + \frac{1}{3} \times 100 \text{ R}\ell,$$

$$\text{oder } 8333\frac{1}{3} \text{ R}\ell \times \frac{21^6}{20^6} + 1666\frac{2}{3} \text{ R}\ell$$

Würden außer dem pr. C. auch die übrigen Umstände verändert, anstatt der jährigen Termine z. B. halbjährige genommen, oder das jährlich zu dem anfänglich angelegten Capitale hinzugefügte oder davon hinweggenommene Geld zu einem andern pr. C. verzinsset, als das Capital selbst; so müßten natürlicher Weise die §. 124 und 125 gegebene Regeln auch noch mehr abgeändert werden. Da indeß dergleichen Fälle selten vorkommen, so ist nicht nöthig, dabey zu verweilen.

§. 127.

Thomas Mortimer führt in seinen Grundsätzen der Handlungs- Staats- und Finanzwissenschaften

(Leip=

(Kriessig 1781) S. 607. die Behauptung des Dr. Price's
 an, daß ein Pfennig Sterling, der zu Christi Geburt zu
 5 pr. C. auf Zinseszins ausgeliehen worden, im Jahr 1770
 schon auf eine grössere Summe angewachsen wäre, als
 150000000 Erden von gelegentlichem Golde enthielten;
 wenn er aber auf einfachen Zins ausgeliehen wäre, so
 würde er (der Zins) nicht höher als auf 7 Schilling
 4½ Pfennig angewachsen seyn. So auffallend diese Be-
 hauptung beim ersten Anblicke seyn kann; so weicht sie
 doch von der Wahrheit bey weitem so nicht ab, als man
 es anfänglich glaubt. Bey 5 pr. C. und einfachem Zins
 wird in 20 Jahren der Zins dem Capitale gleich, und in
 1770 Jahren also 88½ mal so groß als das Capital. Ein
 Pfennig Sterling trägt also bey 5 pr. C. und einfachem
 Zins in 1770 Jahren genau 7 Schilling und 4½ Pfennig
 Sterling Zins, den Schilling zu 12 Pfennigen gerechnet.
 Man zu finden, wie hoch ein Pfennig Sterling in 1770
 Jahren durch Zinseszins zu 5 pr. C. anwachsen; nehme
 man

$L. \frac{21}{20} = 0,021189299059938$, und
 multiplicirt denselben mit 1770

so erhält man 37,505059353790260.

Dieser Logarithme gehört zu einer Zahl, die aus 38
 Ziffern besteht, und wovon die ersten 3199 sind.
 Ein Pfennig Sterling kann also in 1770 Jahren durch
 5 pr.

5 pr. C. Zinsezzins fast 32 Sextillionen Pfennig Sterling, oder nach unserm Gelde fast 230 Sextillionen Pfennige werden. Welch eine ungeheure Summe? Rechnet man nun ferner den Durchmesser der Erde 1720 Meilen und die Meile 23630 rheinländische Schuh, so erhält man 2662560000 Cubicmeilen für den körperlichen Inhalt einer Erde, und 150000000 Erden enthalten; also 399384000000000000 Cubicmeilen, oder, da eine jede Cubicmeile 13194446147000 Cubicfuß enthält 526965067997344800000000000000000 Cubicfuß; und diese Zahl noch mit 1.28 multipliziert, so kommen für den Inhalt von 150000000 Millionen Erden in Cubiczollen 910595637499411814400000000000000000 Cubiczoll. Diese Zahl nun gegen die obige 32 Sextillionen Pfennig Sterling gehalten, so ergiebt sich, daß, die Richtigkeit der Priceischen Behauptung vorausgesetzt, der Werth eines Cubiczoll Goldes etwa 3500 Pfennig Sterling sey. Es ist also die Zahl von 150000000 Erden allerdings zu groß, aber eine Null abgeschnitten, oder 15000000 Erden von gediegenem Golde angenommen, so ist die angeführte Priceische Behauptung durchaus wahr. Was für ein Unterschied zwischen dem einfachen Zinse und dem Zinsezzins in einer Zeit von 1770 Jahren?

§. 128.

Obgleich der Unterschied zwischen dem einfachen Zinse und dem Zinsezzins bei einer geringen Anzahl von Zins-

Zinstertinnen keine so auffallende Grösse hat, denn man erhält z. B. von 10000 R ℓ a 5 pr. C. in 4 Jahren 2000 R ℓ einfachen Zins, und 2155 $\frac{1}{8}$ R ℓ Zinsezzins; so bleibt derselbe doch allemal wichtig, da bei 5 pr. C. und einfachem Zins ein Capital in 20 Jahren noch einmal so groß, in 40 Jahren dreymal so groß, in 60 Jahren viermal so groß wird, u. s. w., beim Zinsezzins hingegen dasselbe in 15 Jahren zu mehr als einer noch einmal so grossen Summe, in 30 Jahren zu mehr als einer viermal so grossen Summe, in 45 Jahren zu mehr als einer achtmal so grossen Summe, in 60 Jahren zu mehr als einer sechzehnmal so grossen Summe u. s. w. anwächst. Man nennt daher den Zinsezzins nicht ohne Grund einen wucherhaften Zins, und die Gesetze haben Recht, ihn für unerlaubt und unzulässig zu erklären. Denn gesetzt, daß er erlaubt wäre, und es ließe jemand auf ein Landgut 10000 R ℓ a 5 pr. C. auf Zinsezzins, der Schuldner aber liesse vor der Abtragung des Zinses 30 Jahre verstreichen; so wäre die Schuld auf 43219 R ℓ 10 \mathcal{G} angewachsen, und das Gut vielleicht für den Schuldner verloren. Bedenkt man nun dabei noch, wie gern mancher Capitalist wenigstens einen Theil seines Geldes, so lange er sicher wäre, ausstehen lassen würde, und wie gern manche Schuldner ihre Schuld grösser werden lassen, wenn sie nur vor dem Mahnen gesichert sind, und die Bezahlung weiter hinausgesetzt sehen; so wird man doch

vollends die Rechtmäßigkeit des Gesetzes, welches den Zinseszins für unerlaubt erklärt, nicht leugnen.

§. 129.

Soll man aber auch wie Polack in seiner Mathese forensi S. 99 der vierten Auflage (Leipzig 1770) die Erhebung des Zinseszinses für hypothetisch unmöglich halten, weil dabei der in jedem Termine fällige Zins keinen Augenblick ungenutzt bleiben dürfe, und man doch den Zins schwerlich in eben dem Augenblicke, da man ihn habe, als ein neues Capital auszuhun könnte? Florencourt antwortet darauf S. 9 seiner bereits gedachten Abhandlungen: Bei kleinen Capitalien wird der Zinseszins nicht in Betracht gezogen; bei Banken, Landessassen u. ist das Geld immer im Handel, folglich trifft hier Polacks Einwurf nicht. Da die Gesetze den Zinseszins verbieten, und ein Gläubiger daher, wenn er den von einem ausgeliehenen Capitale erhaltenen Zins ebenfalls auf Zins auszuhun will, gezwungen ist, denselben erst zu heben und darauf als ein von dem vorhin genannten Capitale unabhängiges Capital auszuhun; so wird er freylich nie, und um so viel weniger, je grösser die Zeit angenommen wird, die Summe erhalten, welche die Zinseszinsrechnung angiebt. Denn den günstigsten Fall zuerst zu berühren, wenn er nemlich sein Geld in einer Bank oder Landessasse stehen hat, wo der Zins zur gesetzten Zeit gehoben, und

in

In der ersten auch am geschwindesten wieder angelegt werden kann; so wird doch gewöhnlicher Weise der Tag, an welchem das Geld eingelegt wird, so wie auch derjenige, an welchem das Capital zurückgenommen wird, nicht gerechnet; ferner werden, wie sich das von selbst versteht, die Brüche bey der kleinsten Scheidemünze, und auch wohl noch beträchtlichere Kleinigkeiten bisweilen, z. B. was unter 6 R ist, wenn nach R $\frac{1}{2}$, R und R gerechnet wird, nicht bezahlt; und endlich kann man nicht jede auch noch so kleine Summe daselbst auf Zins anlegen. Steht aber ein Capital bey Privatpersonen aus, so erhält man einmal die Zinsen nicht allezeit auf den Tag, an welchem sie fällig sind, und selbst das Wechselrecht sieht 14 Tage nach; und dann, wo in diesem Falle so gleich die Gelegenheit, den erhaltenen Zins wieder unter zu bringen? Aus diesem allen aber fließt gleichwohl nichts, was die Zinsezinsrechnung verwerflich machen könnte. Diese Rechnung ist, wenn ich auf die Art unterscheiden darf, nicht so wohl eine öconomische und juristische, als vielmehr politische Rechnung. Der Politiker gebraucht sie, da Staaten in gewissen Fällen Zinsezins bezahlen, so als sie, arithmetisch betrachtet, abgehandelt werden muß; der Juriste hat ihrer so oft nicht nöthig, und der Oeconom kann sich ihrer in vielen Fällen bedienen, aber er muß sie anwenden, so wie überhaupt jede Theorie angewandt werden muß. Man muß bey der Anwendung einer jeden Theorie vor allen Dingen

untersuchen, ob der wirkliche Gegenstand, auf welchen man die Anwendung machen will, genau diejenigen, und nicht mehr und nicht weniger Eigenschaften habe, als man dem in der Theorie gedachten bengelegt hat. Ist dies, so kann man sicher der Theorie in allen folgen; hat aber der wirkliche Gegenstand entweder mehr, oder weniger, oder theils mehr theils weniger Eigenschaften, als der in der Theorie gedachte, so ist natürlicher Weise die Theorie entweder zu weit oder zu enge, oder hat beide Fehler zugleich, und muß zuvor, nicht gänzlich umgeschmolzen, sondern nur abgeändert, modificirt werden, ehe man sie durchaus anwendet. Ist das ein Einwurf wider die Zinseszinsrechnung, eine Theorie, daß sie die Eigenschaften aller, auch der besten, Theorien hat? Ein Capitalist kann nach ihren Regeln die Summe berechnen, zu welcher sein angelegtes Capital, wenn die vorhin erwähnten Umstände nicht statt hätten, anwachsen würde. Vergißt er hinterher nicht, dasjenige abzugiehen, was darin diese Umstände zernichten, so wird die Erfahrung mit seiner Rechnung übereinstimmen, und er auf die kürzeste Art das, was er von der Rechnung verlangte, gefunden haben.

§. 130.

Gottfr. Aug. Hoffmann sagt in seinen Demonstrationen von richtiger Berechnung des Interusurii, (in Polack's Mathesi forensi von S. 154 bis 168)

§. 14: Wenn man in der Berechnung, wie ein Capital durch den Zins wächst, den Zins von ſeiner Fallzeit an jedesmal als ein neues Capital betrachten und den Zins davon ebenfalls in Anſchlag bringen kann; ſo muß man dabey auch zum Grunde ſehen können, daß die Interellen alle halbe oder Vierteljahre, oder gar alle Monate eingefodert, und je und je wieder zum Capital gemacht werden können. — An und für ſich kann hierwider nichts eingewandt werden, und es iſt daher auch oben auf dieſe Fälle Rückſicht genommen worden. Finden aber halbjährige, oder vierteljährige, oder gar monatliche Zinstermine ſtatt, ſo iſt natürlicher Weiſe ihre Zahl größer als bey jährigen Terminen, und das im vorhergehenden §. geſagte muß daher, wenn von wirklichen Fällen die Rede iſt, hier noch in einem höhern Grade ſich äußern. In der Rabattrechnung wird hievon noch mit mehreren geſprochen werden.

§. 131.

Unnütz wäre es indeß wohl, wenn man aus dem Grunde, weil doch der Zins ſtündlich ja augenblicklich wächst, auch für ſtündliche ja augenblickliche Zinstermine die Berechnung des Zinſeszinses einrichten wollte. Die kleinſten Zeittheile, worauf man bey der Berechnung des Zinses überhaupt ſieht, ſind Tage; aber wo ſind tägige Zinstermine üblich? Folgenden Fall:

100000 \mathcal{R} stehen zu 5 pr. C. aus; wie groß wird der Zins nach 8 Tagen seyn? würde ich daher nach der einfachen Zinsrechnung auflösen. Euler nimmt in seiner vollständigen Anleitung zur Algebra

$$\begin{aligned} & \text{£. } \frac{21}{20} = 0,0211892, \text{ und multipl.} \\ & \text{denselben mit } \frac{8}{365}, \text{ woraus sich} \\ & \text{der £. } \left(\frac{21}{20}\right)^{\frac{8}{365}} = 0,0004644 \text{ ergibt.} \end{aligned}$$

Hiezu £. 100000 = 5 genommen,
so kommt 5,0004644, der Logarithme
von 100107 \mathcal{R} , so daß also der Zins nach 8 Tagen
107 \mathcal{R} gesetzt wird. Soll diese Rechnung richtig seyn,
so müssen tägige Zinstermine vorausgesetzt werden.

§. 132.

Unger erklärt, in seinen Beiträgen zc. §. 15 der Berechnung der Zinsen auf Zinsen, die Beantwortung der zweiten und dritten Hauptfrage der Zinseszinsrechnung ohne Hülfe der Algebra für unmöglich. Ob dies gegründet sey oder nicht? ist aus dem bisherigen leicht zu entscheiden.

Florencourt, in dessen schon öfters berührten Abhandlungen zc. S. 268 bis 270 sich noch 3 zur Zinseszinsrechnung gehörige Tabellen befinden, hat S. 6 und 7. die Logarithmen der Anzeiger so wohl der Capitalsveränderung, um daraus bei einem gegebenen pr. C. das durch
den

den einfachen Zins vermehrte Capital zu finden, als auch der Veränderung des durch den einfachen Zins vermehrten Capitals, um daraus das anfängliche Capital zu finden, für verschiedene pr. C. und in 15 Decimalstellen mitgetheilt. Diese Logarithmen gehören auch hieher, und sind folgende.

$$\text{L. } \frac{31}{10} = 0,021189299069938 \text{ für } 5 \text{ pr. C.}$$

$$\text{L. } \frac{308}{100} = 0,019116290447072 \text{ für } 4\frac{1}{2} \text{ pr. C.}$$

$$\text{L. } \frac{26}{17} = 0,017033339298780 \text{ für } 4 \text{ pr. C.}$$

$$\text{L. } \frac{207}{100} = 0,014940349792936 \text{ für } 3\frac{1}{2} \text{ pr. C.}$$

$$\text{L. } \frac{101}{100} = 0,012837224705172 \text{ für } 3 \text{ pr. C.}$$

$$\text{L. } \frac{41}{10} = 0,010723865391773 \text{ für } 2\frac{1}{2} \text{ pr. C.}$$

$$\text{L. } \frac{11}{10} = 0,008600171761918 \text{ für } 2 \text{ pr. C.}$$

$$\text{L. } \frac{22}{11} = 0,978810700930062 - 1 \text{ für } 5 \text{ pr. C.}$$

$$\text{L. } \frac{209}{100} = 0,980883709552928 - 1 \text{ für } 4\frac{1}{2} \text{ pr. C.}$$

$$\text{L. } \frac{11}{10} = 0,982966650701220 - 1 \text{ für } 4 \text{ pr. C.}$$

$$\text{L. } \frac{209}{100} = 0,985059650207064 - 1 \text{ für } 3\frac{1}{2} \text{ pr. C.}$$

$$\text{L. } \frac{109}{100} = 0,987162774294818 - 1 \text{ für } 3 \text{ pr. C.}$$

$$\text{L. } \frac{49}{10} = 0,989276134608227 - 1 \text{ für } 2\frac{1}{2} \text{ pr. C.}$$

$$\text{L. } \frac{19}{10} = 0,991399828238082 - 1 \text{ für } 2 \text{ pr. C.}$$

Die gedachten Tabellen enthalten die Capitalien, zu welchen 100000000 R \ddot{u} durch den Zinseszins a 9, 4 und 3 pr. C. in 1, 2, 3 u. s. w. bis 50, Jahren anwachsen, in ganzen Zahlen und Decimaltheilen. Man kann diese Tabellen nach dem obigen leicht durch Einrichtung derselben für 1 noch bequemer zum Gebrauche machen. Auch findet derjenige, dem daran gelegen S. 6 noch einige von mir nicht genannte Schriftsteller, welche dergleichen Tabellen geliefert haben.

§. 133.

Bei der Berechnung wirklicher Fälle, so wohl der gemeinen Zinsrechnung als der Berechnung des Zinseszinses, erhält man nicht immer die Zeit des Ausstehens so gleich in Jahren, Monaten und Tagen, sondern es wird oft die Zeit der Anlegung des Capitals und die Zeit der Zurücknehmung desselben gegeben, und man muß daraus das nöthige suchen. Diese Arbeit ist sehr leicht, und bedarf keiner Anweisung, man kann sie auch allezeit im Kopfe verrichten. Der Tag der Anlegung und der Tag der Zurücknehmung des Capitals wird haben, wie schon einmal erinnert, gemeiniglich nicht mit gerechnet. Erhält man Tage, und will dieselben nach Monaten bestimmen, so muß man nicht vergessen, daß der Monat 30 Tage gerechnet zu werden pflege. Martini giebt in seinem vermehrten richtigen Capitalisten und fertigen Wech-

Wechseler (Berlin 1776) S. 19. 20 gleichwohl eine Anweisung, wie man sich in diesem Falle zu verhalten habe, und setzt dabei das Aufschreiben aller gegebenen Dinge voraus. Dieser vermehrte richtige Capitalist und fertige Wechsler enthält Tabellen von der Art und dem Gebrauche, als die oben gedachten Hessischen Tabellen sind. Er ist bekannt, und man bezeichnet ihn oft mit dem Namen des Knechts.

Von dem Zinsfusse und Anatozismus bey den Alten, insbesondere bey den Griechen und Römern, findet man unter andern in Pausan's Métrologie ou traité des Mesures, poids et monnoies des anciens peuples et des modernes (Paris 1780) und zwar im 7ten Capitel, eine weitläufige Abhandlung.



Rabattrechnung.

Einleitung.

§. 134.

Es ereignet sich öfters der Fall, daß Gelder, ohne bis dahin Zins zu tragen, erst nach einiger Zeit zu bezahlen sind, Gläubiger und Schuldner aber dahin übereinkommen, daß die Schuld vor der Fallzeit abgetragen werden solle. Es kauft z. B. jemand ein Haus für 15000 R ℓ unter der Bedingung, daß er zum Angelde sogleich 10000 R ℓ erlege, die übrigen 5000 R ℓ aber nach einem Jahre, oder auch in mehreren Terminen, ohne unterdessen von dem nicht bezahlten Zins zu geben, abtrage. Er hat diese Bedingung gemacht, weil es ihm zu der Zeit des Kaufs an Gelde fehlte. Unvermuthet fällt ihm dergleichen durch eine Erbschaft zu, und er wünscht nunmehr, sich mit einem Male mit dem Verkäufer aus einander zu setzen, und der Verkäufer ist es zufrieden. Wenn sich ein solcher Fall ereignet, so ist es billig und mit den Gesetzen übereinstimmend, daß der früher bezahlende Schuldner für den Nichtbrauch eines Capitals, das er zu seinem Vortheile hätte nutzen können, eine Entschädigung erhalte. Es pflegt daher auch der Gläubiger alsdann et-

was

was von der Schuld zu erlassen, und der Schuldner also etwas weniger zu bezahlen. Anstatt 1000 $\text{R}\ell$ & S . giebt man, wenn man 1 Jahr früher bezahlt, 952 $\text{R}\ell$ 9 S 14 D , oder zieht davon 47 $\text{R}\ell$ 14 S 10 $\frac{2}{3}$ D ab. Auch diesem Abzuge hat man einen besondern Namen gegeben, man nennt ihn Kabatt oder Interusurium; und aus seiner Berechnung ebenfalls ein besonderes Capitel der Rechenkunst gemacht, und dieselbe Kabattrechnung oder Interusurienrechnung genannt. Kabatt und Zins haben eine grosse Aehnlichkeit mit einander; denn beyde sind Geld, welches man für den Gebrauch eines Capitals bezahlt: nur bleibt den Zins der Schuldner, und den Kabatt hingegen der Gläubiger. Man hat also Recht, die Kabattrechnung als einen Theil der Zinsrechnung im weitläufigen Verstande anzusehen.

§. 135.

Eben diese Aehnlichkeit aber giebt auch an die Hand, daß sich eine doppelte Art des Kabatts gedenken lassen müsse, der einfache Kabatt nemlich, und der doppelte. So wie der Zinseszins grösser ist als der einfache, so übertrifft auch der doppelte Kabatt den einfachen an Grösse. Diese Bestimmung reicht jetzt zu, in der Folge wird der doppelte Kabatt genauer beschrieben werden. Natürlicher Weise zerfällt also die Kabattrechnung überhaupt, so wie die eigentliche Zinsrechnung in

zwei Theile. Den einen davon nennt man die **gemeine Rabattrechnung**, und den andern die **doppelte Rabattrechnung**, und beide sollen nun in der eben befolgten Ordnung abgehandelt werden.

Gemeine Rabattrechnung.

§. 135.

Um zuvörderst von der **Rechtmässigkeit** des so eben erklärten Rabatts, ausser dem §. 133 berührten, ein Paar Worte zu sagen, so fällt in die Augen, daß der Gläubiger dadurch, daß er sein Geld früher empfängt, in den Stand gesetzt wird, durch Anlegung desselben, z. B. auf Zins, einen sonst nicht gehabtten Nutzen zu ziehen; der Schuldner hingegen sich durch die frühere Bezahlung eines rechtmässigen Vortheils, den ihm der Gebrauch der bezahlten Summe verschafft haben könnte, begiebt. Sollte also der Schuldner, wenn er früher, als er nöthig hatte, bezahlt, gleichwohl die ganze Summe erlegen, so erhielte dadurch der Gläubiger einen Vortheil, zu dem er kein Recht hat, und der Schuldner litte einen Schaden, den er zu übernehmen nicht verbunden ist. Bezahlte z. B. jemand 1000 R ℓ ein Jahr früher, so hätte, wenn nichts rabattirt würde und 5 pr. C. Zins gerechnet werden könnte, der Gläubiger zu der Zeit, da er die 1000 R ℓ eigentlich hätte erhalten sollen, in der That

That 50 Rth mehr, und eben so viel hätte zu eben der Zeit der Schuldner Schaden, denn er hätte ja diese 50 Rth ebenfalls gewinnen können. Der Schuldner muß also bey einer frühern Bezahlung Rabatt erhalten; der Gläubiger wäre ungerecht, wenn er ihm denselben nicht bewilligen wollte.

§. 137.

Allein, wie viel soll jedesmal von der zu bezahlenden Summe rabattirt oder abgezogen werden? Diese Frage muß hier vor allen andern, und selbst vor der Bestimmung und Kenntlichmachung der zur gemeinen Rabattrechnung gehörigen Fälle, allgemein beantwortet werden, und diese Beantwortung erfordert eine ausführliche Untersuchung. Zuvörderst also muß dabey bemerkt werden, daß in den Fällen, wovon hier die Rede ist, kein Zwang statt findet, sondern daß, so oft eine Schuld mit Rabatt früher bezahlt werden soll, freywillige Entschliessung und Einwilligung des Gläubigers und des Schuldners vorausgesetzt wird, so, daß ohne dieselbe die anfängliche Verbindung zwischen dem Gläubiger und Schuldner bleibt. Es wäre überflüssig, wenn man die Wahrheit dieser Behauptung weitläufig beweisen wollte; den Gesetzen nicht widerstreitende Verträge können nicht anders als mit Einwilligung

willigung beyder interessirten Theile abgeändert oder zerstört werden. Hieraus ergibt sich aber so gleich die allgemeine Antwort auf die Frage: Wie viel soll jedesmal bey einer frühern Bezahlung einer Schuld von derselben abgezogen werden? So viel, daß weder der Gläubiger zum Vortheil des Schuldners, noch der Schuldner zum Vortheil des Gläubigers verdortheilt wird. Unter diesen Umständen allein können Gläubiger und Schuldner in eine frühere Bezahlung mit Rabatt willigen.

Gesetzt, daß sich der Fall ereignete, daß ein Gläubiger von jemand 2000 R ℓ nach zwey Jahren zu fordern hätte, der Schuldner aber banquerot würde, ein Conkurs entstände, und nach $\frac{1}{2}$ Jahren der gedachte Gläubiger so wohl als die übrigen so viel als möglich bezahlt werden sollte; so hätte dieser Gläubiger seine 2000 R ℓ doch erst nach $\frac{1}{2}$ Jahren zu fordern, und sollte er also gleichwohl jetzt abgefunden werden, so müßte seine Schuld vor allen Dingen einen Rabatt leiden. In dergleichen Fällen bleibt es nun freylich nicht ganz der Willkühr des Gläubigers überlassen, ob er die frühere Bezahlung mit Rabatt annehmen wolle, oder nicht. Indessen streitet doch auch ein solcher Fall nicht wider die angenommene Voraussetzung, da selbst alsdann der Rabatt so bestimmt wird, als geschehen würde, wenn freywillige Entschliessung von beyden interessirten Theilen da wäre.

§. 138.

Worauf soll nun aber gesehen werden, um zu beurtheilen, ob Vervortheilung entweder des Gläubigers oder des Schuldners statt finde, oder nicht? Auf den Nutzen natürlicher Weise, den man von einem Capitale ziehen kann; aber nicht auf einen solchen Nutzen, der entweder blos in der Gewalt des Gläubigers, oder allein in der Gewalt des Schuldners ist, sondern auf einen für beide gleich möglichen Nutzen. Auf den besondern Vortheil, den so wohl der Gläubiger als der Schuldner, jeder in seiner Lage, von einem Capitale durch die Anwendung und Gebrauch desselben erhalten kann, kann und muß ein jeder von ihnen bei der Entschliessung zur Annahme oder Verwerfung der frühern Bezahlung sehen; aber auf die Bestimmung des Rabatts hat blos der beiden mögliche Vortheil Einfluß, wenigstens sieht man darauf allein bei einer gerichtlichen Bestimmung desselben. Da nun allein die Erhebung landüblicher Zinse jederzeit dem Gläubiger so wohl als dem Schuldner möglich ist, oder doch als möglich betrachtet werden kann; so ergiebt sich aus dem bisherigen die Regel: daß der Rabatt stets so beschaffen seyn müsse, daß so wohl das nach dem Rabatte zu zahlende Capital, von der Zeit der wirklichen Zahlung an bis zu der Zeit der anfänglich festgesetzten, durch den landüblichen Zins die Grösse

Größe wieder erhalten könne, die es vor der Rabattirung hatte; als auch daß der Rabatt, den der Bezahler erhält, durch gleichen Zins in eben der Zeit sich so zu vermehren im Stande sey, daß er den Interessen gleich komme, welche der Schuldner bis zur Zeit der zuerst festgesetzten Zahlung von der ganzen Summe hätte erhalten können.

Der landübliche Zins sind 5 pr. C. Gesetzt also, daß jemand statt 1000 Rth, die er nach einem Jahre zu bezahlen schuldig ist, ohne inzwischen zum Zinse verpflichtet zu seyn, so gleich 952 Rth 9 S^{ch} 17 D^{den} bezahlt, und also 47 Rth 14 S^{ch} 10³/₄ D^{den} rabattirt, so ist dabey, nach dem landüblichen Zinse zu urtheilen, niemand vervortheilt. Der Gläubiger erhält nemlich, wenn er die empfangenen 952 Rth 9 S^{ch} 17 D^{den} a 5 pr. C. auf Zins austhut, nach einem Jahre 1000 Rth, und der Schuldner durch gleiche Anlegung für 47 Rth 14 S^{ch} 10³/₄ D^{den} 50 Rth, und gerade so viel hätte der letztere von den an sich behaltenen 1000 Rth in einem Jahre ziehen können. Angenommen, daß der Schuldner seine Schuld früher zu bezahlen, und der Gläubiger das Geld zu brauchen im Stande sey, und ferner, daß jener damit höchstens 4 pr. C., dieser aber 5 pr. C. gewinnen könne; so ist einmal die frühere Bezahlung mit Rabatt a 5 pr. C. beyden vortheilhaft, und sie werden sich gern dazu entschließen; allein der Gläubiger kann nicht verlangen, daß der Schuldner mit 4 pr. C. zufrieden seyn, und der Schuldner nicht, daß der Gläubiger ihm 5 pr. C. bewilligen solle. Auf diese Art fände keine Gleichheit statt,

statt, und was für Untersuchungen würden dabey bisweilen zur Bestimmung des Rabatts erfordert werden? wie viel Betrug könnte dabey vorgehen? — Könnte man von einem Capitale keinen Vortheil ziehen, wäre z. B. Zins zu nehmen unerlaubt, so könnte auch kein Rabatt statt finden.

§. 139.

Nun kann noch gefragt werden: ob man bey der Berechnung des Nutzens, der von einem Capitale gezogen werden kann, einfachen Zins oder Zinseszins annehmen müsse? Nachdem die Umstände sind, ist die Antwort darauf. Wo nur einfacher Zins erlaubt ist, da muß man auch nach einfachem Zinse den Rabatt festsetzen; wo aber der Zinseszins statt findet, da muß auch auf Zinseszins beym Rabatte gesehen werden. Die doppelte oder zusammengesetzte Rabattrechnung, worin das letzte geschieht, ist daher eben so wichtig, als die gemeine Rabattrechnung, und diejenigen irren, die ausschließungsweise entweder die eine oder die andere angewandt wissen wollen. Am Ende der doppelten Rabattrechnung wird und muß hierüber mehr gesagt werden.

§. 140.

Nunmehr können die Fälle festgesetzt werden, welche zur gemeinen Rabattrechnung gehören. Da hier von der juristischen und politischen Rabattrechnung die Rede ist, so sind davon alle kaufmännische und wech-

wechslerische Berechnungen des Rabatts ausgeschlossen: Von diesen Berechnungen kann also hier auch nur gelegentlich geredet werden, so aber, nicht ohne Nutzen. Es bleiben also als eigentlich hieher gehörig, um zuerst von den einfachen Fällen zu reden, folgende übrig.

- a Die Bestimmung entweder des jetzigen Werths eines Capitals, das nach einer bestimmten Zeit bezahlt werden soll, und inzwischen keinen Zins trägt, oder des Rabatts, den dieses Capital bei baarer Zahlung desselben erfahren muß; wenn außer der Zeit der frühern Zahlung auch das pr. C. bekannt ist.
- b Die Bestimmung entweder des anticipirten Capitals vor dem Rabatte, oder des statt gefundenen Rabatts, aus dem wirklich bezahlten Capitale, der Zeit der frühern Zahlung und dem pr. C. des Rabatts.
- c Die Bestimmung des pr. C. des Rabatts aus dem nach einiger Zeit zu bezahlenden Capitale, der dafür früher entrichteten Summe, und der Zeit der frühern Zahlung.

Zu dem Falle a gehört z. B. die Frage: Wie viel muß man anstatt 3000 Mk., die über 3 Jahr fällig sind, wenn man sie jetzt abtragen will, bei 5 pr. C. pr. A. Rabatt, entrichten? oder: Wie viel Rabatt genießt man,

man, wenn man 3000 RL , die über 3 Jahr fällig sind, jetzt bezahlt, und 5 pr. C. pr. A. Rabatt rechnet? Zu dem Falle b ferner die Frage: Wie groß ist das Capital, wofür man bey 5 pr. C. pr. A. Rabatt und zweijähriger früherer Zahlung 2500 RL entrichten muß? oder: Wie viel Rabatt wird gegeben, wenn man bey 5 pr. C. pr. A. und zweijähriger früherer Zahlung 2500 RL entrichtet? Eine Frage des dritten Falls endlich ist folgende: Zu wie viel pr. C. pr. A. ist der Rabatt gerechnet worden, indem bey fünfjähriger früherer Zahlung anstatt 600 RL nur 480 RL gegeben worden sind? Ueberall aber ist bey diesen Fragen vorausgesetzt worden, daß die nach einiger Zeit erst fällige Capitalien bis dahin keinen Zins tragen.

§. 141.

Nicht allezeit tragen die Gelder, welche nach einiger Zeit erst fällig sind, gar keine Interessen, sondern es ist der Schuldner oft verbunden, dafür Zins zu geben. Das ungeachtet kann der Fall entstehen, daß der Gläubiger und Schuldner wegen einer frühern Bezahlung der Schuld mit Rabatt zu einem andern pr. C., als der Schuldner den Zins entrichten muß, übereinkommen. Auch diesen Fall muß daher die Rabattrechnung betrachten, und er gehört zu den einfachen Fällen derselben, ob er gleich verwickelter als der vorhin gedachte ist. Wenn man will, so kann man diesem Falle ebenfalls die bey a, b und c im vorhergehenden § angeführten Fälle unterordnen.

Ein Exempel anzuführen, so kann zwischen einem Gläubiger und Schuldner leicht der Vertrag statt finden, daß dieser jenem eine Summe z. B. 1500 R^r nach zwey Jahren zu zahlen, und unterdessen dieselbe mit 2 pr. C. zu verzinsen sich anheischig gemacht hat. Dabey kann aber auch ferner eine frühere Bezahlung mit 5 pr. C. pr. A. Rabatt dem Schuldner und Gläubiger unter gewissen Ereignissen vortheilhaft werden, und es wäre also eine Unvollkommenheit der Rabattrechnung, wenn sie nicht auch für diesen Fall entweder das früher zu bezahlende Capital, oder den zu gebenden Rabatt, u. s. w. bestimmen lehrte. Von den zusammengesetzten Fällen der gemeinen Rabattrechnung wird weiter unten geredet.

§. 142.

Um nun mit ein Paar Worten von der Rabattrechnung der Kaufleute zu reden, so ist es unter denselben üblich, daß gewisse Waaren mit Rabatt verkauft werden. Was für welche dahin gehören, findet man z. B. für Hamburg und Amsterdam, in Ludovici's vollständigem Kaufmannslexico (Leipzig 1768, 2te Aufl.) unter den Artikeln, Hamburg und Amsterdam, desgleichen in J. E. Krusen's allgemeinen und besonders hamburgischen Contoristen (Hamburg 1781 4te Aufl.) im 1ten Theile, ebenfalls unter den Artikeln, Hamburg und Amsterdam. Hier ist nicht nöthig davon ein Verzeichniß anzuführen. Man sagt von diesen Waaren auch,
daß

daß sie auf Zeit verkauft werden; indeß würde man sich irren, wenn man glauben wollte, daß ein jeder die Bezahlung für dergleichen Waaren verschieben könnte. Dies findet auf keine Art und Weise statt, sondern es müssen auch diese Waaren, wofern nicht anderweitige Verbindungen da sind, baar bezahlt werden, und der Käufer rabattirt oder discountirt nur von der schuldigen Summe so viel, als ein für allemal festgesetzt worden. In Hamburg und Amsterdam werden 8 pr. C. pr. A. gerechnet, und die Waaren an jenem Orte auf 7 oder 13 oder 16 Monate, und also mit $4\frac{2}{3}$ oder $8\frac{2}{3}$ oder $10\frac{2}{3}$ pr. C. Rabatt, an diesem aber auf 15, 18, 21, 30 und 33 Monate, oder mit 10, 12, 14, 20 und 22 pr. C. Rabatt verkauft. An andern Orten finden auch andere Bestimmungen statt.

§. 143.

Kauft also ein Kaufmann Waaren, die auf Zeit oder mit Rabatt verkauft werden, so muß er bei der Berechnung des Betrags erst den festgesetzten Preis zum Grunde legen, und darauf aus der gefundenen Summe die baare Bezahlung oder den Rabatt ziehen; dies letztere aber geschieht nicht immer auf einerley Art. Bisweilen wird der Rabatt z. B. in Hamburg und Amsterdam, auf 100 gerechnet, d. h. man zieht von jedem 100 und dem pr. C. zusammengekommen das pr. C. ab, von 104 $\frac{2}{3}$ z. B. 4 $\frac{2}{3}$; bei den Waaren, die auf 7 Monat verkauft werden;

werden; bisweilen aber rechnet man ihn in 100, wie in Leipzig und Italien, d. h. man zieht von jedem 100 das bestgesetzte pr. C. ab, und rechnet z. B. 95 statt 100, wenn das pr. C. 5 ist. Gesezt also, daß ein Kaufmann in Hamburg von den Waaren, die auf 12 Monat verkauft werden, für 14507 \mathcal{R} kaufte, und die baare Bezahlung wissen wollte, so wäre die nöthige Rechnung.

$$14507 \mathcal{R} \times \frac{100}{108\frac{1}{2}}$$

326)	4352200 27943 038 226 22 2	13350 \mathcal{R} .
------	---	-----------------------

Wollte er hingegen den Rabatt wissen, so müßte er rechnen

$$14507 \times \frac{8\frac{1}{2}}{108\frac{1}{2}} = \frac{26}{128} = \frac{13}{64}$$

43521	288992 2324 2922 44 2	1157 \mathcal{R} .
-------	--	----------------------

Kaufte hingegen jemand in Leipzig von den Waaren, die 8 pr. C. Rabatt genießen für 1564 \mathcal{R} , so gäbe folgende Rechnung die baare Zahlung

1564

$$\begin{array}{r}
 1564 \text{ R} \times 100 \\
 \hline
 3128 \\
 14076 \\
 \hline
 \text{R} 1438 | 88 \\
 \hline
 352 \\
 \hline
 \text{R} 21 | 12 \\
 \hline
 24 \\
 \hline
 \text{R} 1 | 44 \\
 \hline
 100
 \end{array}$$

folgende Rechnung hingegen den Rabat

$$\begin{array}{r}
 1564 \text{ R} \times 100 \\
 \hline
 \text{R} 125 | 12 \\
 \hline
 \text{R} 2 | 88 \\
 \hline
 \text{R} 10 | 56 \\
 \hline
 100
 \end{array}$$

Oft ist der Rabatt, den Kaufleute einander geben, nicht zum voraus bestimmt, sondern wird jedesmal verabrebet; bis weilen wird ein doppelter Rabatt gegeben, wie im Anstern dann bey prompter Zahlung noch 1 pr. C., welches überdem in 100 gerechnet zu werden pflegt. Dies letztere rühret dar her, weil der Käufer noch Abzug des gewöhnlichen Rabatts noch erst nach 6 Wochen zu bezahlen braucht. Auch der Ras

batt, den die Buchhändler einander geben, gehört hieher; es kommt aber bey diesen die Bestimmung des Rabatts vorzüglich dem Verkäufer zu, und dieser Rabatt ist daher sehr verschieden.

§. 144.

Was den Rabatt betrifft, der bey dem Verlaufe der Wechsel gegeben wird, so verhält es sich damit auf folgende Art. Wenn jemand einen Wechsel nicht auslaufen lassen will oder kann, und daher denselben vor der Zahlungszeit einem andern gegen baare Zahlung überläßt, so genießt der Käufer $\frac{1}{2}$ pr. C. für jeden Monat, oder auch wohl etwas mehr Rabatt, und es kommt dabey auf die Verabredung des Verkäufers und Käufers an, ob der Rabatt in oder auf 100 gerechnet werden soll.

Daß der Rabatt, den Kaufleute einander geben, 8-pr. C. und drüber ist, kann dem nicht auffallen, der bedenkt, daß dieselben ihr Geld höher auszubringen im Stande sind, als diejenigen, die es bloß auf Zins anstehen können; und aus eben dem Grunde läßt sich einsehen, wie Kaufleute den Rabatt in 100 ohne ihren Schaden zu geben im Stande sind. Da ferner so wohl im Handel als bey dem Verlaufe der Wechsel die Zeit der frühern Zahlung mehrentheils nur einige Monate ist, so kann auch bey dem Rabatte in 100 der Rabatt für eine doppelte Zeit fast so groß seyn, als der für die einfache Zeit, u. s. w.; ohne daß daraus der doppelte Nachtheil entstehen kann. Zur Erläuterung der Abschreibung des Rabatts bey dem Waarenhandel sind nach Zubiet in dem angeführten Kaufmannslexico, Art. Rabatt, in Hamburg und Amster-

Amsterdam in einiger Kaufleute Comtoiren Tabellen im Gebrauche, in welchen der Rabatt von 1 bis 100000 Mark oder Gulden nach gewissen Monaten und pr. C. ausgerechnet ist. Ganz richtig urtheilt aber Ludovici am angeführten Orte von dergleichen Tabellen, daß ihr Gebrauch keinen Vortheil gewähre. Sie gleichen nemlich in ihrer Einrichtung und Gebrauch den in der Zinsrechnung berührten, Hessischen und Martinischen Zinstabellen.

§. 143.

Um nun zu den §. 140 angeführten und eigentlich hierher gehörigen Fällen zu kommen; so fällt bey einer aufmerksamen Betrachtung derselben bald in die Augen, daß sie sich von den zur gemeinen Zinsrechnung gehörenden Fällen mehr den Worten nach als wirklich unterscheiden. Es ist nemlich

- a gleich viel, ob man bey gegebenem pr. C. nach dem jetzigen Werthe eines Capitals fragt, das erst nach einer gewissen Zeit, ohne indessen Zins zu tragen, fällig ist; oder ob man ein Capital zu wissen verlangt, welches bey demselben pr. C. in gleicher Zeit durch den Zins zu dem zuerst gebachten Capitale anwachsen kann. Die Frage: Wie viel Capital wird erfordert, um dafür bey 5 pr. C. nach 3 Jahren 3000 R ℓ zu erhalten? ist daher mit der §. 140 zu a gehörigen ersten Frage einerley. Ferner ist es gleich, ob man fragt: Wie viel Rabatt genießt

man z. B. bei 5 pr. C. und früherer Bezahlung von einer bestimmten Zeit von einem gegebenen Capitale? oder ob man wissen will, wie viel Zins, wenn man ebenfalls 5 pr. C. rechnet, in einer Summe, die man nach gleicher Zeit für ein ungenanntes angelegtes Capital erhalten hat, enthalten sey? Wie viel Zins hat man erhalten, wenn man für ein auf Zins α 5 pr. C. angelegtes Capital nach 3 Jahren 3000 R ℓ erhält? Diese Frage ist mit der §. 140 zu a gehörigen zweiten Frage vollkommen einerley.

- b Ist es einerley, ob man aus dem wirklich bezahlten Capitale, der Zeit der frühern Zahlung und dem pr. C. des Rabatts die Größe des anticipirten Capitals vor dem Rabatte sucht, oder ob man bestimmt, wie hoch jenes wirklich bezahlte Capital in gleicher Zeit und bei gleichem pr. C. durch den Zins wächst; desgleichen, ob man aus den genannten Dingen den gesammten Rabatt sucht, oder ob man den gesammten Zins des wirklich bezahlten Capitals in der angenommenen Zeit und pr. C. bestimmt. Wie hoch wachsen 2500 R ℓ in 2 Jahren durch den Zins α 5 pr. C. ? und: Wie viel Zins geben 2500 R ℓ α 5 pr. C. in 2 Jahren? sind daher mit dem §. 140 zu b gehörigen gleichbedeutende Fragen.

o Ist es gar nicht verschieden, ob man fragt: Zu wie viel pr. C. ist ein gegebenes Capital, das noch einer gewissen Zeit erst fällig war, rabattirt worden, wenn dafür baar so oder so viel entrichtet ist? oder ob man zu wissen verlangt, zu wie viel pr. C. dies baar gezahlte Capital angelegt werden müsse, um in der gedachten Zeit durch den Zins jenes Capitalc gleich werden zu können? Die Frage: Zu wie viel pr. C. muß man 480 R ℓ ausgeben, um dafür nach 5 Jahren 600 R ℓ zu erhalten, ist z. B. mit der §. 140 zu c gehörigen Frage vollkommen einerley.

§. 146.

Von den bey a gedachten Fällen ist nun vorzüglich zu reden, theils weil dieselben unter allen am häufigsten vorkommen, theils auch, weil sie als in die gemeine Rabattrechnung besonders gehörig in der gemeinen Zinsrechnung eben nicht berührt worden sind. Zur Beantwortung der ihnen untergeordneten Fragen sind folgende Sätze nothwendig.

- a So wie Geld, das man jetzt auf Zins ausgibt, nach einiger Zeit so viel werth ist, als die Summe eben dieses Geldes und des für diese Zeit fälligen Zinses; so ist Geld, welches ohne Zins erst nach einiger Zeit fällig ist, jetzt seinem Werthe nach von ihm selbst nur ein solcher Theil, als 100 von der Sum-

me von 100 und den für die gedachte Zeit gehörenden pr. C. ist. Den Zins zu 5 pr. C. gerechnet, so sind 1000 R ℓ , die baar gezahlt werden, so viel Werth, als 1050 R ℓ , die nach einem Jahre, oder 1100 R ℓ , die nach zwey Jahren und ohne Zins gezahlt werden sollen; und 1000 R ℓ , die ohne Zins über ein Jahr fällig sind, haben jetzt den Werth von 1000 R ℓ $\times \frac{20}{21}$, so wie 1000 R ℓ , die über jeden Jahr ohne Zins fällig sind, den Werth von 1000 R ℓ $\times \frac{10}{11}$.

§ Der Zins ist von dem Capitale jederzeit der Theil, welcher das pr. C. von 100 ist; der Rabatt aber ist von dem Capitale ein solcher Theil, als das pr. C. von 100 und dem pr. C. zusammengenommen ist. Der Zins ist daher auch bey vielfacher Zeit das eben so vielfache des einfachen Zinses; der Rabatt hingegen nicht, wenn er gleich bey einer grössern Zeit grösser ist, als bey einer kleinern. Bey 5 pr. C. ist der Zins eines Jahrs $\frac{1}{20}$ des Capitals, der Zins zweyer Jahre $\frac{1}{10}$, der Zins dreyer Jahre $\frac{3}{20}$, u. s. w.; der Rabatt hingegen ist für ein Jahr $\frac{1}{21}$, für zwey Jahr $\frac{1}{11}$, für drey Jahr $\frac{2}{11}$, des Capitals u. s. w.

Wenn bey vorfallender früherer Auszahlung eines Capitals, das ohne Zins zu tragen erst nach einiger Zeit fällig ist, der Rabatt richtig berechnet werden soll, so muß ders

selbst auf 100, und nicht in 100 gerechnet werden, weil in dem letztern Falle der Gläubiger allezeit Schaden hätte, wie unten mit mehreren noch wird gezeigt werden.

§. 147.

Dennmehr ist die Auflösung der besondern hieher gehörenden Aufgaben sehr leicht, und arithmetisch betrachtet weiset keinen Zweifeln unterworfen. Es werde also gefragt!

1. Wie viel muß man anstatt 3456 Rth 12 S^{gr}, die ohne Zins nach einem Jahre fällig sind, wenn der Rabatt nach 5 pr. C. Zins bestimmt werden soll, so gleich bezahlen? Die Rechnung ist folgende.

$$3456 \text{ Rth } 12 \text{ S^{gr} } \times \frac{11}{11} = 117$$

$$\underline{69130 \text{ Rth}}$$

$$\underline{23043 \text{ Rth } 18 \text{ S^{gr}}}$$

$$3291 \text{ Rth } 21 \text{ S^{gr} } 8 \frac{1}{2} \text{ D.$$

2. Wie viel Rabatt gehen 3456 Rth 12 S^{gr}, wenn man ein Jahr früher bezahlt, und nach 5 pr. C. Zins gerechnet wird? Die Rechnung ist

$$3456 \text{ Rth } 12 \text{ S^{gr} } \times \frac{11}{11} = 117$$

$$\underline{1152 \text{ Rth } 14 \text{ S^{gr}}}$$

$$164 \text{ Rth } 14 \text{ S^{gr} } 3 \frac{1}{2} \text{ D.}$$

Das dem gegebenen	3456 R ^r 12 S ^l und
den gefundenen	3291 R ^r 21 S ^l 8 ^g S

erhält man auch durch Abz. 164 R^r 14 S^l 3^g S;

so wie auch aus 3456 R^r 12 S^l

durch Abzug der 164 R^r 14 S^l 3^g S

sich ergeben 3291 R^r 21 S^l 8^g S.

Hat man daher aus dem gegebenen Capitale bereits entweder die baare Zahlung oder den Rabatt gefunden, so kann man durch die Subtraction des einen von dem gegebenen Capitale jedesmal das andere finden. Die Probe auf Exempel wie die berechneten macht man nach der gemeinen Zinsrechnung §. 10 f. Es ist nemlich

$$3291 \text{ R}^r 21 \text{ S}^l 8^g \text{ S} \times \frac{1}{100} = 3456 \text{ R}^r 12 \text{ S}^l, \text{ und}$$

$$164 \text{ R}^r 14 \text{ S}^l 3^g \text{ S} \times \frac{1}{100} = 172 \text{ R}^r 19 \text{ S}^l 9^g \text{ S};$$

und so viel als diese letztere Summe beträgt, tragen 3456 R^r 12 S^l a 5 pr. C. in 1 Jahre Zins. Gemeine Rabattrechnung und gemeine Zinsrechnung dienen sich also wechselseitig zur Probe, und auch hieraus erhellt die im Anfange des 145 §. vorgebrachte Behauptung.

§ 148.

Wenn ferner die frühere Bezahlung nicht einjährig seyn soll, so seyen zur Zeigung des hier nöthigen Verfahrens

3. die §. 140 zu a gehörigen Fragen zur Beantwortung aufgegeben; wo die Ausrechnung des ersten Exempels ist

$$3000 \text{ R} \times \frac{11}{12}$$

$$\begin{array}{r|l} 24246 & 2608 \text{ R} \\ 22 & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 384 & 16 \text{ S} \\ 256 & \\ 3 & \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 292 & 8 \frac{1}{2} \text{ S} \\ 38 & \end{array}$$

Die Ausrechnung des zweyten aber

$$3000 \text{ R} \times \frac{11}{12}$$

$$\begin{array}{r|l} 3237 & 391 \text{ R} \\ 232 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 258 & 7 \text{ S} \\ 27 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 84 & 3 \frac{1}{2} \text{ S} \\ 25 & \\ 1 & \end{array}$$

4. Werde gefragt, wie viel anstatt 2000 R bei 2½ jähriger Vorausbezahlung gegeben werden müsse, wenn der Rabatt nach 4 pr. C. bestimmt werden soll? Die Rechnung ist

$$\begin{array}{r}
 2000 \text{ R} \times \frac{111}{112} \\
 \hline
 200000 \\
 20000 \\
 800 \\
 \hline
 356 \\
 \hline
 2136 \\
 2027 \\
 23 \\
 2 \\
 \hline
 54 \\
 \hline
 324 \\
 102 \\
 \hline
 2\frac{1}{3}\frac{1}{7} \text{ S.}
 \end{array}$$

Wollte man den Rabatt suchen, so müßte man rechnen

$$\begin{array}{r}
 2000 \text{ R} \times \frac{111}{112} \\
 \hline
 220000 \\
 22000 \\
 000 \\
 200 \\
 2 \\
 \hline
 528 \\
 284 \\
 168 \\
 \hline
 2008 \\
 219 \\
 \hline
 9\frac{3}{7} \text{ S.}
 \end{array}$$

§. 149.

Es kann nicht schädlich seyn, zum Schlusse der Betrachtung dieses Falles noch mit ein Paar Worten der

Tabel-

Tabellen zu gedenken, welcher, derjenige, der sich häufig mit Berechnungen des Rabatts beschäftigen müßte, mit Vortheile sich bedienen könnte. Es sey also der Rabatt nach 5 pr. C. Zins zu bestimmen, oder, denn auch so druckt man sich hier, um eben dasselbe anzuzeigen, aus; es sey das pr. C. des Rabatts 5; so ist

der Anzeiger der Veränderung
des früher zu bezahlenden Capitals

ben einer frühern Zahlung von	zur Findung der baaren Zahlung	zur Findung des Rabatts
$\frac{1}{4}$ Monat — —	$\frac{960}{981}$ — —	$\frac{1}{521}$
$\frac{1}{2}$ — — —	$\frac{480}{481}$ — —	$\frac{1}{481}$
$\frac{3}{4}$ — — —	$\frac{320}{321}$ — —	$\frac{1}{321}$
1 — — —	$\frac{240}{241}$ — —	$\frac{1}{241}$
$1\frac{1}{4}$ — — —	$\frac{192}{193}$ — —	$\frac{1}{193}$
$1\frac{1}{2}$ — — —	$\frac{160}{161}$ — —	$\frac{1}{161}$
$1\frac{3}{4}$ — — —	$\frac{960}{987}$ — —	$\frac{7}{987}$
2 — — —	$\frac{120}{121}$ — —	$\frac{1}{121}$
$2\frac{1}{4}$ — — —	$\frac{120}{121}$ — —	$\frac{1}{121}$
$2\frac{1}{2}$ — — —	$\frac{96}{97}$ — —	$\frac{1}{97}$
$2\frac{3}{4}$ — — —	$\frac{960}{971}$ — —	$\frac{11}{971}$
3 — — —	$\frac{80}{81}$ — —	$\frac{1}{81}$
$3\frac{1}{4}$ — — —	$\frac{960}{971}$ — —	$\frac{11}{971}$
$3\frac{1}{2}$ — — —	$\frac{480}{481}$ — —	$\frac{7}{481}$
$3\frac{3}{4}$ — — —	$\frac{96}{97}$ — —	$\frac{1}{97}$
4 — — —	$\frac{80}{81}$ — —	$\frac{1}{81}$

u. s. m.
 $\frac{1}{2}$ Jahr

$\frac{1}{2}$ Jahr	—	—	$\frac{10}{11}$	—	—	—	$\frac{1}{11}$
$\frac{1}{2}$	—	—	$\frac{20}{11}$	—	—	—	$\frac{2}{11}$
$\frac{3}{4}$	—	—	$\frac{30}{11}$	—	—	—	$\frac{3}{11}$
1	—	—	$\frac{40}{11}$	—	—	—	$\frac{4}{11}$
$1\frac{1}{4}$	—	—	$\frac{50}{11}$	—	—	—	$\frac{5}{11}$
$1\frac{1}{2}$	—	—	$\frac{60}{11}$	—	—	—	$\frac{6}{11}$
$1\frac{3}{4}$	—	—	$\frac{70}{11}$	—	—	—	$\frac{7}{11}$
2	—	—	$\frac{80}{11}$	—	—	—	$\frac{8}{11}$
$2\frac{1}{4}$	—	—	$\frac{90}{11}$	—	—	—	$\frac{9}{11}$
$2\frac{1}{2}$	—	—	$\frac{10}{9}$	—	—	—	$\frac{1}{9}$
$2\frac{3}{4}$	—	—	$\frac{20}{9}$	—	—	—	$\frac{2}{9}$
3	—	—	$\frac{30}{9}$	—	—	—	$\frac{3}{9}$
$3\frac{1}{4}$	—	—	$\frac{40}{9}$	—	—	—	$\frac{4}{9}$
$3\frac{1}{2}$	—	—	$\frac{50}{9}$	—	—	—	$\frac{5}{9}$
$3\frac{3}{4}$	—	—	$\frac{60}{9}$	—	—	—	$\frac{6}{9}$
4	—	—	$\frac{70}{9}$	—	—	—	$\frac{7}{9}$
$4\frac{1}{4}$	—	—	$\frac{80}{9}$	—	—	—	$\frac{8}{9}$
$4\frac{1}{2}$	—	—	$\frac{90}{9}$	—	—	—	$\frac{9}{9}$
$4\frac{3}{4}$	—	—	$\frac{10}{8}$	—	—	—	$\frac{1}{8}$
5	—	—	$\frac{2}{7}$	—	—	—	$\frac{2}{7}$ u. f. w.

§. 150.

Was die Verfertigung dieser Tabelle betrifft, ist aus der Natur der Sache selbst leicht einzusehen, daß der Anzeiger der Veränderung des früher zu bezahlenden Capitals zur Findung der baaren Zahlung jedesmal mit dem zu ihm gehörigen Anzeiger derselben Veränderung zur Findung des Rabatts ein Ganzes ausmache, und daß man also, nachdem man den einen oder den andern Anzeiger gefunden, den andern durch eine leichte Subtraction zu finden im Stande sey. Will man nun zu einem gegebenen pr. C. z. B. 5, für verschiedene Zeiten, z. B. von Viertel Monat zu Viertel Monat, die Anzeiger der Veränderung des früher zu bezahlenden Capitals zur Findung der baaren Zahlung suchen; so rechne man zuvörderst für einen solchen Theil der Zeit, woraus alle übrige Zeiten zusammengesetzt werden können, im angenommenen Falle für $\frac{1}{4}$ Monat, den Anzeiger, jezt $\frac{488}{1000}$ oder $\frac{268}{100}$, aus. Läßt man von diesem Anzeiger den Zähler unverändert, addirt aber zu seinem Nenner nach und nach den Unterschied zwischen demselben und dem Zähler einmal, zweymal, drey mal u. s. w. genommen; so erhält man dadurch die Anzeiger für das zweifache, dreifache, vierfache u. s. w. der vorher angenommenen Zeit, und es ist nichts weiter übrig, als dieselben auf die möglich kleinsten Zahlen zu bringen. Den

M

ange-

angenommenen Fall beizubehalten, so erhält man auf diesem Wege nach und nach $\frac{4800}{4818}$, $\frac{4800}{4817}$, $\frac{4800}{4816}$, $\frac{4800}{4815}$, $\frac{4800}{4814}$, $\frac{4800}{4813}$ u. s. w., oder $\frac{960}{963}$, $\frac{960}{962}$, $\frac{960}{961}$, $\frac{960}{960}$, $\frac{960}{959}$ u. s. w. woraus mit leichter Mühe $\frac{480}{481}$, $\frac{320}{321}$, $\frac{240}{241}$, $\frac{192}{193}$, $\frac{160}{161}$, $\frac{96}{97}$ u. s. w. die Anzeiger für $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, 1 , $1\frac{1}{2}$, $1\frac{1}{3}$, $1\frac{1}{4}$ Monat, so wie sie die Tabelle enthält, gefunden werden. Höchst vorthellhaft ist es bey dieser Arbeit, wenn man sogleich den Anzeiger für die kleinste Zeit in den möglich kleinsten Zahlen ausdrückt. Will man aber die Anzeiger der Veränderung des früher zu bezahlenden Capitals zur Ausrechnung des Rabatts finden; so suche man zuvörderst auch diesen Anzeiger für eine solche Zeit, woraus sich die übrigen zusammensetzen lassen; für den vorhin angenommenen Fall wäre derselbe $\frac{1}{961}$; ferner vergrößere man nach und nach so wohl als den Nenner um das einfache, doppelte, dreifache u. s. w. des Zählers, und bringe die erhaltenen auf die möglich kleinsten Zahlen. Für den so eben wieder berührten Fall erhält man auf diese Art $\frac{480}{4818}$, $\frac{480}{4817}$, $\frac{480}{4816}$, $\frac{480}{4815}$, $\frac{480}{4814}$, $\frac{480}{4813}$ u. s. w., oder $\frac{48}{481}$, $\frac{32}{321}$, $\frac{24}{241}$, $\frac{19}{193}$, $\frac{16}{161}$, $\frac{9}{97}$ u. s. w. die Anzeiger für $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, 1 , $1\frac{1}{2}$, $1\frac{1}{3}$, $1\frac{1}{4}$ u. s. w. Monat.

Der Grund von dem gesagten liegt im 146ten §, und es ist nicht nöthig, die Nichtigkeit der vorgeschriebenen Regeln weiter läufiger darzuthun. Ein jeder kann sich selbst davon bey einer sorgfältigen Ueberlegung und Anwendung des angeführten

ten

ten §. überzeugen. Man kann sich aber die Verfertigung der Tabelle noch dadurch erleichtern, daß man nach und nach mehrere Anzeiger, und insbesondere von den zur Findung der baaren Zahlung gehörigen die, deren Nenner und Zähler nur um 1 unterschieden sind, und von den zur Findung des Rabatts erforderlichen die, deren Zähler 1 ist, zu Grundanzeigern macht, und daraus die Anzeiger der vielfachen Zeit entwickelt. So kann man auf dem vorher beschriebenen Wege aus dem Anzeiger für 1 Monat bequem die Anzeiger für 2, 4, 6, 8, 10 und 12 Monat, aus dem Anzeiger für 1 Jahr bequem die Anzeiger für 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12 Jahr erhalten. Nöthig ist es übrigens wohl nicht, von dem Falle, wenn eine Tabelle für ein anderes pr. C. verfertigt werden soll, noch besonders zu reden.

§. 151.

Die bisher beschriebene Art den Rabatt zu berechnen, wird öfters die Hoffmannische Berechnung des Rabatts genannt, weil sie Gottfr. Aug. Hoffmann theils in seiner *Prudentia oeconomica*, theils in seinen bei Polackischen schon angeführten Werke einverleibten Demonstrationen von richtiger Berechnung des Interussums vorzüglich bearbeitet und wider die gemachten Einwürfe vertheidiget hat. Polack hat auch die obige Tabelle für alle aus $\frac{1}{2}$ Jahre bis 30 Jahren zusammengesetzten Zeiten unter dem Titel: Tabelle des Herrn Hoffmanns, Verhältniß des Interussums zu dem Scheinbatter d. i. dem

kannten Capitale, von welchem das Interusurium abgezogen werden soll, nebst einem zugleich beigelegten Exempel auf 30 Jahre. Wider die Rechnung selbst läßt sich nichts einwenden; ob und wenn und wie weit sie auf wirkliche Fälle im Leben passe, ist eine andere Frage, deren Beantwortung aber nicht hier, sondern erst am Ende der doppelten Rabattrechnung gegeben werden kann.

§. 152.

Die Carpzovische Art hingegen streitet wider die §. 138 angeführte und bewiesene Behauptung, und wird daher mit Recht verworfen. Nach derselben ist der Rabatt jedesmal so groß, als der Zins, und der Rabatt für eine doppelte, dreifache, vierfache Zeit u. s. w. auch genau das doppelte, dreifache, vierfache u. s. w. des einfachen Rabatts. Werden z. B. 5 pr. C. gerechnet, so ist der Rabatt von 1000 R ℓ für 1 Jahr 50 R ℓ , für 2 Jahr 100 R ℓ , für 3 Jahr 150 R ℓ u. s. w. So wie aber der Zins endlich dem Capitale gleich werden kann, so muß es nach dieser Art auch der Rabatt werden können, und alsdann hätte also ein Schuldner, der so lange, als dazu nöthig wäre, früher bezahlt, gar nichts zu entrichten. Wie ungereimt! Ja, da der Zins mit der Zeit selbst größer als das Capital werden kann, so müßte auch dies bey dem Rabatte statt finden, und in einem solchen Falle müßte der Gläubiger dem Schuldner noch herausgeben.

Was

Was für Folgen! Gesezt man verspräche jemand 50000 $\text{R}\ell$ in 30 Jahren zu schenken, und vergliche sich kurz darauf mit ihm, ihm die versprochene Summe mit 5 pr. C. pr. A. Rabatt so gleich auszuzahlen; so würde nach der Carpsjovschen Methode der, dem die 50000 $\text{R}\ell$ versprochen wären, anstatt etwas zu erhalten, dem andern noch 25000 $\text{R}\ell$ bezahlen müssen. Ohne Nachtheil des Gläubigers kann nach dieser Art niemals gerechnet werden, und der Schaden wird immer grösser, je grösser die Zeit der Vorausbezahlung angenommen wird.

§. 153.

Obnerachtet die bisher beschriebene Art den Rabatt zu berechnen so natürlich und leicht ist, daß sie sich nach einiger Ueberlegung gleichsam von selbst darbietet, und obnerachtet dieselbe in der ihr ähnlichen kaufmännischen Berechnung des Rabatts längst üblich gewesen ist; so urtheilt gleichwohl Unger, daß die gemeine Arithmetie dazu ganz unzulänglich sey, und hält mit verschiedenen andern die Betrachtung gewisser unendlichen Reihen zur Findung der obigen Regel für nothwendig. Wenn jemand glaubt, daß man den Rabatt in 100 rechnen könne, so kann man ihn sehr gut von seinem Irrthume überzeugen, wenn man sagt: Gesezt, es jöge jemand von 100 $\text{R}\ell$, die er über ein Jahr zu bezahlen schuldig ist, bey einer jetzigen Zahlung 5 $\text{R}\ell$ ab, so anticipirte er diese 5 $\text{R}\ell$ ein Jahr,

und sein Creditor müßte also von diesen 5 \mathcal{R} wieder $\frac{1}{10}$ oder 6 \mathcal{H} abziehen. Diese 6 \mathcal{H} würden aber ebenfalls anticipirt, und müßten daher auch $\frac{1}{10}$ Rabatt leiden, u. s. w. Allein zur Findung der zur Berechnung des gemeinen Rabatts nöthigen Regel ist eine solche Betrachtung auf keine Art und Weise nothwendig, ja man kann die berührte Absicht auf andern Wegen vielleicht noch bequemer und sicherer erreichen.

§. 154.

Wenn besseres Geld gegen schlechteres, Gold z. B. gegen Courant umgesetzt werden soll, so muß man natürlicher Weise der Zahl nach etwas verlieren. Die Größe dieses Verlustes bestimmt man ebenfalls nach pr. C., und sagt z. B. Courant verliere gegen Gold $6\frac{1}{2}$ pr. C. Man sieht nach einiger Ueberlegung bald, daß dies pr. C. auf 100 und nicht in 100 zu rechnen sey, und daß also die bei der gedachten Umsehung vorkommende Berechnungen mit den bisher betrachteten Rabattberechnungen von einerley Art sind. Manchen Personen werden jene Berechnungen schwer, ohnerachtet sie sich in der Berechnung des Agios gut zu finden wissen. Dies rührt ohnstreitig daher, weil sie den Ausdruck pr. C. eigentlich und nicht in dem Verstande nehmen, als §. 149 angezeigt worden ist. Bei allen Arten des Rabatts auf 100 heißt pr. C. nicht von 100, sondern von 100 und dem pr. C. zusammenge-
nommen.

§. 155.

§ 155.

Was nun die bey b und c §. 140 und 145 gedachten Fälle anbetrifft, so verweise ich in Ansehung derselben um so viel mehr auf die Betrachtung der ihnen ähnlichen Fälle in der gemeinen Zinsrechnung, da sie in der Practik so oft eben nicht vorkommen. Insbesondere gehört hieher und zu dem zweiten Falle der 50te §. Was den letzten Fall anlangt, so findet man aus dem früher bezahlten Capitale und derjenigen Summe, für welche man es bezahlt hat, durch die Subtraction leicht den sammtlichen Rabatt. Dieser Rabatt ist dem Zinse gleich, den das wirklich bezahlte Capital bis zu seiner eigentlichen Fallzeit tragen muß; und ihn also mit der Zahl der Termine dividirt, so erhält man den Zins des wirklich bezahlten Capitals für einen Termin. Aus diesem Zinse aber erhält man das pr. C. dasselben, welches mit dem pr. C. des Rabatts einerley ist, so leicht, daß daher dieser Fall in der gemeinen Zinsrechnung nicht einmal angeführt worden ist.

Bezahlt man z. B. anstatt 600 R ℓ , die ohne Zins nach 5 Jahren zu bezahlen waren, so gleich 480 R ℓ ; so rabattirt man 120 R ℓ , und so viel Zins müssen 480 R ℓ , wenn richtig rabattirt seyn soll, in 5 Jahren tragen. Geben nun 480 R ℓ in 5 Jahren 120 R ℓ , so ist der Zins eines Jahres 24 R ℓ , und das pr. C. $100 \times \frac{24}{480}$, d. h. $\frac{2400}{480}$ oder 5. Es sind also auch die gedachten 600 R ℓ mit 5 pr. C. rabattirt worden.

§. 136.

Es folgt nun (§. 141) der Fall, wenn das nach einiger Zeit fällige, mit Einwilligung des Gläubigers und Schuldners aber früher zu bezahlende Capital bis zu seiner Fallzeit einen verabredeten Zins trägt, und wovon oben bereits ein Beispiel angeführt worden ist. Ueberhaupt überzeugt man sich bei diesem Falle leicht davon, daß der Zins, welchen der Schuldner zu entrichten hat, den Rabatt, welchen er sonst hätte genießen können, vermindere, und es kommt also vorzüglich darauf an zu bestimmen, wie groß diese Verminderung in jedem hier möglichen Falle sey. Da, wenn dieser Fall statt findet, nicht nur das Capital, sondern auch der zur Zahlungszeit desselben fällige Zins mit Rabatt bezahlt wird; so kann derjenige Rabatt, welchen das Capital, wenn der Schuldner zu keinem Zinse verpflichtet wäre, durch den von ihm zu gebenden Zins nicht um diesen Zins selbst, sondern nur um den jetzigen Werth desselben verringert werden. Gesezt daß 1500 R ℓ , die über 2 Jahr bezahlt und unterdessen mit 2 pr. C. verzinst werden sollten, sogleich mit 5 pr. C. Rabatt zu entrichten wären: so rabattirte der Schuldner $1500 \times \frac{1}{11}$, oder 136 R ℓ 8 \mathcal{H} $\frac{8}{11}$ S von dem Capitale selbst; er hätte aber außerdem $1500 \text{ R}\ell \times \frac{1}{25}$, oder 60 R ℓ Zins zu entrichten, und müßte also dafür jetzt $60 \text{ R}\ell \times \frac{10}{11}$ oder 54 R ℓ 13 \mathcal{H} $\frac{1}{11}$ S

$1\frac{1}{11}\%$ bezahlen. Er jöge also von den gedachten 1500 $\text{R}\ell$ nur 136 $\text{R}\ell$ 8 S $8\frac{8}{11}\%$ oder 54 $\text{R}\ell$ 13 S $1\frac{1}{11}\%$, oder 81 $\text{R}\ell$ 19 S $7\frac{7}{11}\%$ ab. Hieraus ergiebt sich, einmal, daß zwar, wenn das pr. C. des Zinses mit dem pr. C. des Rabatts einerley ist, Rabatt und Zins sich heben, und also das ganze Capital bezahlt werden muß; ein Fall indeß, der schwerlich sich ereignen dürfte: daß aber zweitens, wenn das pr. C. des Rabatts und das pr. C. des Zinses ungleich sind, auf keine Art und Weise das kleinere pr. C. von dem größern gerade so viel vernichte, als es selbst beträgt, so daß z. B. in dem betührten Falle das Capital der 1500 $\text{R}\ell$ mit 3 pr. C. Rabatt bezahlt werden müßte. Da der Rabatt, den diese 1500 $\text{R}\ell$ wirklich leiden $81\frac{2}{11}\%$ $\text{R}\ell$ ist, und anstatt desselben also 1418 $\frac{2}{11}\%$ $\text{R}\ell$ entrichtet werden müssen; so wäre, nach dem am Ende des vorhergehenden §. gesagten, das pr. C. des wirklichen Rabatts den 1500 $\text{R}\ell$ gleich

$$100 \times \frac{40\frac{10}{11}}{1418\frac{2}{11}}, \text{ oder } \frac{410}{1418} \text{ d. h. } 2\frac{23}{28}, \text{ und nicht 3.}$$

§. 157.

Um also aus einem Capitale, das zwar nach einiger Zeit erst fällig ist, aber unterdessen zu einem gewissen pr. C. verzinst werden muß, bei gegebenem pr. C. des Rabatts und der Zeit der frühern Zahlung entweder die Summe, welche dafür bezahlt werden muß, oder den

M 5 Rabatt,

Rabatt, den das schuldige Capital erfährt, zu finden, muß man das Product aus diesem Capitale und dem Anzeiger seiner Veränderung zur Findung der Summe, zu welcher es bey dem gegebenen pr. C. und Zeit durch den Zins wächst, in jenem Falle mit dem Anzeiger der Veränderung eines Capitals zur Findung der baar zu bezahlenden Summe multipliciren, in diesem aber mit dem Anzeiger der Veränderung eines Capitals zur Findung des Rabatts für das bestimmte pr. C. und die gegebene Zeit multipliciren, und darauf von dem gefundenen den an dem Schuldner zu entrichtenden Zins abziehen. Wie viel anstatt 1500 R ℓ , die nach 2 Jahren fällig sind, und unterdessen mit 2 pr. C. verzinst werden sollen, mit 5 pr. C. Rabatt so gleich bezahlt werden müsse, findet man z. B. durch folgende Rechnung.

$$1500 \text{ R}\ell \times \frac{26}{27} \times \frac{10}{11} = \frac{72}{11}$$

3000

7500

78000

2355

241

1418 R ℓ

240

2

4 86

240

2

4 11 2.

Den

Den Rabatt hingegen, wenn man ihn unmittelbar sucht, giebt folgende Rechnung.

$$1500 \text{ R} \times \frac{26}{100} \times \frac{1}{11} = \frac{26}{11 \times 100} \times 1500$$

1500	R	$\times \frac{26}{100}$	$\times \frac{1}{11}$	$= \frac{26}{11 \times 100}$
<hr/>				
9000				
30				
<hr/>				
39000				
<hr/>				
7800				
<hr/>				
1368				
429				
<hr/>				
218				
187				
2				
<hr/>				
84				
7				
<hr/>				

141 R

19 S

7 $\frac{7}{11}$ S.

Von diesen 141 R 19 S 7 $\frac{7}{11}$ S die 60 R Zins, welche 1500 R bei 2 pr. C. in zwei Jahren tragen, abgezogen, so bleibt für den wirklichen Rabatt der 1500 R übrig 81 R 19 S 7 $\frac{7}{11}$ S.

Weistentheils ist es hier vorthellhafter die baar zu bezahlende Summe zu suchen.

§. 158.

Nunmehr muß ich von den zusammengesetzten Fällen der gemeinen Rabattrechnung reden, deren

es vorzüglich eine doppelte Art giebt. Es kann sich nemlich ereignen, entweder, daß mehrere Capitalien, die entweder zu verschiedenen Zeiten fällig sind, oder mit verschiedenem Rabatte früher bezahlt werden sollen, oder bey denen beyde Umstände sich finden, auf einmal und in einer Summe abgetragen werden sollen, oder daß Ein Capital zu verschiedenen Zeiten und in verschiedenen Summen zu bezahlen verabrebet worden. In jenem Falle können die früher zu bezahlende Capitalien bis zu ihrer Fälligkeit einen verabrebeten Zins tragen, oder ohne Zins so lange von dem Schuldner behalten werden; in diesem aber findet stets der Zins statt. Ein jeder dieser Fälle kann übrigens öfters sich ereignen, und ist also wichtig, und ein jeder muß daher auch besonders betrachtet werden.

§. 159.

Gesetzt, daß mehrere Capitalien, ohne indessen Zins zu tragen, zu verschiedenen Zeiten fällig sind, und zu gleichem pr. C. mit Rabatt früher bezahlt werden sollen; z. B. es ist jemand 4000 R ℓ in 2 einjährigen Terminen und gleichen Summen zu bezahlen schuldig, verabrebet aber nach 3 Monaten mit seinem Gläubiger, daß er jetzt mit 4 pr. C. Rabatt sich mit ihm aus einander setzen dürfe: so bleibt, ohne Tabellen, zur Findung so wohl der baaren Zahlung als des Rabatts kein anderer Weg übrig,

übrig, als die öftere Anwendung der bisher vorgetragenen Regeln, und Ausrechnung also der genannten Dinge für die einzeln Capitalien, und darauf die Summirung der verschiedenen gefundenen Summen. In dem angenommenen Falle hat der Schuldner zur Bezahlung der ersten 2000 R ℓ noch $\frac{1}{4}$, und zur Bezahlung der andern 2000 noch $\frac{1}{2}$ Jahr Zeit. Es muß also der Schuldner jetzt bezahlen

$$\begin{aligned} \text{für die 1ten 2000 R}\ell &- 2000 \text{ R}\ell \times \frac{189}{100} = 1941 \frac{17}{100} \\ \text{— 2 — — — 2000 R}\ell &\times \frac{189}{100} = 1869 \frac{17}{100} \\ \text{also überhaupt 2000 R}\ell &\times (\frac{189}{100} + \frac{189}{100}) = 3810 \frac{34}{100} \\ \text{und genießt an Rabatt.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{für die 1ten 2000 R}\ell &- 2000 \text{ R}\ell \times \frac{101}{100} = 58 \frac{10}{100} \\ \text{— 2 — — — 2000 R}\ell &\times \frac{101}{100} = 202 \frac{10}{100} \\ \text{also überhaupt 2000 R}\ell &\times (\frac{101}{100} + \frac{101}{100}) = 189 \frac{101}{100} \end{aligned}$$

Freilich könnte man, wenn die früher zu bezahlende Summen, wie vorhin, gleich sind, auch die Anzeiger zusammen addiren, und mit ihrer Summe das eine Capital multipliciren.

$$\begin{aligned} \text{So ist z. B. } 2000 \text{ R}\ell &\times \frac{1189}{100} \text{ auch gleich } 3810 \frac{34}{100} \\ \text{und } 2000 \text{ R}\ell &\times \frac{1041}{100} \text{ gleich } 189 \frac{101}{100} \end{aligned}$$

Allein vorthellhaft ist diese Art, wenn die nöthigen Summen der Anzeiger nicht schon zuvor berechnet sind, eben nicht, und also auch nicht zu empfehlen; doch verhält es sich

sich anders, wenn man die gedachten Summen der Anzeiger in einer Tabelle zur Hand hat.

§. 160.

Eben so wenig ist auch eine Verkürzung der Rechnung möglich, wenn mehrere Capitalien, die, ohne indessen Zins zu tragen, nach einer und derselben Zeit fällig sind, zu verschiedenen pr. C. mit Rabatt früher bezahlt werden sollen. Angenommen, daß jemand 3500 R ℓ über 1½ Jahr schuldig wäre, und 2500 R ℓ mit 5 pr. C. und 1000 R ℓ mit 4 pr. C. Rabatt sogleich bezahlen wollte, so müßte man auch hier theilweise rechnen. Es bezahlte nemlich der Schuldner

für die 2500 R ℓ — 2500 R ℓ \times $\frac{4}{100}$ oder 2325 $\frac{2}{3}$.

für die 1000 R ℓ — 1000 R ℓ \times $\frac{5}{100}$ oder 943 $\frac{2}{3}$.

also überhaupt für die 3500 R ℓ — — 3268 $\frac{2}{3}$ R ℓ ,

und erhielt folglich an Rabatt

für die 2500 R ℓ — 2500 R ℓ \times $\frac{2}{100}$ oder 174 $\frac{2}{3}$ R ℓ .

für die 1000 R ℓ — 1000 R ℓ \times $\frac{3}{100}$ oder 56 $\frac{2}{3}$ R ℓ .

und also überhaupt für die 3500 R ℓ 231 $\frac{1}{3}$ R ℓ .

Noch mehr muß diese theilweise angestellte Art der Rechnung notwendig seyn, wenn nicht nur die früher zu bezahlenden Capitalien in Ansehung ihrer eigentlichen Fallzeit, sondern auch in Ansehung des pr. C. des Rabatts verschieden sind. Besondere Fälle von dieser Gattung durchzugehen, scheint überflüssig zu seyn.

§. 161.

§. 161.

Ehe ich weiter gehe, muß ich noch einen Fall von der §. 159 betrachteten Gattung berühren; er ist aus Florencourts Abhandlungen aus der juristischen und politischen Rechenkunst §. 38 und 52 des 1ten Capitels genommen, und folgender. Es will jemand 1000 R_L , die in 10 einjährigen Terminen ohne Interessen und in jedem Termine mit 100 R_L abgetragen werden sollten, sogleich auf einmal und mit 5 pr. C. Rabatt entrichten. Es wird gefragt, wie viel er zu bezahlen habe? Florencourt giebt zur baar zu bezahlenden Summe 816 $\frac{2}{3}$ R_L an, und rechnet dabei nach folgender Regel. Man addire zu der ganzen, terminweise zu bezahlenden Summe den Zins, welchen dieselbe bei einem dem pr. C. des Rabatts gleichem pr. C. in der Hälfte der statt findenden Termine weniger 1 tragen würde, und suche dann von dieser Summe die baar zu zahlende Summe oder den Rabatt nach dem gegebenen pr. C. und als ob sie in dem letzten Termine fällig gewesen. Zu dem Capitale der 1000 R_L also den Zins desselben in der Hälfte von 10 weniger 1, d. h. 4 $\frac{1}{2}$ Jahren, oder 225 R_L addirt, und von den kommenden 1225 R_L die bei zehnjähriger früherer Zahlung mit 5 pr. C. Rabatt zu gebende Summe gesucht, oder $\frac{7}{8}$ davon abgezogen; so kommen 816 $\frac{2}{3}$ R_L , wie vorher angegeben wurde. Wenn aber diese Regel richtig seyn soll, so muß es einerley seyn, ob man ein Capital, z. B. 1000 R_L ,
das

das nach einer gewissen Zeit, z. E. nach einem Jahre, ohne unterdessen Zins zu tragen, fällig ist, und mit Rabatt, z. B. 5 pr. C. sogleich bezahlt werden soll, ob man, sage ich, dies Capital selbst nimmt, und nach den angeführten Umständen die baare Zahlung für dasselbe, oder seinen Rabatt berechnet; oder ob man statt desselben ein anderes Capital nimmt, zu welchem das genannte durch den Zins zu einem dem pr. C. des Rabatts gleichem pr. C. in einer gewissen Zeit wachsen kann, und von diesem die baare Zahlung oder den Rabatt nach eben dem pr. C. aber bei einer Zeit sucht, die aus der bei jenem Capitale statt findenden und derjenigen besteht, in welchem dasselbe durch den Zins dem angenommenen Capitale gleich werden kann. Es müßte, um einige Beispiele anzuführen, gleich seyn, ob man bei 5 pr. C. Rabatt 1000 Rth ein Jahr, oder 1050 Rth zwey, oder 1100 Rth drey Jahr, u. s. w. früher bezahlt. Ist dies? Ein Jahr früher bezahlt, giebt man bei 5 pr. C. Rabatt statt 1000 Rth 952 $\frac{2}{3}$ Rth, 1050 Rth aber geben bei zweyjähriger früherer Zahlung 954 $\frac{4}{3}$ Rth, 1100 Rth bei dreijähriger früherer Zahlung 956 $\frac{2}{3}$ Rth, 1150 Rth bei vierjähriger früherer Zahlung 958 $\frac{1}{3}$ Rth, 1200 Rth bei fünfjähriger früherer Zahlung 960 Rth u. s. f. So oft daher nach der angeführten Voraussetzung gehandelt wird, ist Vervortheilung da, und diese streitet wider die Grundregel des Rabatts. Ich kann daher auch die Fl-

ren=

rencourtsche Regel nicht unterschreiben, sondern muß vielmehr die Befolgung der §. 159 gegebenen Vorschriften empfehlen.

Um den vom Florencourt begangenen Fehler ganz sichtbar zu machen, will ich hier noch die von ihm gewählte Aufgabe nach der §. 159 gegebenen Regel auflösen, und dann noch einige Anmerkungen hinzufügen. Es müßte also der Schuldner baar bezahlen

$$\frac{20}{11} \times 100 \text{ Rk} = 95\frac{5}{11} \text{ Rk} \text{ für die } 100 \text{ Rk} \text{ nach dem 1ten Jahre}$$

$$\frac{19}{11} \times 100 \text{ Rk} = 90\frac{10}{11} \text{ Rk} \text{ — } 100 \text{ Rk} \text{ — } 2 \text{ —}$$

$$\frac{18}{11} \times 100 \text{ Rk} = 86\frac{2}{11} \text{ Rk} \text{ — } 100 \text{ Rk} \text{ — } 3 \text{ —}$$

$$\frac{17}{11} \times 100 \text{ Rk} = 83\frac{1}{11} \text{ Rk} \text{ — } 100 \text{ Rk} \text{ — } 4 \text{ —}$$

$$\frac{16}{11} \times 100 \text{ Rk} = 80 \text{ Rk} \text{ — } 100 \text{ Rk} \text{ — } 5 \text{ —}$$

$$\frac{15}{11} \times 100 \text{ Rk} = 76\frac{4}{11} \text{ Rk} \text{ — } 100 \text{ Rk} \text{ — } 6 \text{ —}$$

$$\frac{14}{11} \times 100 \text{ Rk} = 74\frac{2}{11} \text{ Rk} \text{ — } 100 \text{ Rk} \text{ — } 7 \text{ —}$$

$$\frac{13}{11} \times 100 \text{ Rk} = 71\frac{1}{11} \text{ Rk} \text{ — } 100 \text{ Rk} \text{ — } 8 \text{ —}$$

$$\frac{12}{11} \times 100 \text{ Rk} = 68\frac{8}{11} \text{ Rk} \text{ — } 100 \text{ Rk} \text{ — } 9 \text{ —}$$

$$\frac{11}{11} \times 100 \text{ Rk} = 66\frac{7}{11} \text{ Rk} \text{ — } 100 \text{ Rk} \text{ — } 10 \text{ —}$$

also in allem $794\frac{8223424}{18017009} \text{ Rk}$. Eben diese Summe

findet man, wenn man die Anzeiger $\frac{20}{11}, \frac{19}{11}, \frac{18}{11}, \frac{17}{11}, \frac{16}{11},$

$\frac{15}{11}, \frac{14}{11}, \frac{13}{11}, \frac{12}{11}, \frac{11}{11}$ summiret, und mit dem Aggregato

$\frac{1432236757}{18017009}$ die in jedem Termine zu bezahlende 100 Rk

multiplirt, denn es ist $100 \text{ Rk} \times \frac{1432236757}{18017009}$ gleich

$794\frac{8223424}{18017009} \text{ Rk}$, und Florencourt hat also über 22 Rk

zu viel herausgebracht. Will man sich auf eine allgemeinere

Art von der Unrichtigkeit der Florencourtschen Regel

überzeugen, so kann es auf folgendem Wege geschehen. Wenn ein Capital mit 5 pr. C. Rabatt früher bezahlt werden soll, so bezahlt man bey einjähriger früherer Zahlung statt des Ganzen $\frac{20}{21}$. Gesezt, daß man anstatt des Capitals $1\frac{1}{2}$ oder $\frac{3}{2}$ desselben, d. h. das durch den einjährigen Zins vermehrte Capital nimmt, und die bey zweijähriger früherer Zahlung baar dafür zu gebende Summe finden will, so muß man davon $\frac{1}{2}$, also von dem ursprünglichen Capitale $\frac{3}{2} \times \frac{1}{2}$ d. h. $\frac{3}{4}$ suchen, und erhält folglich $\frac{1}{4}$ mehr. Bezahlte man ferner statt $\frac{20}{21}$ eines Ganzen $\frac{20}{21}$ von $\frac{20}{21}$ desselben, so giebt man statt $\frac{20}{21}$ schon $\frac{2}{3}$, und also $\frac{2}{3}$ mehr, u. s. w. Endlich kann man auch, um die Aufgabe selbst noch einmal zu berühren, schließen: Die Summe $794\frac{3223424}{100000}$ Mk. besteht aus den Summen $95\frac{1}{2}$ Mk., $90\frac{1}{2}$ Mk., $86\frac{2}{3}$ Mk., $83\frac{1}{2}$ Mk., 80 Mk., $76\frac{1}{3}$ Mk., $74\frac{2}{7}$ Mk., $71\frac{1}{2}$ Mk., $68\frac{2}{3}$ und $66\frac{2}{3}$ Mk., und alle diese Summen wachsen von der Zeit der baaren Zahlung an bis zur Fallzeit derjenigen 100 Mk., für welche sie bezahlt werden, durch den Zins zu 5 pr. C. zu 100 Mk., und sind also die wahren zu bezahlenden Summen, und alle andere als sie müssen falsch seyn.

§. 162.

Da die Florencourtsche Regel, welche, wenn sie richtig wäre, allerdings die Berechnung des Falls, zu welchem sie gehört, sehr erleichtern und verkürzen würde, nicht statt haben kann, so muß ich hier noch von dem
im

Im 159ten §. gedachten Tabellen reden, theils um der Erleichterung willen, welche man bey öfterer Berechnung solcher Fälle, wenn Geld, das ohne Zins zu tragen in gleichen Summen und gleich weit von einander entfernten Terminen fällig ist, auf einmal mit Rabatt bezahlt werden soll, davon haben kann, theils aber auch des Gebrauchs wegen, der davon in den folgenden gemacht werden soll. Man erhält dergleichen Tabellen durch Summirung der Anzeiger der Veränderung eines Capitals zur Findung der baaren Zahlung, so daß man nach und nach 1, 2, 3, 4 Anzeiger u. s. w. vom Anfang an zusammen nimmt. Wenn von jährigen Terminen die Rede ist, und der Rabatt zu 5 pr. C. gerechnet wird, so sind die gedachten Anzeiger

für	1 Jahr	—	$\frac{29}{100}$
—	2	—	$\frac{19}{100}$
—	3	—	$\frac{29}{100}$
—	4	—	$\frac{5}{100}$
—	5	—	$\frac{9}{100}$
—	6	—	$\frac{19}{100}$
—	7	—	$\frac{29}{100}$
—	8	—	$\frac{5}{100}$
—	9	—	$\frac{29}{100}$
—	10	—	$\frac{5}{100}$ u. s. w.

Hieraus erhält man leicht die Summen der Anzeiger

1	Jahres	—	19
2	Jahre	—	419
3	—	—	24119
4	—	—	22631
5	—	—	27391
6	—	—	2181208
7	—	—	16116141
8	—	—	40216221
9	—	—	187416671
10	—	—	204601111

§. 163.

Was nun den Gebrauch dieser Tabellen anlangt, so ist derselbe §. 159 und §. 161 in der Anmerkung für den bisher betrachteten Fall schon angezeigt worden; indeß mag folgende Frage zu mehrerer Erläuterung noch hier stehen. Es will jemand 4750 R ℓ , die er ohne Zins in 3 einjährigen Terminen in gleichen Summen abtragen sollte, baar mit 5 pr. C. Rabatt entrichten; was wird er zu bezahlen haben? — Die in jedem Termine abzutragende Summe ist 950 R ℓ , und der Anzeiger ihrer Veränderung zur Bindung der baaren Zahlung steht in der Tabelle bei 5 Jahren. Die Rechnung geschieht also nach diesem Ausdrucke

$$950 \text{ R}\ell \times 77293, \text{ und ist}$$

$$\begin{array}{r}
 77293 \\
 950 \\
 \hline
 3864650 \\
 695637 \\
 \hline
 17710 \quad 73428350 \\
 3868799 \quad 4146 \text{ Rk} \\
 28297 \\
 28386 \\
 408 \\
 342 \\
 \hline
 1076 \\
 \hline
 6456 \quad 3 \text{ Rk} \\
 3343 \\
 11 \\
 2286 \\
 \hline
 23716 \\
 6829 \quad 71312 \text{ Rk} \\
 131
 \end{array}$$

Nach der von Florencourt gegebenen Regel müßte man rechnen:

die ganze zu bezahlende Summe ist 4750 Rk,
 dazu $237\frac{1}{2} \text{ Rk} \times 2$ oder 475 Rk Zins,
 so erhält man 5225, wovon

$\frac{1}{2}$, um die baare Zahlung 4180 zu finden, zu nehmen
 sind. Viel leichter und bequemer ist dieser Weg; aber
 N 3 welsch

welch ein Unterschied zwischen dieser und der vorhergehenden richtigen Summe?

§. 164

Da die Anzeiger in der §. 162 gegebenen Tabelle, so wie auch in allen ihnen ähnlichen, sehr bald aus vielen Zahlen bestehen, und daher die nach ihnen nöthige Division schwer und unsicher wird; so ist es gut, wenn man an ihrer Stelle ihre Quotienten in Decimalzahlen hat, wodurch zugleich der Raum erspart wird. Für $\frac{77293}{17718}$ z. B. 4,36437 genommen; so wird die Berechnung des Falls §. 163

$$\begin{array}{r}
 950 \text{ R} \times 4,36437 \\
 \hline
 2182185 \\
 3927933 \\
 \hline
 \text{R} 41461515 \\
 \hline
 6060 \\
 \hline
 \text{R} 316360 \\
 1272 \\
 \hline
 \text{R} 71632
 \end{array}$$

Man vergleiche diese Rechnung mit der vorhergehenden.

§. 165.

Bis jetzt sind nur lauter zusammengesetzte Fälle von der Art betrachtet worden, wo die nach einiger Zeit fälligen Capitalien bis dahin keinen Zins tragen. Ist ein Zins verabredet worden, so thut man am besten, daß man denselben vor allen andern berechnet, zu den zugehörigen Capitalen addirt, und dann nach den gegebenen Regeln verfährt. Gesezt z. B. daß jemand 1000 R ℓ , die in zwei einjährigen Terminen jedesmal mit 500 R ℓ abgetragen und bis zu ihrer Fallzeit mit 2 pr. C. verzinsset werden müssen, so gleich mit 5 pr. C. Rabatt bezahlt werden sollten; so kann man auf folgende Art rechnen. Da die nach einiger Zeit fälligen Capitalien mit 2 pr. C. verzinsset werden sollen, und 500 R ℓ a 2 pr. C. in einem Jahre 10 R ℓ Zins geben; so sind hier 510 R ℓ ein Jahr und 520 R ℓ zwei Jahr mit 5 pr. C. Rabatt früher zu bezahlen. Es sind also die baar zu bezahlende Summen

$$510 \text{ R}\ell \times \frac{29}{11} = 485\frac{7}{11} \text{ R}\ell$$

$$\text{und } 520 \text{ R}\ell \times \frac{29}{11} = 472\frac{8}{11} \text{ R}\ell$$

also in allem 958 $\frac{15}{11}$ R ℓ .

§. 166.

Um endlich zu dem Falle zu kommen, wenn Ein Capital sammt dem Zinse von einem Schuldner in verschiedenen Terminen so zu bezahlen ist, daß so

wohl die jedesmal zu gebende Summen gleich, als die Termine gleich weit von einander entfernt sind, denn dies ist der gewöhnlichste Fall, und berechnet werden soll, wie viel in jedem Termine abzutragen sey; so sieht man bey einiger Aufmerksamkeit bald, daß dieser Fall der in dem 161ten und 163ten §. statt findende umgekehrt genommen ist. Die hier nöthige Rechnung ist daher auch die der §. 161 und 163 gebrauchten entgegen stehend, und bedarf also keiner sehr weitläufigen Auseinandersetzung. Es gebe z. B. jemand einem andern $794\frac{8022424}{18827689}$ R ℓ unter der Bedingung, daß er ihm dieselben mit 5 pr. C. Zins und in 10 einjährigen Terminen in gleichen Summen wiedergeben soll, und es werde gefragt, wie viel jedesmal zu geben sey? Die einzelne Summen, welche in diesem Falle der Gläubiger erhält, müssen von der Art seyn, daß sie zu 5 pr. C. rabattirt, zusammengenommen $794\frac{8022424}{18827689}$ R ℓ ausmachen. Da man nun diese $794\frac{8022424}{18827689}$ R ℓ durch die Multiplication der Summe eines Termins mit $\frac{204605353}{25752870}$ erhält, so muß man umgekehrt durch die Multiplication der $794\frac{8022424}{18827689}$ R ℓ mit $\frac{25752870}{204605353}$ die in jedem Termine zu bezahlende Summe erhalten. Nun giebt die Multiplication der $\frac{8022424}{18827689}$ R ℓ mit 25752870, 12746320 R ℓ und 794 R ℓ \times 25752870 ist 20447778780 R ℓ , also erhält man aus $794\frac{8022424}{18827689}$ R ℓ \times 25752870 diese

Summe

Summe 20460525100 \mathcal{R} , welche durch 20460525100 dividirt 100 \mathcal{R} für jeden Termin giebt.

Bei der Beantwortung der hieher gehörigen Fragen sind solche Tabellen, als §. 162 und 163 beschrieben worden sind, von der größten Wichtigkeit, und wer daher öfters dergleichen Fragen zu beantworten hätte, müßte vor allen Dingen sich solche Tabellen verfertigen.

Wenn von wirklichen Fällen die Rede ist, so versteht es sich, daß die unbedeutenden Brüche nicht geachtet werden. Als dann aber muß man auch jede Endsumme bis auf ihre Theile in der kleinsten Münzsorte entwickeln.

§. 167.

Bei Licitationen ereignet sich bisweilen der Fall, daß außer einem Gebote in baaren Gelde ein anderes gethan wird, wovon nur ein Theil baar, der andere aber nach einiger Zeit, und oft in verschiedenen Terminen, entweder ohne oder mit Zins, bezahlt werden soll. Geschieht dies, so ist zur Vergleichung dieser Gebote unter einander nothwendig, daß die nach einiger Zeit erst fälligen Summen auf ihren wahren und jetzigen Werth zurückgeführt werden. Es kann also da auch, wenn solches nach dem einfachen Rabatte geschehen soll, das bisher gesagte nützlich seyn. Uebrigens wäre es ohnstreitig überflüssig, die Art des hier nöthigen Verfahrens in Beyspielen zu zeigen.

§. 168.

Florencourt äussert §. 43 des 1ten Capitels seiner Abhandlungen folgende Meinung. Da bey Concursen die *massa bonorum* kleiner, als die Summe der Schulden ist, so ist es offenbar, daß die Gläubiger keine Zinsen bekommen. Die Schulden werden nach der Priorität getilget, so daß die letzten Gläubiger oft nichts bekommen. Könnte man dieses Recht nicht am bequemsten und billigsten so ausüben, daß man die Masse der Güter, als den jetzigen Werth einer verschiedene Jahre hinter einander in gleichen Theilen auszuzahlenden Summe ansieht, so daß die alten Gläubiger zuerst, die jüngern zuletzt, alle aber mit der Zeit ihr Capital erhalten? — Sollte dies geschehen, so müßte vor allen Dingen die Zeit bestimmt werden, welche hindurch die jährliche Zahlung dauern sollte. Es gehört also die dazu erforderliche Rechnung nicht so wohl in die Rabatt als vielmehr in die Zeitrechnung, und soll daselbst auch berührt werden.

Es ist ausser den Anwendungen, die von der gemeinen Rabattrechnung gemacht werden können, auch sonst noch manches von derselben übrig. Da indeß zur vollständigen und gründlichen Beurtheilung desselben die doppelte Rabattrechnung vorausgesetzt werden muß, so wird dasselbe auch bis nach dieser Rechnung verschoben; so wie die gedachten Anwendungen theils in den vermischten Rechnungen, theils in dem Anhang zur Zinsrechnung im weitläufigen Verstande ihren Ort finden werden.

Doppel-

Doppelte Rabattrechnung.

§. 169.

Es ist bereits in der Einleitung in die Rabattrechnung §. 134 und 135, und außerdem auch 139, von dem Begriffe des doppelten Rabatts und der doppelten Rabattrechnung das nöthige beigebracht worden. Da die doppelte Rabattrechnung den Zinseszins voraussetzt, so läßt sich wegen ihrer Nothwendigkeit und Nützbarkeit eben so wie bey der Zinseszinsrechnung fragen, und mit gehöriger Veränderung auch eben so antworten. Ohne mich aber jetzt dabey aufzuhalten, gehe ich zur Bestimmung der zur doppelten Rabattrechnung gehörigen Fälle fort.

§. 170.

Der einfachen Fälle der doppelten Rabattrechnung giebt es eben so, als der einfachen Fälle der gemeinen Rabattrechnung vorzüglich drey Arten. Denn es kann entweder

1. gefragt werden, wie viel man statt eines Capitals, das nach einer gewissen Zeit fällig ist, bey einem bestimmten pr. C. und doppelten Rabatte baar zu bezahlen habe; oder wie groß der sämmtliche Rabatt davon sey? oder man kann

b zu

b zu wissen verlangen, statt was für eines Capitals man eine bekannte baare Summe Geldes, vorausgesetzt, daß das pr. C. des doppelten Rabatts und die Zeit der frühern Zahlung bekannt ist, bezahlet habe? und endlich

c kann auch, wenn man das rabattirte Capital und die dafür bezahlte baare Summe und die Zeit der frühern Zahlung weiß, die Frage entstehen, zu was für einem pr. C. der Rabatt gerechnet sey?

Beispiele von jedem dieser Fälle werden nachher vorkommen. Hier muß noch bemerkt werden, daß das Capital, welches nach einer gewissen Zeit erst fällig ist, und mit doppeltem Rabatte früher bezahlt werden soll, bis zu seiner Fallzeit entweder keinen Zins trage, oder auf Zins ausstehe, so wie solches auch in der gemeinen Rabattrechnung statt fand.

Was die zusammengesetzten Fälle betrifft, so sind dieselben den zusammengesetzten Fällen der gemeinen Rabattrechnung ebenfalls ähnlich.

§. 171.

Die allgemeine Regel der doppelten Rabattrechnung ist der Grundregel der gemeinen Rabattrechnung, welche §. 137 und 138 entwickelt und angeführt worden, ähnlich und folgende: Der doppelte Rabatt muß

muß stets so beschaffen seyn, daß so wohl das
 battirte Capital, von der Zeit der wirklichen Z
 lung an bis zu der Zeit der anfänglich festgesetz
 durch den Zinseszins zu dem angenommenen pr
 die Grösse wieder erhalten könne, die es vor
 Rabattirung hatte, als auch, daß der Nab
 den der Bezahler erhält, durch gleichen Zinsesz
 in der genannten Zeit sich so zu vermehren im S
 de sey, daß er mit diesem Zinseszins zusamme
 nommen dem Zinseszins gleiche, welchen
 Schuldner bis zur Zeit der zuerst festgesetzten Z
 hing von der ganzen Summe hätte erhalten könn
 Gesezt, daß man statt 1215 Rth 12 S^{ch} 14 D^{den}, die üb
 Jahr, ohne indeß Zins zu tragen, sogleich 1000 Rth
 zahlt, und also 215 Rth 12 S^{ch} 14 D^{den} Rabatt nimmt;
 zu 5 pr. C. doppelten Rabatt richtig rabattirt wor
 Denn einmal wachsen 1000 Rth durch den Zinsesz
 5 pr. C. in 4 Jahren zu 1215 Rth 12 S^{ch} 14 D^{den} an (s. S.
 und der Gläubiger leidet also keinen Schaden; jwen
 könnte der Schuldner, wenn er die gedachten 1215
 12 S^{ch} 14 D^{den} an sich behielte, nach 4 Jahren (1215
 12 S^{ch} 14 D^{den}) $\times \frac{21^4}{20^4} = 1000$ Rth, Zinseszins
 nen, und eben so hoch wachsen 215 Rth 12 S^{ch} 14 D^{den}

Jahren durch den Zinsezins 2½ pr. C. an, und es wird also auch der Schuldner nicht verbortheilt

§. 172.

Auch hier ist die Bestimmung nöthig, wie weit von einander entfernt die Zinstermine bey der Rechnung angenommen werden sollen. In dem vorhin angeführten Beispiele sind jährige Termine vorausgesetzt worden. Eben dies soll in den folgenden, wenn nichts besonderes bestimmt wird, jedesmal geschehen, zumal, da dieser Fall der gewöhnliche ist, und die übrigen leicht auf denselben zurückgeführt werden können. Würden halbjährige Zinstermine und 5 pr. C. angenommen, so bezahlte man bey doppeltem Rabatte und vierjähriger früherer Zahlung nicht für 1215 R ℓ 12 \mathcal{R} 17 S., sondern für 1218 R ℓ 9 \mathcal{R} und etwa 8 S. sogleich 1000 R ℓ . Dieser Unterschied beweiset die Richtigkeit der obigen Behauptung.

§. 173.

Was nun zuvörderst den Fall betrifft, wenn bey gegebenen pr. C. des doppelten Rabatts und der Zeit der frühern Zahlung entweder die sogleich zu bezahlende Summe, oder der zu gebende Rabatt berechnet werden soll; so zeigt eine genaue Vergleichung desselben mit dem §. 58 bey b angeführten zweiten Falle der Zinsezinsrechnung, daß beyde nur den Worten nach von einander unterschieden sind. Es ist f. B. in Ansehung

hung der Rechnung einzeln, ob man fragt: Wie viel Geld muß man α 5 pr. C. auf Zinseszins anlegen, um in 10 Jahren dafür 5000 R ℓ zu bekommen? oder: Wie viel bezahlt man für 5000 R ℓ , die ohne indeß Zins zu tragen, nach 10 Jahren fällig sind, bei 5 pr. C. doppelten Rabatt sogleich? Es ist daher nicht schwer, die hieher gehörigen Fragen der doppelten Rabattrechnung in gleich bedeutende Fragen der Zinseszinsrechnung zu verwandeln, und es wäre überflüssig, von dem gegenwärtigen Falle weiter noch zu reden.

§. 174.

Auch der Fall, wenn aus dem wirklich bezahlten Capitale, dem pr. C. des doppelten Rabatts und der Zeit der frühern Zahlung das Capital gesucht werden soll, welches mit doppeltem Rabatte früher abgetragen worden ist, ist mit dem §. 58 bei α angeführten ersten Falle der Zinseszinsrechnung in Ansehung der erforderlichen Rechnung gleich. Ob man z. B. fragt: Wie groß ist das Capital, für welches man bei fünfjähriger früherer Zahlung und 5 pr. C. doppelten Rabatt 2000 R ℓ bezahlt hat? oder: Wie hoch wachsen 2000 R ℓ durch den Zinseszins α 5 pr. C. in 5 Jahren an? ändert in der Rechnung nichts, und ich kann daher auch bei den hieher gehörigen Fragen auf die Zinseszinsrechnung verweisen.

§. 175.

§. 175.

Endlich bedarf auch der Fall, wenn aus dem Capitale, das nach einiger Zeit erst, ohne indessen Zins zu tragen, fällig ist, der dafür sogleich mit doppeltem Rabatte bezahlten Summe und der Zeit der frühern Zahlung das pr. C. des doppelten Rabatts bestimmt werden soll, keiner weitläufigen Erörterung, indem sich derselbe sehr leicht in den §. 58 bey e angeführten dritten Fall der Zinseszinsrechnung verwandeln läßt. Sind z. B. statt 1500 R ℓ , die ohne Zins nach 7 Jahren fällig waren, sogleich 1000 R ℓ bezahlt, und doppelter Rabatt genommen worden; so ist es in Ansehung der Rechnung gleich, ob gefragt wird, zu was für einem pr. C. doppelten Rabatts die 1500 R ℓ rabattirt worden, daß 1000 R ℓ dafür gegeben werden mußten, oder ob man zu wissen verlangt, zu was für einem pr. C. 1000 R ℓ auf Zinseszins angelegt werden müssen, um in 7 Jahren zu 1500 R ℓ anzuwachsen.

§. 176.

Der doppelte Rabatt wird eben so als der einfache auf und nicht in 100 gerechnet; ein Umstand, der nach dem, was in der gemeinen Rabattrechnung in dieser Rücksicht gesagt worden, nur berührt zu werden braucht. Wenn bey dem einfachen Rabatte in 100 Vervortheilung des Gläubigers entsteht, so kann der doppelte Rabatt in

100, man rechnet übrigens wie man wolle, ebenfalls nicht ohne Vertheilung des Gläubigers statt finden.

§. 177.

Es folgt also nunmehr der Fall, wenn das nach einiger Zeit fällige, nach Verabredung des Gläubigers und Schuldners aber mit doppeltem Rabatte sogleich zu bezahlende Capital bis zu seiner Fallzeit Zinseszins trägt. Ein Beispiel davon ist folgendes. Es hat jemand von einem andern 10000 R ℓ nach 2 Jahren zu fordern, und muß derselbe ihm diese 10000 R ℓ bis dahin mit 3 pr. C. verzinsen. Nach einem Jahre trägt der Schuldner den fälligen Zins ab, und verabredet mit seinem Gläubiger, jetzt die ganze übrige Schuld abzumachen, daß er mit 5 pr. C. und te bezahle. Es wird gefragt, wie viel entrichten habe?

§. 178.

Man sieht bei einer aufmerksamen Betrachtung dieses Falls halb, daß derselbe theils in die Zinseszinsrechnung, theils in die doppelte Rabattrechnung gehöre. Der Schuldner hat nemlich jedesmal, nicht das schuldige Capital selbst, sondern das durch den Zinseszins zu dem verabredeten pr. C. und in der festgesetzten Zeit vermehrte Capital, früher zu bezahlen. In dem im vorhergehenden §. angeführten Exempel, wo die Zeit der frühern Zahlung

lang 4 Jahr ist, muß der Schuldner nicht 10000 R ℓ , sondern 1255 R ℓ und ohngefähr 2 % mit doppeltem Rabatte a 5 pr. C. sogleich abtragen. Man muß also das früher zu bezahlende Capital, wenn man die sogleich zu entrichtende Summe finden will, mit den aus den gegebenen Dingen entstehenden Anzeigern der Veränderung eines Capitals zur Findung theils derjenigen Summe, wozu es durch den Zinseszins anwächst, theils derjenigen, welche man bei doppeltem Rabatte sogleich dafür bezahlen muß, multipliciren. In dem angeführten Exempel geschieht die Rechnung nach folgendem:

$$10000 \text{ R}\ell \times \frac{103^4}{100^4} \times \frac{20^4}{21^4}$$

Wollte man den Rabatt wissen, so wäre der bequemste Weg ihn zu finden die Subtraction des sogleich zu bezahlenden Capitals von der Summe, für welche dasselbe erlegt werden muß. Es ist indeß der Fall selten, daß man diesen Rabatt selbst zu wissen verlangt.

§. 179.

Vor allen Arten der Entwicklung solcher Ausdrücke

$$\text{als } 10000 \text{ R}\ell \times \frac{103^4}{100^4} \times \frac{20^4}{21^4}, \text{ ist diejenige zu}$$

empfehlen, welche vermittlest der Logarithmen geschieht. Wollte man z. B. den angeführten Ausdruck so entwickeln,

$$\text{daß man } \frac{103^4}{100^4} \text{ in } \frac{112550881}{100000000}, \text{ und } \frac{20^4}{21^4} \text{ in } \frac{160000}{1474609}$$

verwandelt, ferner 112550881 mit 160000 , und 100000000 mit 194481 multiplicirt, dann mit jenem Producte 10000 $\frac{1}{100}$ vertheilte, und endlich das Summende mit dem Producte aus 100000000 in 194481 dividirte, so wäre das ein sehr weitläufiger und beschwerlicher Weg, auf welchem man sich außerdem leicht irren könnte. Wie viel kürzer und bequemer ist folgende Entwicklung. Es ist

$$\frac{103}{100} = 1,03 \quad \frac{103^2}{100^2} = 1,0609 \quad \frac{103^3}{100^3} = 1,092727 \text{ und}$$

$$\text{also } \frac{103^4}{100^4} = 1,12550881. \text{ Ferner}$$

$$\frac{103^5}{100^5} = 1,16091265 \text{ und}$$

$$\frac{103^6}{100^6} = 1,197881070; \text{ folglich}$$

$$\frac{103^7}{100^7} = 1,23642280; \text{ folglich}$$

$$\frac{103^8}{100^8} = 1,275659168. \text{ Dagegen}$$

$$\frac{103^9}{100^9} = 1,315659168. \text{ Dagegen}$$

$$4,00000000; \text{ so}$$

$$3,96659168, \text{ der } 100$$

$$\text{oder der Logarithme von}$$

$$\text{zahlende Summe ist also}$$

Die Logarithmen von 103 und 100 werden als bekannt vorausgesetzt, weil sie in der Zinseszinsrechnung §. 122 angegeben sind.

Die Logarithmen von 103^2 und 100^2 werden als bekannt vorausgesetzt, weil sie in der Zinseszinsrechnung §. 122 angegeben sind.

Die Logarithmen von 103^3 und 100^3 werden als bekannt vorausgesetzt, weil sie in der Zinseszinsrechnung §. 122 angegeben sind.

Die Logarithmen von 103^4 und 100^4 werden als bekannt vorausgesetzt, weil sie in der Zinseszinsrechnung §. 122 angegeben sind.

führt worden. Schreibe man diese Logarithmen bey der Rechnung nicht ab, und addirt man den Logarithmen von 10000 ebenfalls, ohne ihn erst hinzuschreiben, zu den Logarithmen von $\frac{103^4}{100^4} \times \frac{20^4}{21^4}$; so wird die ganze Rechnung folgende. Es ist

$$\log \frac{103^4}{100^4} = 0,05134888...$$

$$\text{und } \log \frac{20^4}{21^4} = -1,91524280; \text{ also}$$

$$\log \frac{103^4}{100^4} \times \frac{20^4}{21^4} + 10000 = 3,96659168 \text{ u. s. w.}$$

§. 180.

Ich komme zu den zusammengesetzten Fällen der doppelten Rabattrechnung, unter welchen derjenige vorzüglich einer sorgfältigen Betrachtung werth ist, wenn eine Schuld, die der Schuldner terminweise abzutragen sich anheischig gemacht hat, mit einem Male bezahlt werden soll. Es will z. B. jemand 4000 R ℓ , die er in 4 einjährigen Terminen, jeden Termin mit 1000 R ℓ zu bezahlen v
Rabatt a 5 pr. C. entricht
er zu geben schuldig sey?
wenn die abzutragende S
Zins trägt, von demjenigen unterschieden werden, wenn
der Schuldner Zins zu geben verbunden ist. Jener Fall
soll zuerst betrachtet werden.

§. 181.

Wenn ein Schuldner 4000 R ℓ , die er in 4 einjährigen Terminen und in gleichen Summen, doch ohne Zins, abtragen sollte, auf einmal und sogleich mit doppelter Rabatte a 5 pr. C. bezahlen will, so muß er geben

$$\text{für die 1ten 1000 R}\ell, 1000 \text{ R}\ell \times \frac{20}{21}$$

$$- 2 - 1000 - 1000 \text{ R}\ell \times \frac{20^2}{21^2}$$

$$- 3 - 1000 - 1000 \text{ R}\ell \times \frac{20^3}{21^3}$$

$$- 4 - 1000 - 1000 \text{ R}\ell \times \frac{20^4}{21^4}, \text{ oder}$$

$$\text{überhaupt } 1000 \text{ R}\ell \times \left(\frac{20}{21} + \frac{20^2}{21^2} + \frac{20^3}{21^3} + \frac{20^4}{21^4} \right).$$

$$\text{Es ist aber die Reihe } \frac{20}{21} + \frac{20^2}{21^2} + \frac{20^3}{21^3} + \frac{20^4}{21^4} \text{ eine}$$

$$\text{geometrische Reihe, und ihre Summe } \frac{\frac{20^5}{21^5} - \frac{20}{21}}{-\frac{1}{21}}, \text{ d. h.}$$

$$\left(\frac{20^5}{21^5} - \frac{20}{21} \right) \times -21, \text{ oder } -21 \times \frac{20^5}{21^5} + 20,$$

$$\text{oder } 20 - 21 \times \frac{20^5}{21^5}. \text{ Folglich muß anstatt der ge-}$$

$$\text{achten 4000 R}\ell \text{ sogleich bezahlt werden } 20 \times 1000 \text{ R}\ell$$

$\text{---} 21 \times \frac{20^5}{21^5} \times 1000 \text{ R.}$ Sollte irgend eine andere Summe unter gleichen Bedingungen in 10 Terminen abgetragen werden; so würde zu bezahlen sein:

für den 1ten Termin				$\frac{20^1}{21^1}$
---	---	---	---	$\frac{20^2}{21^2}$
---	2	---	---	$\frac{20^3}{21^3}$
---	---	---	---	$\frac{20^4}{21^4}$
---	3	---	---	$\frac{20^5}{21^5}$
---	---	---	---	$\frac{20^6}{21^6}$
---	4	---	---	$\frac{20^7}{21^7}$
---	---	---	---	$\frac{20^8}{21^8}$
---	5	---	---	$\frac{20^9}{21^9}$
---	---	---	---	$\frac{20^{10}}{21^{10}}$
---	6	---	---	$\frac{20^{11}}{21^{11}}$
---	---	---	---	$\frac{20^{12}}{21^{12}}$
---	7	---	---	$\frac{20^{13}}{21^{13}}$
---	---	---	---	$\frac{20^{14}}{21^{14}}$
---	8	---	---	$\frac{20^{15}}{21^{15}}$
---	---	---	---	$\frac{20^{16}}{21^{16}}$
---	9	---	---	$\frac{20^{17}}{21^{17}}$
---	---	---	---	$\frac{20^{18}}{21^{18}}$
---	10	---	---	$\frac{20^{19}}{21^{19}}$
---	---	---	---	$\frac{20^{20}}{21^{20}}$

derjenigen Summe, welche in jedem Termine entrichtet werden sollte.

Also betrüge die ganze sogleich zu bezahlende Summe

20^{11}

$$\frac{20^{11}}{21^{11}} - \frac{20}{21}, \text{ oder } - 21 \times \frac{20^{11}}{21^{11}} + 20, \text{ oder}$$

$20 - 21 \times \frac{20^{11}}{21^{11}}$ derjenigen Summe, die für jeden Termin-bestgesetzt ist.

§. 182.

Wenn also eine Schuld, die terminweise in gleichen Summen und ohne Zins zu bezahlen ist, auf einmal und sogleich mit doppeltem Rabatte a 5 pr. C. abgetragen werden soll, und gefragt wird, wie viel sogleich zu bezahlen sey? so suche man das zwanzigfache der für jeden Termin fälligen Summe, und ziehe davon eben dieselbe Summe mit $\frac{20}{21}$ in der Dignität, deren Exponent um 1 grösser ist als die Zahl der Termine, und mit 21 multiplicirt ab. Die vortheilhafteste Art dies zu thun, mögen folgende Beispiele zeigen.

Wenn die im Anfange des vorhergehenden §. angeführte Aufgabe aufzulösen ist; so ist

$$20 \times 1000 = 20000 \text{ Rth}$$

$$\text{L. } \frac{20^5}{21^5} = - 1,8940535$$

$$\text{L. } 21 = 1,3222193, \text{ und}$$

$$\text{L. } 1000 = 3,0000000; \text{ also}$$

D 4

L. 20⁵

$$\text{£. } \frac{20^1}{21^1} \times 21 \times 1000 = 4,2162728, \text{ welcher}$$

zu der Zahl 16454,05 gehört, die von 20000 Mk abgezogen 3545,95 Mk zur sogleich zu bezahlenden Summe giebt.

Wenn 1000 Mk, die in 10 einjährigen Terminen jedesmal mit 100 Mk bezahlt werden sollen, mit doppeltem Rabatte à 5 pr. C. auf einmal und sogleich abzutragen sind, und gefragt wird, wie viel zu geben sey; so ist die Rechnung folgende.

$$\text{Es ist } 20 \times 100 = 2000, \text{ und}$$

$$\text{£. } 21 = 1,3222193$$

$$\text{£. } \frac{20^{11}}{21^{11}} = 1,7669177$$

$$\text{£. } 100 = 2,0000000, \text{ also}$$

$$\text{£. } 21 \times \frac{20^{11}}{21^{11}} \times 100 = 3,0891370, \text{ und}$$

dieser Logarithme gehört zur Zahl 1227,826. Es ist also die sogleich zu bezahlende Summe 2000 Mk — 1227,826 Mk, d. h. 772,174 Mk.

§. 183.

Findet ein anderes pr. C. als 5 statt, so leidet natürlicher Weise die vorhergehende Regel die Veränderung, daß allenthalben anstatt des Anzeigers $\frac{20}{21}$ der aus dem festgesetzten pr. C. sich ergebende Anzeiger genommen

man werden muß. Es wolle z. B. jemand 1000 R ℓ , die er in 10 einjährigen Terminen jedesmal mit 100 R ℓ , aber ohne Zins, abtragen sollte, mit doppeltem Rabatte à 3 pr. C. mit einem Male und sogleich entrichten, und es werde gefragt, wie viel er zu bezahlen habe; so muß er geben

für den	1ten	Termin	$\frac{100}{103}$	\times	100 R ℓ .
— —	2 —	—	$\frac{100^2}{103^2}$	\times	100 R ℓ .
— —	3 —	—	$\frac{100^3}{103^3}$	\times	100 R ℓ .
— —	4 —	—	$\frac{100^4}{103^4}$	\times	100 R ℓ .
— —	5 —	—	$\frac{100^5}{103^5}$	\times	100 R ℓ .
— —	6 —	—	$\frac{100^6}{103^6}$	\times	100 R ℓ .
— —	7 —	—	$\frac{100^7}{103^7}$	\times	100 R ℓ .
— —	8 —	—	$\frac{100^8}{103^8}$	\times	100 R ℓ .
— —	9 —	—	$\frac{100^9}{103^9}$	\times	100 R ℓ .
— —	10 —	—	$\frac{100^{10}}{103^{10}}$	\times	100 R ℓ . In

$$\text{Nehmen also giebt er } 100 \text{ R} \times \left(\frac{100}{103} + \frac{100^2}{103^2} + \frac{100^3}{103^3} + \frac{100^4}{103^4} + \frac{100^5}{103^5} + \frac{100^6}{103^6} + \frac{100^7}{103^7} + \frac{100^8}{103^8} + \frac{100^9}{103^9} + \frac{100^{10}}{103^{10}} \right), \text{ d. h. } 100 \text{ R} \times \frac{100^{11} - 100}{103^{11} - 103}, \text{ oder}$$

$$100 \text{ R} \times \frac{100}{3} = 100 \text{ R} \times \frac{103}{3} \times \frac{100^{11}}{103^{11}}.$$

Man rechne, also: Es ist

$$100 \text{ R} \times \frac{100}{3} = 3333,333, \text{ und}$$

$$\text{f. } \frac{103}{3} = 1,5357159, \text{ denn es ist } \text{f. } 103$$

$$= 1,0128372, \text{ und } \text{f. } 3 = 0,4771213. \text{ Ferner}$$

$$\text{f. } \frac{100^{11}}{103^{11}} = 1,8587897, \text{ und}$$

$$\text{f. } 100 = 2,0000000; \text{ also}$$

$$\text{f. } \frac{103}{3} \times \frac{100^{11}}{103^{11}} \times 100 = 3,3945056. \text{ Hierzu}$$

findet man aus den Tafeln die Zahl 2480,308. Man ziehe

also von 3333,333 R

2480,308 R ab, so

erhält man zur sogleich zu bez. S. 853,025 R.

§. 184.

Der bisher betrachtete Fall ist von demjenigen nicht unterschieden, wenn zu bestimmen gegeben wird, wie viel man auf Zinseszins anlegen müsse, um am Ende eines jeden Jahres, so lange als man will, eine verlangte Summe zu empfangen. Es ist z. B. in Ansehung der Rechnung völlig gleich, ob man fragt: Wie viel muß man, wenn man ohne Zins 10 Jahre nach einander am Ende eines jeden Jahres 100 R ℓ bezahlen sollte, und diese Schuldsache mit doppeltem Rabatte a 5 pr. C. sogleich abmachen will, dafür bezahlen? oder, ob zu wissen verlangt wird, wie viel man jetzt geben müsse, um 10 Jahre nach einander am Ende eines jeden Jahres für das angelegte Capital und den Zinseszins a 5 pr. C. 100 R ℓ empfangen zu können? Es ist daher auch dieser Fall mit Recht ein vorzüglich wichtiger Fall genannt worden, und man hat die bisherigen Rechnungen bei der Berechnung der Jahrrenten nöthig. Er verbiente daher auch, daß man ihn durch Tabellen zu erleichtern suchte, und von diesen ist also nunmehr noch zu reden.

§. 185.

Es gehört hieher die 29te Tabelle der schon öfters angeführten Süßmilch'schen Tabellenammlung. Sie ist, so wie die schon daraus berührten, auch aus dem
 Depar-

Deparcieur genommen, und hat zur Ueberschrift: Capital, so man geben oder leihen muß, um am Ende eines jeden Jahres, so lange als man will, jährlich 100 Livres zu empfangen. Die Zinsen sind zu 5 vom 100 gerechnet worden. Ihr Anfang ist.

Jahre	livres	Sous	Deniers
1	95	4	9
2	185	12	10
3	272	6	6
4	354	11	11
5	432	19	0
6	507	11	5
7	578	12	9
8	646	6	5
9	710	15	2
10	772	3	5

Auf diese Art ist die Tabelle bis 180 Jahr fortgesetzt worden. Die Verfertigungsart einer solchen Tabelle ist aus dem 181 und 182ten § leicht herzustellen, und ihr Gebrauch besteht darin, daß man aus derselben den Zähler des Anzeigers der Veränderung der Summe, welche man am Ende eines jeden Jahres empfangen will, nimmt. Es dient dazu jedesmal die Zahl, welche bey den Jahren steht, welche hindurch man jene Summe verlangt, und der zugehörige Nenner ist allezeit 100 Livres. Nur wenn mit Liores, Sous und Deniers gerechnet wird, die verlangte Summe sich leicht aus 100 Livres zusammensetzen läßt, und nicht sehr groß ist, ist diese Tabelle zum Gebrauche bequem. Man vergleiche hiemit, was oben über ähnliche Tabellen gesagt worden ist.

§. 186.

Von einem allgemeineren Gebrauche und besser sind diejenigen, welche in Florencourts Abhandlungen aus der juristischen und politischen Rechenkunst S. 273 bis 275 stehen. Sie sind ebenfalls bis auf 100 Jahre und für 1, 4 und 3 pt. C. eingerichtet worden. Der Anfang davon ist.

in jedem Jahre hindurch jedes Jahr 100 Rthl. zu bekommen, muß man jetzt zahlen

Jahre	5 pr. C.	4 pr. C.	3 pr. C.
1	95,23809	96,15384	97,08731
2	185,94099	188,60948	191,34691
3	272,32474	277,59927	282,86109
4	354,59504	362,98953	371,70981
5	432,94764	445,18229	457,97071
6	507,56914	524,21379	541,71937
7	578,63726	600,20561	623,02857
8	646,32119	673,27469	701,96955

Auch von diesen Tabellen ergibt sich die Art der Verrichtung derselben aus dem 181 und 182ten §. Was ihren Gebrauch anbetrifft, so ist er dem Gebrauche der Deparcieusischen Tabelle gleich; es wird aber derselbe noch bequemer, wenn man dieselben statt für 100 für 1 einrichtet. Mit dieser Veränderung wäre der Anfang derselben folgender.

Um

Um Jahre hindurch jedes Jahr zu bekommen
muß man jetzt zahlen

Jahre	3 pr. C.	4 pr. C.	5 pr. C.
1	0,9523809	0,9615384	0,9708731
2	1,8594699	1,8860948	1,9134691
3	2,7232474	2,750927	2,8286109
4	3,5459504	3,6298953	3,7379981
5	4,3294764	4,4518229	4,5197071
6	5,0756914	5,2451379	5,4177937
7	5,7863726	6,0020561	6,2302857
8	6,4632419	6,7327469	7,0196955

§. 187.

Gesetzt, daß gefragt würde: Wie viel muß man
anstatt 800 R ℓ , die ohne Zins in 8 Jahren hinter ein-
ander jedesmal mit 100 R ℓ zu bezahlen sind, geben,
wenn man dieselben mit doppeltem Rabatte a 5 pr. C. so-
gleich bezahlen will? oder: Wie viel muß man auf Zin-
seszins zu 5 pr. C. anlegen, um dadurch, daß man 8
Jahre hinter einander am Ende eines jeden Jahres 100 R ℓ
bekommt, Capital und Zins wieder zu erhalten? so geben
die Florencourtschen Tabellen 646,321 R ℓ an; und dies
ist die verlangte Summe. Gebrauche man die Fuß-
milch-

nürkischen Tabellen, so müßte man erst nach folgendem Ausdrücke rechnen:

$$100 \text{ Rk} \times \frac{646 \text{ Liv. } 6 \text{ Sous } 5 \text{ Den.}}{100 \text{ Liv.}}$$

und es fällt der Vorzug der Florencourtschen Tabellen in die Augen. Wenn das zu verändernde Capital sich auf eine leichte Art aus 100, oder den Factoren von 100 zusammensetzen läßt, so ist es sogar besser, die vorhin erwähnte Veränderung nicht mit den Tabellen vorzunehmen; für Fälle aber, wie wenn 718 Rk 12 K in jedem Termine gegeben werden sollen, bleibt diese Veränderung immer gut, und es muß auf dergleichen, wenn sie gleich seltner vorkommen, doch auch Rücksicht genommen werden.

§. 188.

Wenn die Zahlung bey Geldern, die in gleichen Summen terminweise abgetragen werden sollen anfängt, z. B. 10 Jahre hinter einander 100 Rk gegeben werden sollen, und die Zahl der ersten 100 Rk jetzt ist; so kann man, durch solchen Schuld zu finden, die §. 182 lebene Regel befolgen, wenn man einen Termin weniger annimmt, und dagegen am Ende der Rechnung die in jedem Termine zu bezahlende Summe

Summe zu dem herausgebrachten addirt. In dem angeführten Falle findet man den Werth der ganzen Schuld aus

$$20 \times 100 \text{ Mk.} - 21 \times \frac{20^{10}}{21^{10}} \times 100 \text{ Mk.} + 100 \text{ Mk.}$$

Da aber diese Formel gleichbedeutend mit folgender ist

$$21 \times 100 \text{ Mk.} - 21 \times \frac{20^{10}}{21^{10}} \times 100 \text{ Mk.};$$

so kann man auch nach dieser rechnen.

§. 189.

Widerrufen ist der erste Termin von der Zeit, wo die frühere Zahlung geschehen soll, um eine andere Zeit entfernt, als ein jeder der übrigen Termine von dem zunächst vorhergehenden oder zunächst folgenden. Es kauft z. B. jemand ein Gut für 9000 Mk., und das Kaufpretium soll in 4 Terminen bezahlt werden, wovon in 5 Jahren der erste, und die 3 darauf folgenden Jahre die drei letzten seyn sollen. Es will aber der Käufer mit doppeltem Rabatte a 5 pr. C. jetzt gleich bezahlen. Wie groß ist die Summe, die er entrichten muß?

Die in jedem Termine zu bezahlende Summe ist $\frac{9000}{4} \text{ Mk.}$ oder 2250 Mk., und der erste Termin fällt nach

9

5 Jah.

5 Jahren, der andere nach 6 Jahren, der dritte nach 7 Jahren und der vierte endlich nach 8 Jahren. Es muß also der Käufer geben

$$\text{für den 1ten Termin } 2250 \text{ R} \times \frac{20^5}{21^5}$$

$$\text{--- 2 --- } 2250 \text{ R} \times \frac{20^6}{21^6}$$

$$\text{--- 3 --- } 2250 \text{ R} \times \frac{20^7}{21^7}$$

$$\text{--- 4 --- } 2250 \text{ R} \times \frac{20^8}{21^8}; \text{ also überhaupt}$$

$$2250 \text{ R} \times \left(\frac{20^5}{21^5} + \frac{20^6}{21^6} + \frac{20^7}{21^7} + \frac{20^8}{21^8} \right) \text{ oder}$$

$$2250 \text{ R} \times \left(\frac{\frac{20^9}{21^9} - \frac{20^5}{21^5}}{\frac{1}{21}} \right) \text{ d. h. } 2250 \text{ R} \times 21$$

$$\times \frac{20^5}{21^5} = 2250 \text{ R} \times 21 \times \frac{20^5}{21^9}. \text{ Nun ist}$$

$$\text{L. } 2250 = 3,3521825$$

$$\text{L. } 21 = 1,3222193$$

$$\text{L. } \frac{20^5}{21^5} = 1,8940535, \text{ also}$$

$$\text{L. } 2250 \times 21 \times \frac{20^5}{21^9} = 4,5684553, \text{ und folglich}$$

$$\text{I. } 2250 \text{ R} \times 21 \times \frac{20^5}{21^9} = 37021,6 \text{ R.}$$

Ferner

$$\text{Ferner ist } £. 2250 = 3,3521825$$

$$£. 21 = 1,3222193$$

$$£. \frac{20^9}{21^9} = 1,8092963, \text{ also}$$

$$£. 2250 \times 21 \times \frac{20^9}{21^9} = 4,4836981, \text{ und folglich}$$

$$2. \quad 2250 \text{ Rk} \times 21 \times \frac{20^9}{21^9} = 30457,8 \text{ Rk.}$$

Die baar zu bezahlende Summe also ist 6563,8 Rk.

Will man diese Aufgabe vermittelst der hieher gehörigen Tabellen auflösen, so ist die Rechnung folgende. Man bezahle für 1000 Rk, die fällig sind

	sogleich	also für 2250 Rk
nach 5 Jahren	783,52 Rk	— 1762,92 Rk
— 6 —	746,21 Rk	— 1678,97 Rk
— 7 —	710,68 Rk	— 1599,03 Rk
— 8 —	676,83 Rk	— 1522,86 Rk

und also überhaupt — 6563,78 Rk.

Es ist übrigens die betrachtete Aufgabe aus Carl Christ. Langsdorf's Erläuterungen der Kästnerischen Analysis endlicher Größen (Mannheim 1776 und 1777) und zwar aus der Fortsetzung S. 288 genommen. Langsdorf bringe zur baar zu bezahlenden Summe 5757,7 Rk, und folglich 806,1 Rk weniger heraus. Der Fehler ist darin zu suchen, daß Langsdorf S. 287 den Werth des gegenwärtig zu zahlenden Capitals $= mp - a$ setzt, da er nach der S. 285 ge-

gegebenen Bestimmung von $m = (m + 1) p - a$ seyn muß.
Die Regel.

$$p \left(\frac{e^{mt} - 1}{(e - 1) \cdot e^{qt m}} - 1 \right)$$

muß daher in diese abgeändert werden

$$p \left(\frac{e^{mt} - 1}{(e - 1) \cdot e^{qt m}} \right);$$

und die Ausrechnung des angeführten Examples geschieht nicht nach

$$2250 \text{ Rk} \times \left(\frac{\frac{21^4}{20^4} - 1}{\frac{1}{20} \cdot \frac{21^9}{20^9}} - 1 \right)$$

sondern nach

$$2250 \text{ Rk} \times \left(\frac{\frac{21^4}{20^4} - 1}{\frac{1}{20} \cdot \frac{21^8}{20^8}} \right);$$

Ueberhaupt aber ist die Langsdorffsche Regel zusammengesetzter, und ihre Anwendung, wenn sie nicht weiter entwickelt wird, beschwerlicher; als der Gebrauch derjenigen Regel, die bey der obigen Auflösung zum Grunde liegt, und nachher allgemein ausgedruckt werden wird. Der Ausdruck

$$\frac{\frac{21^4}{20^4} - 1}{\frac{1}{20} \cdot \frac{21^8}{20^8}}$$

kann

kann indeß in folgenden verwandelt werden

$$20 \times \frac{20^4}{21^4} - 20 \times \frac{20^8}{21^8} ;$$

$$\text{denn es ist} = \left(\frac{21^4}{20^4} - 1 \right) \times 20 \times \frac{20^8}{21^8} =$$

$$20 \times \frac{21^4}{20^4} \times \frac{20^8}{21^8} - 20 \times \frac{20^8}{21^8} = 20 \times \frac{20^4}{21^4}$$

$$- 20 \times \frac{20^8}{21^8}, \text{ und hiermit stimmt der Ausdruck}$$

$$21 \times \frac{20^8}{21^8} - 21 \times \frac{20^9}{21^9} \text{ vollkommen überein. Multi-}$$

pliziert man nemlich wirklich mit 21, so erhält man

$$\frac{20^8}{21^4} - \frac{20^9}{21^8}, \text{ woson } 20 \times \frac{20^4}{21^4} - 20 \times \frac{20^8}{21^8},$$

wie in die Augen fällt, nicht verschieden ist.

§. 190.

Ist also ein Capital auf die Art in einjährigen Terminen und gleichen Summen, doch ohne Zins, fällig, daß der erste Termin erst nach einigen Jahren ist; so multiplicirt man, um die bey 5 pr. C. und doppelten Rabatte sogleich dafür zu bezahlende Summe zu finden, entweder das 21fache der in jedem Termine abzutragenden Summe einmal mit $\frac{20}{21}$ in der Dignität, deren Exponent der Zahl der Jahre des ersten Termins gleich ist, und dann mit $\frac{20}{21}$ in der Dignität, welche zum

Exponenten die um 1 vermehrte Zahl der Jahre des letzten Termins hat, und ziehe dies zweite Product von jenem erstern ab; oder das 20fache eben derselben Summe einmal mit $\frac{20}{21}$ in der Dignität, deren Exponent der um 1 verminderten Zahl der Jahre des ersten Termins gleich ist, und dann mit $\frac{20}{21}$ in der Dignität, welche zum Exponenten die Zahl der Jahre des letzten Termins hat, und zieht dies zweite Product ebenfalls von jenem erstern ab.

Um noch ein Beispiel anzuführen, so ist die bey doppeltem Rabatte 2 ½ pr. C. für 6000 R ℓ , die in 6 auf einander folgenden Jahren in gleichen Summen bezahlt werden sollten, sogleich zu bezahlende Summe, wenn der erste Termin nach 4 Jahren angesetzt ist, entweder

$$21 \times 1000 \text{ R}\ell \times \frac{20^4}{21^4} - 21 \times 1000 \text{ R}\ell \times \frac{20^{10}}{21^{10}}$$

oder

$$20 \times 1000 \text{ R}\ell \times \frac{20^3}{21^3} - 100 \times 1000 \text{ R}\ell \times \frac{20^9}{21^9}$$

Daß man die in der gegebenen Regel gedachte Multiplicationen hier durch den Gebrauch der Logarithmen bequem in eine Addition verwandeln könne, ist aus der im vorhergehenden §. befindlichen Rechnung klar, und braucht also nur besührt zu werden.

§. 191.

Stände ein anderes pr. C., z. B. $2\frac{1}{2}$, statt, so läte die gegebene Regel die Veränderung, daß anstatt $\frac{20}{21}$ der Anzei-

Anzeiger $\frac{40}{41}$, anstatt 21 aber 41, und anstatt 20 endlich 40 gesetzt werden müßte. Um das S. 189 angeführte Exempel beizubehalten, so müßte, wenn der Rabatt $2\frac{1}{2}$ pr. C. seyn sollte, bezahlt werden

$$\text{für den 1ten Termin } 2250 \text{ R} \times \frac{40^5}{41^5}$$

$$\text{— — 2 — — } 2250 \text{ R} \times \frac{40^6}{41^6}$$

$$\text{— — 3 — — } 2250 \text{ R} \times \frac{40^7}{41^7}$$

$$\text{— — 4 — — } 2250 \text{ R} \times \frac{40^8}{41^8}, \text{ also}$$

$$\text{überhaupt } 2250 \text{ R} \times \left(\frac{40^5}{41^5} + \frac{40^6}{41^6} + \frac{40^7}{41^7} + \frac{40^8}{41^8} \right)$$

$$= 2250 \text{ R} \times \left(\frac{\frac{40^9}{41^9} - \frac{40^5}{41^5}}{-\frac{1}{41}} \right) = 2250 \text{ R}$$

$$\times \left(41 \times \frac{40^5}{41^5} - 41 \times \frac{40^9}{41^9} \right) = 2250 \text{ R} \times \left(40 \times \frac{40^4}{41^4} - 40 \times \frac{40^8}{41^8} \right).$$

Allgemein also die Regel für den Fall zu geben, wenn das pr. C. von der Art ist, daß der daraus entstehende Anzeiger der Veränderung des Capitals zur

Findung der bey einjähriger früherer Zahlung sogleich zu bezahlenden Summe aus einem Zähler und einem Nenner besteht, die um 1 verschieden sind; so nimmt man jedesmal anstatt $\frac{20}{21}$ den eben gedachten Anzeiger, anstatt 21 seinen Nenner, und anstatt 20 seinen Zähler. Es wird aber hiebei, so wie solches in den Exempeln §. 189 und 190 statt findet, vorausgesetzt, daß die Zeit der Termine, nach Jahren bestimmt, durch eine ganze Zahl ausgedrückt werde.

§. 192.

Wäre das pr. C. 3, so wäre der Anzeiger der Veränderung des Capitals zur Findung der bey einjähriger früherer Zahlung sogleich zu bezahlenden Summe $\frac{100}{103}$ und die Rechnung des Exempels §. 189 wäre folgende.

Es muß bezahlt werden

$$\begin{array}{lcl} \text{für den 1ten Termin } 2250 \text{ R\ddot{e}} & \times & \frac{100^5}{103^5} \\ \text{— — — 2 — — — } 2250 \text{ R\ddot{e}} & \times & \frac{100^6}{103^6} \\ \text{— — — 3 — — — } 2250 \text{ R\ddot{e}} & \times & \frac{100^7}{103^7} \\ \text{— — — 4 — — — } 2250 \text{ R\ddot{e}} & \times & \frac{100^8}{103^8} \text{ also} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{überhaupt } 2250 \text{ R\ddot{e}} \times \left(\frac{100^5}{103^5} + \frac{100^6}{103^6} + \frac{100^7}{103^7} + \frac{100^8}{103^8} \right) \\ \qquad \qquad \qquad = 2250 \end{array}$$

$$= 2250 \text{ R\ddot{e}} \times \frac{\frac{100^2}{103^2} - \frac{100^1}{103^1}}{\frac{3}{103}} = 2250 \text{ R\ddot{e}} \times$$

$$\left(\frac{103}{3} \times \frac{100^1}{103^1} - \frac{103}{3} \times \frac{100^2}{103^2} \right) = 2250 \text{ R\ddot{e}} \times$$

$$\left(\frac{100}{3} \times \frac{100^4}{103^4} - \frac{100}{3} \times \frac{100^3}{103^3} \right).$$

Man ändert also für dergleichen Fälle die §. 190. gegebene Regel auf die Art ab, daß man statt $\frac{20}{21}$ den aus dem bestimmten pr. C. sich ergebenden Anzeiger zur Findung der baar zu bezahlenden Summe, anstatt 21 einen Bruch, dessen Zähler der Nenner dieses Anzeigers und dessen Nenner die Differenz zwischen dem Zähler und Nenner desselben Anzeigers ist, anstatt 20 aber einen Bruch, dessen Zähler der Zähler des gedachten Anzeigers und dessen Nenner die eben erwähnte Differenz ist, set.

§. 193.

Gesetzt, daß die Frage entstünde: Es kauft jemand ein Haus für 6000 R\ddot{e}, erlegt 3000 R\ddot{e} zum Angeld, und verspricht die übrigen 3000 R\ddot{e} in drei einjährigen Terminen, jedesmal mit 1000 R\ddot{e}, aber ohne Zins, abzutragen. Nach einem halben Jahre verabredet er mit seinem Gläubiger, die gedachten 3000 R\ddot{e} mit doppeltem Rabatte a 5 pr. C. sogleich zu bezahlen. Wie

viel hat er zu entrichten? so müßte in diesem Falle bezahlt werden:

$$\text{für den 1ten Termin } 1000 \text{ Mk} \times \frac{40}{41}$$

$$\text{--- 2 --- } 1000 \text{ Mk} \times \frac{20}{21} \times \frac{40}{41}$$

$$\text{--- 3 --- } 1000 \text{ Mk} \times \frac{20^2}{21^2} \times \frac{40}{41}, \text{ also}$$

$$\text{überhaupt } 1000 \text{ Mk} \times \frac{40}{41} \times \left(1 + \frac{20}{21} + \frac{20^2}{21^2} \right)$$

$$= 1000 \text{ Mk} \times \frac{40}{41} \times \left(\frac{\frac{20^3}{21^3} - 1}{-\frac{1}{21}} \right) =$$

$$1000 \text{ Mk} \times \frac{40}{41} \times \left(21 - 21 \frac{20^3}{21^3} \right) = 21 \times 1000 \text{ Mk}$$

$$\times \frac{40}{41} - 21 \times 1000 \text{ Mk} \times \frac{40}{41} \times \frac{20^3}{21^3}.$$

Nun ist

$$\text{£ } 21 = 1,3222193$$

$$\text{£ } 1000 = 3,0000000$$

$$\text{£ } \frac{40}{41} = 1,9892761, \text{ also}$$

$$\text{£ } 21 \times 1000 \times \frac{40}{41} = 4,3114954, \text{ und folglich}$$

$$\text{£ } 21 \times$$

$$1. \quad 21 \times 1000 \text{ R} \times \frac{40}{41} = 20487,8 \text{ R}.$$

Ferner ist

$$\text{L. } 21 = 1,3222193$$

$$\text{L. } 1000 = 3,0000000$$

$$\text{L. } \frac{40}{41} = -1,9892761$$

$$\text{L. } \frac{20^3}{21^3} = -1,9364321, \text{ also}$$

$$\text{L. } 21 \times 1000 \times \frac{40}{41} \times \frac{20^3}{21^3} = 4,2479275, \text{ und}$$

$$2. \quad 21 \times 1000 \text{ R} \times \frac{40}{41} \times \frac{20^3}{21^3} = 17698,13 \text{ R}$$

Folglich die gleich zu bezahlende Summe 2789,6 R.

Man thut daher, wenn die Zeit der frühern Zahlung durch Brüche ausgedrückt wird, am besten, wenn man sich vorstellt, daß die ganze Schuld in dem ersten Termine zu bezahlen sey, die so baar zu bezahlende Summe nach §. 188 sucht, und von dieser Summe die für eine frühere Bezahlung von der Zeit des ersten Termins sogleich zu erlegende Summe berechnet. Bedient man sich dabei der Logarithmen, so kann man beide Arbeiten, auf die oben befolgte Art, mit einem Male verrichten.

§. 194.

Wäre bey dem Falle, der §. 189 u. f. betrachtet worden, zwischen dem Gläubiger und Schuldner die Verabredung getroffen, daß die terminweise zu bezahlende Schuld bis zu ihrer Fallzeit zu einem geringen pr. C., z. E. 2, verzinst werden sollte; so müste die eben daselbst befindliche Aufgabe, wenn sonst kein Umstand verändert würde, auf folgende Art berechnet werden.

Nach Jahren erhält der Gläubiger oder dafür jetzt

$$5 = 2250 \text{ R} \times \frac{51^5}{50^5} = 2250 \text{ R} \times \frac{51^5}{50^5} \times \frac{20^5}{21^5}$$

$$6 = 2250 \text{ R} \times \frac{51^6}{50^6} = 2250 \text{ R} \times \frac{51^6}{50^6} \times \frac{20^6}{21^6}$$

$$7 = 2250 \text{ R} \times \frac{51^7}{50^7} = 2250 \text{ R} \times \frac{51^7}{50^7} \times \frac{20^7}{21^7}$$

$$8 = 2250 \text{ R} \times \frac{51^8}{50^8} = 2250 \text{ R} \times \frac{51^8}{50^8} \times \frac{20^8}{21^8}$$

$$\text{also in allem jetzt } 2250 \text{ R} \times \left(\frac{51^5}{50^5} \times \frac{20^5}{21^5} + \frac{51^6}{50^6} \times \frac{20^6}{21^6} + \frac{51^7}{50^7} \times \frac{20^7}{21^7} + \frac{51^8}{50^8} \times \frac{20^8}{21^8} \right)$$

$$\text{Da aber die Reihe } \frac{51^5}{50^5} \times \frac{20^5}{21^5} + \frac{51^6}{50^6} \times \frac{20^6}{21^6} + 51^7$$

$+ \frac{51^7}{50^7} \times \frac{20^7}{21^7} + \frac{51^8}{50^8} \times \frac{20^8}{21^8}$ eine geometrische

Reihe ist, die zum Exponenten $\frac{51}{50} \times \frac{20}{21}$ hat; so ist

ihre Summe $\frac{\frac{51^9}{50^9} \times \frac{20^9}{21^9} - \frac{51^1}{50^1} \times \frac{20^1}{21^1}}{\frac{51}{50} \times \frac{20}{21} - 1}$

$= \frac{\frac{51^9}{50^9} \times \frac{20^9}{21^9} - \frac{51^1}{50^1} \times \frac{20^1}{21^1}}{1 - \frac{51}{50} \times \frac{20}{21}}$; und es ist also

sogleich zu bezahlen

$\frac{2250 \text{ R} \times \frac{51^9}{50^9} \times \frac{20^9}{21^9} - 2250 \text{ R} \times \frac{51^1}{50^1} \times \frac{20^1}{21^1}}{1 - \frac{51}{50} \times \frac{20}{21}}$

Nun ist

$$\text{£. } 2250 = 3,3521825$$

$$\text{£. } \frac{51^9}{50^9} = 0,0430005$$

$$\text{£. } \frac{20^9}{21^9} = 1,8940535; \text{ also}$$

$$\text{£. } 2250 \times \frac{51^9}{50^9} \times \frac{20^9}{21^9} = 3,2892365, \text{ und}$$

$$2250 \text{ R} \times \frac{51^1}{50^1} \times \frac{20^1}{21^1} = 1946,42 \text{ R.}$$

Berner

$$\text{Bern} \text{ ist } \text{£. } 2250^s = 3,3521825$$

$$\text{£. } \frac{51^s}{50^s} = 0,0774009$$

$$\text{£. } \frac{20^s}{21^s} = 1,8092963, \text{ also}$$

$$\text{£. } 2250 \times \frac{51^s}{50^s} \times \frac{20^s}{21^s} = 3,2388797, \text{ und}$$

$$2250 \text{ R}_\text{£} \times \frac{51^s}{50^s} \times \frac{20^s}{21^s} = 1733,32 \text{ R}_\text{£}$$

Folglich ist 213,1 R_£ gleich

$$2250 \text{ R}_\text{£} \times \frac{51^s}{50^s} \times \frac{20^s}{21^s} - 2250 \text{ R}_\text{£} \times \frac{51^s}{50^s} \times \frac{20^s}{21^s}$$

Da nun $\frac{51}{50} \times \frac{20}{21} = \frac{1020}{1050}$, und also $1 - \frac{51}{50} \times \frac{20}{21}$

$$= \frac{3}{105} = \frac{1}{35}; \text{ und } \frac{213,1 \text{ R}_\text{£}}{\frac{1}{35}} = 213,1 \text{ R}_\text{£} \times 35$$

= 7458,5 R_£; so müssen in dem betrachteten Falle 7458,5 R_£ sogleich bezahlt werden.

Aus dem gegenwärtigen Falle läßt sich herleiten, wie die Rechnung aufzustellen sey, wenn der erste Termin vor der Zeit der wirklichen Zahlung eben so weit entfernt ist, als jede zwey unmittelbar auf einander folgende Termine von einander, und die terminweise zu bezahlende Schuld bis zu ihrer Fallzeit einen verabredeten Zins trägt. Wären z. B. die 9000 R_£ in der so eben aufgelösten Aufgabe von jetzt an in 4 einjährigen Terminen zu bezahlen; so würde man, würde übrigens nichts geändert, die dafür
sogleich

folglich zu bezahlende Summe durch die Entwicklung dieses Ausdrucks finden:

$$2250 \text{ Rk} \times \frac{51}{50} \times \frac{20}{21} - 2250 \text{ Rk} \times \frac{51}{50} \times \frac{20}{21}$$

$$1 - \frac{51}{50} \times \frac{20}{21}$$

Mehrere Beispiele von dieser Art, so wie auch eine allgemeine Regel für die gegenwärtige Fälle, sind für den, der das bisherige aufmerksam betrachtet, nicht nöthig.

§. 195.

Wenn auf eine Sache, z. B. beim öffentlichen Verkaufe auf ein Landgut, verschiedentlich geboten wird, und ein oder mehrere Gebote von der Art sind, daß entweder die ganze Kaufsumme oder ein Theil derselben terminweise abgetragen werden soll; so gebraucht man die Rabattrechnung, um diese verschiedene Gebote gehörig gegen einander würdigen zu können. Von dem Gebrauche der gemeinen Rabattrechnung in dieser Rücksicht ist bereits oben geredet worden; es kann aber, überhaupt zu urtheilen, auch die doppelte Rabattrechnung dabei angewandt werden, und die jedesmal statt findenden Umstände müssen entscheiden, ob man von jener oder von dieser Gebrauch zu machen habe.

§. 196.

Die Regel der doppelten Rabattrechnung entwickelt von Leibniz in a. a. erud. Lips. 1683. O. Ob. S. 425 f. auf

auf folgende Art. Gesezt ein Schuldner wölte bey 5 pr. C. Rabatt und einjähriger früherer Zahlung $\frac{1}{20}$ des Capitals abziehen, so anticipirte er dieses $\frac{1}{20}$ ebenfalls ein Jahr, denn nach einem Jahre kömmt ihm dies $\frac{1}{20}$ erst zu, und sein Gläubiger müste also zuvor davon $\frac{1}{20}$ oder $\frac{1}{400}$ des Capitals rabattiren. Nun anticipirte aber der Gläubiger wieder dies $\frac{1}{400}$, und der Schuldner müste daher $\frac{1}{20}$ davon, oder $\frac{1}{8000}$ des Capitals, abziehen u. s. w.: Es kann also der Schuldner bey einjähriger früherer Zahlung mit 5 pr. C. Rabatt nicht $\frac{1}{20}$ des Capitals, sondern $\frac{1}{20} - \frac{1}{400} + \frac{1}{8000} - \frac{1}{160000} + \frac{1}{3200000}$ u. s. w. d. h. $\frac{1}{21}$ des Capitals rabattiren; und auf eine ähnliche Art wird bey mehrjähriger früherer Zahlung geschlossen. Von Leibnitz erwählte diesen Beweis, um dadurch unmittelbar die Carpzovsche Art den Rabatt zu berechnen zu widerlegen, und man geht daher, wenn diese besondere Absicht nicht statt findet, mit Recht von dieser Beweisart ab. Den oben eingeschlagenen Weg geht auch von Segner in der Vorrede zu Ungers öfters schon angeführten Beiträgen.

§. 197.

Nun entsteht die Frage: Was für eine Rabattrechnung, die gemeine oder die doppelte, muß bey wirklichen Vorfällen gebraucht werden? Es ist schon §. 139 behauptet worden, daß diejenigen irren, welche ausschließungsweise entweder die eine oder die andere angewandt

schonbe lassen wollen, und es läßt sich die angeführte Frage, allgemein genommen, auf keine Art und Weise bestimmt beantworten. Es ist dies gleichwohl geschehen. Bülfinger: & in dem Anhang zu Wolcks juristischen Mathematik, und mehrere andere sind für die doppelte Stabatrechnung, welche auch die Lebnitzsche Berechnung des Internisuriums ^{und summa d. l. 72} genannt wird. Hoffmann hingegen streift für seine Art, es für die eins

Hoff-
und
die
auf,

und widerspricht sich nicht: und Hoffmann dagegen,

Seine eigenen Worte sind folgende: 1: 122

§ 13. Anjeto hatten wir uns unmittelbar an den Grundsatz: durch die anticipirte Bezahlung muß kein Theil nichts verlieren. Es muß folglich dieselbige so bestimmt werden, daß, wenn ich mein jeto empfangenes Geld landläufig nutze, oder wenn es der andere behält, und selbst nutzt, es auf bestimnte Zeit die ganze Summe betrage. Wenn jetzt, es ist mit einer nach 2 Jahren schuldig zu bezahlen 4410 fl. das

Q

vor

Ich nehme sie, und lege sie in Capital, über ein Jahr erhalte ich davon 200 fl. Zins. Ich habe also 4200 fl. die ich sie 4000 lasse ich stehen, und lege die 200 fl. bares Geld anderswo auch an. Nach verstrichenem Jahre habe ich von jenem wieder 200 fl. von diesen aber 20 fl. Zins, den ich neuen Capital: in Summa 440 fl. bares Geld auf die oben bestimmte Zeit.

§. 16. Gegen diese Rechnung ist nicht einzuwenden, daß

200 fl.
200 fl.
200 fl.
200 fl.

man hätte nicht geben sollen, so wäre es, hätte er nur weniger

zum Beispiel
Interessum auf
gleich das wahre Capital
hätte es
und so weiter

Man kann auch so rechnen: 200 fl. Zins auf 4000 fl. Capital

Dieses giebt 200 fl. Nun lasse uns rechnen, was Zins auf das erste Jahr sind 200 fl. damit besitze ich 4200 fl. Ein guter Haushalter thut wenigstens die 209 fl. wieder aus, damit bestimmt er im andern Jahre, erstlich von dem Hauptcapital wieder 200 fl. hernach von den 209 fl. er hält er 10 fl. Nun zähle man zusammen:

Er

Er hat empfangen	4091 ¹ / ₂	Zusammen
Von demselben von dem		4437 ¹ / ₂
seiner Jahresinsen	2091 ¹ / ₂	oder
Ganz des andern Jahres	2192 ¹ / ₂	4438 ¹ / ₂

1127

1127

1127

1127

1127

1127

1127

1127

1127

1127

1127

1127

1127

1127

1127

1127

1127

1127

1127

1127

1127

1127

1127

1127

1127

1127

betragen.

§. 18. Aber was thun denn die 1633 Gl. die ich vier Jahre zu früh empfangen habe; und die andern 1633 Gl. die ich drey Jahre zu früh empfangen habe; und die dritten 1633 Gl. die ich zwey Jahre zu früh empfangen habe; und die vierten 1633 Gl. die ich ein Jahr zu früh empfangen habe. Sind

2

diese

diese nicht auch Geld, das Geld bringt? Der Mann ist sie erst in 5 Jahren schuldig, und er soll sie doch vier Jahre vorher, und zwar ganz bezahlen. Wor was rehet man denn vom Interfurio, wenn man mir vier Jahre zuvor ganze 1633 Fl. geben muß, vor diejenigen 1633 Fl. die man mir erst nach vier Jahren schuldig ist? denn das wird doch eines ley seyn, ob man mir diese 1633 Fl. in natura giebt, oder als Zinse von einem Capitale einnehmen läßt.

§. 19. Und weil sich hier der Ungrund der Hoffmannischen Rechnung greiffen läßt: so wollen wir die Sache noch auf eine andere Art vorstellen. Titus ist nach fünf Jahren 40841 Fl. schuldig, davon bezahlt er mit einem Capital 32673 Fl. unter der Bedingung, die ersten 5 Jahre wolle er selbst die Zinsen einnehmen. Folglich ist dieses Capital erst in fünf Jahren seine 32673 Fl. werth, so wie es die Schuld mit sich bringt. Ich nehme das Capital an, und frage, was ist er mir denn noch mehr schuldig? Er ist mir nach 5 Jahren noch 8168 Fl. oder er ist mir nach 5 Jahren fünfmal 1633 $\frac{1}{3}$ Fl. schuldig. Nun frage ich ferner: die ersten 1633 $\frac{1}{3}$ Fl. will er mir vier Jahr zuvor, die andern drey, die dritten zwey, die vierten ein Jahr zuvor, und die fünften im Termine selbst bezahlen; was muß er mir für eine Summe geben? Ist es möglich zu sagen, er solle jedesmal 1633 Fl. 36 Kr. geben? Wor was ist denn die Rechnung des Interfuriums?

§. 198.

Vielleicht antwortet man auf die aufgeworfene Frage theilweise am richtigsten auf folgende Art.

a. in

a. in Ansehung des von den Rabattrechnungen im Gerichte zu machenden Gebrauchs. Da die Gesetze den Zinseszins verbieten, so kann den gerichtlichen Vorfällen nicht nach der doppelten Rabattrechnung gerechnet werden, weil sonst bei jeder mehr als einjährigen frühern Zahlung eines nach einer gewissen Zeit fälligen Capitals der Gläubiger seinem Schuldner für die früher bezahlte Summe Zinseszins entrichten müßte. Folgt hieraus sogleich, daß man nach der gemeinen Rabattrechnung rechnen müsse? Wenn dabei, wie Bilfinger behauptet, wirkliche Uebersetzung des Schuldners statt findet, so ist auch diese nicht erlaubt. Alsdann bliebe kein anderer Weg übrig, als zwischen den Resultaten der gemeinen und doppelten Rabattrechnung, da jene dem Schuldner und diese dem Gläubiger zu nahe tritt, das Mittel zu suchen, und dies als die baar zu bezahlende Summe anzunehmen. Für 1000 Rth z. B. die ohne Zins über 5 Jahr fällig sind, bezahlt man mit einfachem Rabatto zu 5 pr. C. 800 Rth, mit doppeltem Rabatto zu gleichem pr. C. aber 783,5 Rth. Der Unterschied dieser beiden Summen ist 16,5 Rth, und die Hälfte davon oder 8,25 Rth entweder von 800 Rth abgezogen, oder zu 783,5 Rth hinzugezählt, könnten 791,75 Rth als die sogleich zu be-

zahlende Summe betrachtet werden. Allgemeines
 zu urtheilen; so würde diese Art der Rechnung ohn-
 streitig der Billigkeit am gemäßigtesten; denn wegen
 der Unmöglichkeit ein Capital zu Zinseszins zu nut-
 zen (§. 6. 129) kann der Schuldner mit keinem
 Schein des Rechts von seinem Gläubiger verlan-
 gen, daß er ihm doppelten Rabatt bewilligen, und
 statt der erwähnten 1000 R ℓ mit 783, 7 R ℓ zu-
 frieden seyn solle. Auf der andern Seite hat der
 Gläubiger kein Recht, von seinem Schuldner zu
 verlangen, daß er bei der Berechnung des Nu-
 zens, den er von dem schuldigen Capitale bis zur
 eigentlichen Fällzeit haben kann, blos auf die Sum-
 me der von diesem Capitale bis dahin möglichen
 Zinse, und nicht auch darauf sehen solle, daß er
 einen oder mehrere Theile des gesammten Zinses
 vor der gedachten Fällzeit haben, und sie also zu
 seinem Vortheile eine Zeitlang brauchen kann.
 Der Schuldner sollte also über die Summe, welche
 die doppelte Rabattrechnung angiebt, und unter
 der Summe, welche die gemeine Rabattrechnung
 herausbringt, bezahlen, und das geschehe auf die
 angezeigte Art. Sindem sich daher sonst keine Um-
 stände, auf welche hiebei Rücksicht zu nehmen; so
 würde ich kein Bedenken tragen, diesen Weg als
 den einzigen wahren und mit keinem Gesetze strei-
 tenden zu betrachten.

Benutzbare Gesetze aber sind nicht für das allgemeine, sondern für Fälle, so wie sie sich wirklich ereignen, eingerichtet, und zu beurtheilen, ob die römisch-rechtliche Art, den Rabatt zu berechnen, in der That den Gesetzen zuwider sey, müssen alle Umstände und alle Gründe der dahin gehörigen Gesetze auf das sorgfältigste erwogen werden. Gesetz nun, daß eine nach einer gewissen Zeit fällige Schuld sogleich mit Rabatt bezahlt werden soll, so geschieht dasselbe nach vorhergegangener Verabredung zwischen dem Gläubiger und Schuldner. Wäre der Schuldner im Stande, seine paterfamiliaszeit zu dem pr. C. zu benutzen, rabattirt werden soll, und über Ausfall und Verfall so wohl am capitale gesichert, so hätte er keinen Grund, früher Bezahlung mit Rabatte zu entschließen, oder dieselbe zu begehren. Eben das stände auf der andern Seite bei dem Gläubiger statt, wenn derselbe das früher bezahlte Capital nicht höher als zu dem pr. C., zu welchem rabattirt werden soll, ausbringen könnte, und sein Geld bei dem Schuldner sicher stände. Man kann daher, so oft zwischen einem Gläubiger und Schuldner eine frühere Bezahlung mit Rabatt verabredet worden,

worden, annehmen: einmal, daß der Schuldner in seiner Lage, seine Schuld bis zu ihrer Fällzeit nicht zu dem pr. C. des Rabatts benutzen könne, oder wegen der richtigen und prompten Zahlung des Zinses, davon, wenn er sie anlegt, oder auch wohl wegen des Capitals selbst nicht ganz sicher sey; und zweitens, daß der Gläubiger, wenn er sein Capital sogleich mit Rabatt erhält, dasselbe höher als zu dem pr. C. des Rabatts auszubringen im Stande sey. Geht nun unter diesen Umständen die frühere Bezahlung wirklich vor sich, so hat einmal der Schuldner den doppelten Vortheil, daß er zu einem größern pr. C. rabattirt, als er den Zins rechnen kann, und, daß er von aller Sorge, das früher bezahlte Capital anzulegen, frey, und vor allem Ausfall gesichert ist, und kann also dagegen sich wohl gefallen lassen, daß bei dem größern pr. C. nur die Summe der Zins, nicht aber die Zeit, da sie eigentlich gegeben werden müssen, in Anschlag gebracht wird. Zum andern übernimmt der Gläubiger die Sorge für die Anlegung des früher erhaltenen Capitals, und die Gefahr, an dem Zins oder gar an dem Capitale einen Verlust zu leiden, und unmöglich ist es bei dem Verbot des Zinseszinses für ihn, sein Capital durch den Zins so zu vermehren, als es die Zinseszinsrechnung angiebt.

gleiches Doppelte ungerecht wäre es also, wenn er seinem Schuldner doppelten Rabatt geben sollte.

Um das gesagte mit einem Beispiele zu erläutern, so sey jemand einem andern 1000 Rth ohne Zins nach 3 Jahren zu bezahlen schuldig. Vorausgesetzt nun, daß er das zu einer fünfjährigen früheren Zahlung mit einfachem Rabatte zu 3 pr. C. nöthige Geld, 900 Rth nemlich, hätte, und solches nicht höher als zu $4\frac{1}{2}$ pr. C. auszu thun im Stande wäre; so wäre aller Vortheil, den er, wenn er nicht sogleich bezahlte, von diesen 900 Rth in 3 Jahren erhalten könnte, wenn man Zinseszins rechnete 196, 4 Rth, und also in der That noch

als 196, 4 Rth. Es werden ihm aber ganz gerechnet, und wenn daher auf die Umstände zugleich Rücksicht genommen er eigentlich nicht vervortheilt. Sollte er zu 5 pr. C. Zins nehmen; so erhielte er von diesen 900 Rth

11, da der Zinseszins 200, 9 Rth beträgt, ger 10 Rth mehr, als wenn er rabattirte, und er die 900 Rth versichern, und den Fall zur rechten Zeit erhalten, und sogleich weiter

anlegen können. Es streitet also die Hoffmannsche Art des Rabatts zu berechnen, auf diese Art betrachtet, nicht wider den Grundsatz, daß durch den Rabatt weder der Schuldner noch der Gläubiger vervortheilt werden solle; die Leibnizische Art hingegen thut solches, weil der Gläubiger, ohne Zinseszins, den er doch nicht wirklich erhalten kann, zu nehmen, Peters

71 gang des Capitals fortzu, daß alle dabei mögliche
 72 Ungleichheiten und Gefahren übernehmen, muß.

§. 200.

Wenn also ein Schuldner sich ohne Zwang,
 freiwillig entweder, oder auf Vorstellung seines
 Gläubigers, zur frühern Bezahlung der nach
 einer gewissen Zeit erst fälligen Schuld ent-
 schließt, so kann die sogleich zu bezahlende Sum-
 me, ohne Verstoß wider das Recht und die Billig-
 keit nach der einfachen Rabattrechnung bestimmt
 werden; wof
 Bezahlung
 zahlende Sum
 einer frühern
 le bair zu be
 n Rabattrech-
 nung: versehen; so könnte er sich allerdings über
 Ungerechtigkeit beschweren. In Fällen also, als
 oben, §. 137 in der Anmerkung, einer angeführt
 worden, wäre ohnstrittig der §. 198 gedachte Weg
 allen andern vorzuziehen. Uebrigens gehört es
 nicht in eine juristische Rechenkunst, diesen Ge-
 genstand ausführlicher, als geschehen ist, ab-
 zuhandeln.

§. 201.

b. (f. §. 198) Was den Gebrauch betrifft, den
 man sonst noch von den Rabattrechnungen

zu machen hat; so ist die doppelte Rabattrech-
nung, so wie die doppelte Zinsrechnung, bey der
Berechnung der verschiedenen Arten der Renten,
wovon in der Folge geredet werden wird, der
Wittuencassen u. d. gl. eine unentbehrliche Recha-
nung, und die einfache Rabattrechnung dazu auf
keine Art und Weise hin-
digung verschiedener an-
Gebote, davon einige zu
sollte man billig nach der
wovon S. 192. gesprochen worden ist, und eben
darnach überhaupt für sich jezt nach einer gewissen
Zeit erst fällige Summe schätzen.

Z e i t r e c h n u n g.

Einleitung.

§. 202.

Wenn ein Capital bey einem bestimmten pr. C. durch den Zins eine gegebene Grösse erreichen, oder einen genannten Zins tragen, dergleichen wenn ein Capital bey einem bestimmten pr. C. eine festgesetzte Summe Rabatt geben soll: so wird dazu eine Zeit erfordert, die sich aus den genannten Stücken durch Rechnung finden läßt. Hat sich ein Schuldner anheischig gemacht, eine Schuld in mehrern auf einander folgenden Terminen zu bezahlen, so kann er, ist es sein Gläubiger zufrieden, gleichwohl die ganze Schuld ohne Abzug und ohne seinen und seines Gläubigers Schaden auf einmal in einem mittlern Termin, der ebenfalls ein Gegenstand der Rechnung ist, abtragen; und umgekehrt kann man, wenn ein Capital in einem Termine bezahlt werden soll, durch die Rechnung mehrere Termine finden, in welchen solches theilweise, doch ohne Abzug und ohne Schaden beyder interessirten Theile geschehen kann. Endlich lassen sich, wenn ein Capital terminweise zu bezahlen ist, anstatt der anfänglich festgesetzten Termine andere ausrechnen, in

wel-

welchen dasselbe Capital, nur in andern Theilen, bezahlet werden kann. Die Regeln, welche man, jede der genannten Zeiten aus den erforderlichen gegebenen Dingen zu finden, zu befolgen hat, trägt die Zeitrechnung vor, welche also von einem sehr großen Umfange ist.

§. 103.

Man kann die Zeitrechnung auf eine ähnliche Art, als die Zinsrechnung im eigentlichen Verstande, und die Rabattrechnung, nemlich in die gemeine und zusammengesetzte Zeitrechnung einteilen, und einen jeden nach dem im vorhergehenden §. gesagten verschiedene Abtheilungen geben. Die gemeine Zeitrechnung begreift dann alle zur Zeitrechnung überhaupt gehörige Fragen, worin einfacher Zins und Rabatt, die zusammengesetzte oder doppelte Zeitrechnung aber diejenigen, worin Zinseszins oder doppelter Rabatt vorausgesetzt wird. In den folgenden wird indes diese Einteilung statt finden, und die Zeitrechnung im engeren Verstande, des mittlern und änderen Zahlungsstermine, und des getheilten Zahlungsstermins abgetheilt werden. Die nähere Bestimmung eines jeden dieser Theile kommt im Anfange der Abhandlung desselben vor.

Zeitrechnung.

§. 204.

Unter der Zeitrechnung im engeren Verstande wird hier der Inbegriff der Regeln verstanden, nach welchen man bey einem bestimmten pr. C. die Zeit findet, in welcher ein gegebenes Capital entweder durch den Zins eine bestimmte Grösse erreicht, oder einen gewissen Zins trägt, oder einen gewissen Rabatt erfährt. Es ist also ein Theil der dazu gehörigen Aufgaben mit der Zinsrechnung, und der andere mit der Rabattrechnung verbunden, und da eine jede dieser Rechnungen zwey Abtheilungen hat, so entstehen vier Arten der Aufgaben der Zeitrechnung im engeren Verstande, die nun nach einander betrachtet werden sollen.

§. 205.

in die Regeln fließen, nach
i der Zeitrechnung im en-
lit der gemeinen Zinsrech-
n, aufgelöst werden, sind
rechnung §. 40 angeführt

worden, und es ist also hier nur übrig, die Anwendung der aus den erwähnten Sätzen fließenden Regeln in einigen Beyspielen zu zeigen. Es werde also gefragt:

a. Wie

Wie lange müssen 3640 Rthl. 18 Sch. 6 Gr. zu 5 pr. C. liegen, um 591 Rthl. 12 Sch. 1 1/2 Gr. zu werden? Die Rechnung

$$\begin{array}{r}
 3640 \text{ Rthl. } 18 \text{ Sch. } 6 \text{ Gr.} \\
 \times 11832 \text{ Rthl. } 12 \text{ Sch. } 1 \frac{1}{2} \text{ Gr.} \\
 \hline
 47339 \text{ Rthl. } 1 \text{ Sch. } 56 \text{ Gr.}
 \end{array}$$

Wenn man hier nach dieser Frage rechnete, wüßte man nicht, ob die 591 Rthl. 12 Sch. 1 1/2 Gr. zu 5 pr. C. zu 3640 Rthl. 18 Sch. 6 Gr. zu werden, oder ob die 3640 Rthl. 18 Sch. 6 Gr. zu 5 pr. C. zu 591 Rthl. 12 Sch. 1 1/2 Gr. zu werden. Es ist aber nicht möglich, die 3640 Rthl. 18 Sch. 6 Gr. zu 5 pr. C. zu 591 Rthl. 12 Sch. 1 1/2 Gr. zu werden, weil die 3640 Rthl. 18 Sch. 6 Gr. zu 5 pr. C. zu 591 Rthl. 12 Sch. 1 1/2 Gr. zu werden, wenn dieselben zu einem Jahre zu 5 pr. C. werden? also nach diesem Ausdrucke.

$$\begin{array}{r}
 1 \text{ Jahr} \quad (4832 \text{ Rthl. } 9 \text{ Sch. } 6 \text{ Gr. } 100) \\
 \times 3640 \text{ Rthl. } 18 \text{ Sch. } 6 \text{ Gr.} \\
 \hline
 17599360 \text{ Rthl. } 18 \text{ Sch. } 6 \text{ Gr.}
 \end{array}$$

so würde man auf ein ganz falsches Resultat kommen, was nachher noch, weil bey einer vielsachen Zeit nicht das

Durch den Zins vermehrte Capital das eben so vielfache dem
 dem einfachen, sondern der Zins das gleiche Vielfache des
 einfachen Zinses ist. 100 R ℓ zu 5 pr. C. tragen in 2
 Jahren 10 R ℓ , in 3 Jahren 15 R ℓ u. s. w. Zins;
 allein sie werden nicht, indem sie in einem Jahre zu 105 R ℓ
 anwachsen, in 2 Jahren zu 110 R ℓ oder 210 R ℓ , in 3
 Jahren zu 115 R ℓ oder 315 R ℓ u. s. w. Man muß
 daher bey Aufgaben dieser Art vor allen Dingen den Zins
 suchen, welches das anzulegende Capital in der gesuchten Zeit
 tragen soll, und dann die aufgeworfene Frage auf die befolgte
 Art in eine andere gleichbedeutende verwandeln.

§. 206.

Außerdem kann man noch auf eine doppelte Art ver-
 fahren. Man macht nemlich einen Bruch, dessen Nega-
 ner das angelegte Capital, der Zähler aber entweder das
 durch den Zins vermehrte Capital oder dieser Zins selbst
 ist, und verwandelt denselben in einen Bruch von glei-
 chem Werthe, dessen Nenner 100 ist. Dies geschieht
 am bequemsten durch die Division durch den Nenner,
 nachdem man von demselben, zur Rechten 2 Zahlen für
 die Decimalstellen abgeschnitten hat. Ist nun diese Ver-
 wandlung geschehen, so werden so viel Jahre erfordert,
 als das gegebene pr. C. im ersten Fall in der Differenz des
 Zählers und Nenners, und im andern im Zähler selbst
 enthalten ist. Es werde also gefragt: Wie lange müssen
 800 R ℓ zu 5 pr. C. stehen, um durch einfachen Zins
 1000 R ℓ zu werden? — Die Rechnung ist entweder

$$\frac{1000}{800} =$$

$$\frac{1992}{100} = \frac{198}{10}, \text{ und}$$

$$\frac{21}{10} = 5 \text{ Jahre;}$$

oder

$$\frac{288}{100} = \frac{144}{50}, \text{ und}$$

$$\frac{21}{10} = 5 \text{ Jahre.}$$

Der Grund dieser Regel ist übrigens aus der gemeinen Zinsrechnung leicht herzuleiten.

§. 207.

- b. Wie lange müssen 1000 R ℓ a 5 pr. C. stehen, um eben so viel Zins zu tragen, als 400 R ℓ a 5 pr. C. in $13\frac{1}{2}$ Jahre? — Die Rechnung ist

$$\frac{13\frac{1}{2} \text{ Jahr} \times 400 \times 5}{1000 \times 5} = 1$$

$$4\frac{1}{2} \text{ Jahr.}$$

- c. Wie lange muß ein Capital ausstehen, um zu 4 pr. C. 200 R ℓ zu tragen, wenn es a 5 pr. C. in 6 Jahren 240 R ℓ tragen würde? — Die Rechnung ist

$$\frac{6 \text{ Jahr} \times 240 \times 5}{200 \times 4} = 7\frac{1}{2}$$

$$7\frac{1}{2} \text{ Jahr.}$$

Es lassen sich diese Aufgaben leicht noch mit andern, insbesondere einfacher, vermehren; sie sind aber so leicht, daß es überflüssig wäre, Beispiele davon herzusetzen.

§. 208.

Ich gehe daher fort zu den Aufgaben der Zeitrechnung im engeren Verstande, welche mit der gemeinen Rabattrechnung in Verbindung stehen. Die wichtigsten davon sind folgende:

- a. wenn aus dem früher zu bezahlenden Capitale, welches bis zu seiner eigentlichen Fallzeit keinen Zins trägt, und der dafür wirklich entrichteten Summe, nebst dem pr. C. des Rabatts, die Zeit der frühern Zahlung gesucht werden soll. — Aus dem, was §. 150 über die Natur der Anzeiger der Veränderung eines früher zu bezahlenden Capitals zur Findung der baaren Zahlung gesagt worden ist, läßt sich der Grund dieser Regel herleiten. — Man mache die baar bezahlte Summe zum Zähler und das früher zu bezahlende Capital zum Nenner eines Bruchs, verwandele denselben in einen andern von gleichem Werthe, dessen Zähler 100 ist, suche die Differenz des Zählers und Nenners dieses Bruchs, und dividire dieselbe durch das gegebene pr. C. Der erhaltene Quotient giebt die Zeit der frühern Zahlung in Jahren an. Es werde, z. B. gefragt: Wie viel Jahre muß man 1000 Rth mit 5. pr. C. Rabatt früher bezahlen, um dafür nicht mehr als 800 Rth zu geben. — Die Rechnung ist

$$1000 =$$

$$\frac{100}{1088} = \frac{100}{112}$$

$$125 - 100 = 25,$$

$$25 = 5 \text{ Jahre.}$$

Wird anstatt der baar bezahlten Summe der Rabatt gegeben, so findet man durch Abziehung desselben von der unrabattirten Schuld die Summe, welche früher gegeben werden soll oder gegeben worden ist, leicht, und kann also diesen Fall auf den betrachteten zurückführen.

§. 209.

b Wenn aus dem pr. C. des Rabatts und der Zeit der frühern Zahlung bey demselben diejenige Zeit gefunden werden soll, in welcher dasselbe Capital bey einem andern gegebenen pr. C. eben denselben Rabatt giebt. Es wird z. B. gefragt: Wie viel Jahre muß man eine Schuld, die bis zu ihrer Fallzeit keinen Zins trägt, mit 8 pr. C. Rabatt früher bezahlen, um eben so viel Rabatt zu genießen, als man bey 5 pr. C. in 4 Jahren erhalten würde? — Man sucht hier den Anzeiger der Veränderung des früher zu bezahlenden Capitals zur Findung des Rabatts für die gegebene Zeit und das dazu gehörende pr. C., so daß der Zähler desselben 100 ist, zieht diesen Zähler von seinem Nenner ab, und dividirt die Differenz durch das pr. C., zu welchem man die Zeit

der frühern Zahlung bestimmen soll. Der Quotient zeigt diese Zeit in Jahren bestimmt an. — Die Ausrechnung der angeführten Frage ist: Es ist der Anzeiger der Veränderung des früher zu bezahlenden Capitals für 5 pr. C. und 4 Jahre

$$\frac{100}{120}; \text{ und}$$

$$120 - 100 = 20, \text{ und}$$

$$\frac{20}{8} = 2\frac{1}{2} \text{ Jahre.}$$

§. 210.

- c Wenn die nach einer gewissen Zeit erst fällige und mit Rabatte zu einem angegebenen pr. C. früher bezahlte Schuld bis zu ihrer Fallzeit zu einem bekannten pr. C. verzinsset, und aus ähnlichen Stücken als §. 208 die Zeit der frühern Zahlung gesucht werden soll. Man frägt z. B. Wie viel Jahre müssen 1500 R ℓ , die bis zu ihrer Fallzeit mit 2 pr. C. verzinsset werden sollten, mit einfachem Rabatte à 5 pr. C. früher bezahlt werden, wenn dafür 1418 $\frac{2}{11}$ R ℓ gegeben werden sollen? Es ist hier weiter nichts nöthig zu suchen, als den Anzeiger der Veränderung des früher zu bezahlenden Capitals zur Findung entweder der Summe, zu welcher es bis zu seiner Fallzeit durch das verabredete pr. C. wächst, oder der dafür ohne Zins sogleich zu erlegenden Summe. Aus dem einen oder dem andern dieser

dieser Anzeiger und den gegebenen pr. C. findet man nach §. 206 und 208 sehr leicht das eigentlich verlangte. Man findet aber beyde Anzeiger, wenn man das nach einer Zeit erst fällige Capital zum Nenner, und das dafür früher bezahlte Capital zum Zähler eines Bruchs macht, ferner den Zähler dieses Bruchs durch das gegebene pr. C. des Zinses, und den Nenner durch das gegebene pr. C. des Rabatts dividirt, und jenen Quotienten zum Zähler eines neuen Bruchs, und diesen zum Nenner eines andern Bruchs annimmt, wozu man den fehlenden Nenner und Zähler auf folgende Art findet. Man nimmt von dem gegebenen pr. C. des Zinses und dem ebenfalls gegebenen pr. C. des Rabatts ein solches gleich vielfache, daß der zuletzt gedachte Zähler um eben so viel grösser ist als das vielfache des gegebenen pr. C. des Rabatts, wie das vielfache des gegebenen pr. C. des Zinses kleiner ist als der zuletzt gedachte Nenner. Das auf diese Art beschaffene vielfache des gegebenen pr. C. des Rabatts ist der gesuchte Nenner, und das gleich vielfache des gegebenen pr. C. des Zinses der fehlende Zähler. Die aufgeworfene Frage z. B. beantwortet man auf folgende Art. Es ist

$$\frac{1418\frac{2}{11}}{1500} = \frac{11600}{18750} = \frac{116}{1875} = \frac{11}{11},$$

ferner $\frac{11}{2} = 26$, und

$\frac{11}{2} = 11$. Da nun $25 = 5 \times 5$,
und $10 = 5 \times 2$ und $26 - 25 =$
 $11 - 10$; so ist

$\frac{26}{11}$ der Anzeiger der Veränderung des früher zu bezahlenden Capitals zur Findung der Summe, zu welcher es bis zu seiner Fällzeit durch das verabredete pr. C. wächst, und

$\frac{10}{11}$ der Anzeiger der Veränderung des früher zu bezahlenden Capitals zur Findung der dafür ohne Zins sogleich zu erlegenden Summe. Da nun ferner

$$\frac{26}{11} = \frac{104}{110}, \text{ und}$$

$$\frac{4}{2} = 2; \text{ auch}$$

$$\frac{10}{11} = \frac{100}{110} \text{ und}$$

$$\frac{10}{11} = 2; \text{ so ist die verlangte Zeit 2 Jahre.}$$

§. 211.

Es folgen nunmehr die Aufgaben der Zeitrechnung im engeren Verstande, welche sich auf die Zinseszinsrechnung beziehen. Die erste und wichtigste Art ist diejenige, wenn aus dem auf Zinseszins angelegten Capitale, der Summe, zu welcher es durch den Zinseszins

zins angewachsen, und dem pr. C., zu welchem es ausgethan worden, die Zeit bestimmt werden soll, welche es ausgestanden, oder ausstehen muß. Es wird z. B. gefragt: Wie lange müssen 10000 R ℓ a 5 pr. C. auf Zinseszins ausstehen, um zu 12155 $\frac{1}{8}$ R ℓ anzuwachsen? Wenn man sich hier an die Regeln der Zinseszinsrechnung zurückerinnert, so sieht man bald, daß es zur Auflösung dergleichen Aufgaben keinen bequemern Weg gebe, als den Logarithmen des durch den Zinseszins vermehrten Capitals zu suchen, von demselben den Logarithmen des auf Zinseszins angelegten Capitals abzuziehen, und diese Differenz mit dem Logarithmen des Anzeigers der Veränderung eines Capitals zur Findung der Summe, zu welcher es bei dem gegebenen pr. C. in einem Jahre wächst, zu dividiren. Der Quotient zeigt die verlangte Zeit, in Jahren bestimmt, an. — Die aufgeworfene Frage z. E. wird auf folgende Art beantwortet.

Es ist $\mathcal{L}. 12155,0625 = 4,0847572$, und,
 davon abgez. $\mathcal{L}. 10000 = 4,0000000$
 so bleibt der Logarithme $0,0847572$, welcher
 mit $\mathcal{L}. \frac{2}{5} = 0,0211893$ dividirt,
 den Quotienten 4 giebt. Es müssen also die gedachten
 10000 R ℓ 4 Jahre ausstehen.

§. 212.

Wie lange müssen 16000 R ℓ zu 5 pr. C. auf Zin-
seszins stehen, um zu 26062 $\frac{1}{2}$ R ℓ angewachsen? —

Die Rechnung ist hier

$$\text{Es ist } \text{L. } 26062,33 = 4,4160132$$

$$\text{und } \text{L. } 16000 = 4,2041200;$$

nach Abzug des letztern bleibt 0,2118932 und

$$\frac{0,2118932}{0,0211893} = 10. \text{ Es wird also eine}$$

Zeit von 10 Jahren erfordert.

Gesetzt man hätte anstatt 26062 $\frac{1}{2}$ nur 26062 R ℓ gesetzt,
so hätte man anstatt des Logarithmen 4,4160132 den Lo-
garithmen 4,4160077 erhalten. Von diesem nun den Lo-
garithmen von 16000 oder 4,2041200 abgezogen, so
kommt der Logarithme 0,2118877, welcher mit dem L. $\frac{1}{50}$
oder 0,0211893 dividirt, nicht vollkommen 10 giebt. Da
indef der Unterschied nicht viel beträgt, so hat man nicht
nöthig genauer zu rechnen, oder es müßte ausdrücklich
verlangt werden. In den mehresten Fällen ist es hinläng-
lich zu sagen, wie jetzt, es werden fast 10 Jahre, eine
Kleinigkeit weniger, erfordert.

§. 213.

Wenn anstatt der Summe, zu welcher ein auf Zin-
seszins angelegtes Capital in der gesuchten Zeit durch den
Zinzeszins angewachsen, der gesammte Zinzeszins dieser
Zeit gegeben wird; so findet man durch die Addition des-
selben

selben zu dem auf Zinseszins angelegten Capitale, das durch den Zinseszins vermehrte Capital, und kann darauf dergleichen Aufgaben auf die angezeigte Art auflösen. Kame eine Frage vor, wie diese: Wie lange müssen 4000 $\text{R}\ell$ a 5 pr. C. auf Zinseszins stehen, um eben so viel Zinseszins zu tragen, oder eben so hoch anzuwachsen als 5000 $\text{R}\ell$ a 4 pr. C. in 6 Jahren? so läßt sich in jenem Falle der Zinseszins der 5000 $\text{R}\ell$, und in diesem die Summe, zu welcher sie in den 6 Jahren anwachsen, nach bekannten Regeln finden, und ist dies geschehen, so sind dergleichen Aufgaben dadurch auf die §. 211 und 212 betrachteten zurückgebracht. Endlich können auch Fragen vorkommen, wie folgende: Wie lange müssen 4000 $\text{R}\ell$ a 5 pr. C. auf Zinseszins stehen, um eben so viel Zins zu tragen, als dieselben oder ein anderes Capital zu eben dem pr. C. einfachen Zins in einer bestimmten Zeit, z. B. 4 Jahre, tragen würden? Man sieht hier sehr bald, daß man durch die Ausrechnung des gesammten einfachen Zinses auch diese Art Aufgaben in die §. 211 und 212 betrachtete Gattung verwandeln könne.

Wenn man will, so kann man außer diesen noch verschiedene andere hieher gehörige Aufgaben erfinden. Ich lasse es indeß bey den bisherigen bewenden, da dieselben diejenigen sind, welche vorzüglich in der Practik vorkommen.

§. 214.

Endlich sind noch diejenigen Aufgaben der Zeitrechnung im engeren Verstande übrig, welche sich auf die doppelte Rabattrechnung beziehen. Es gehören dahin theils solche, wo das früher zu bezahlende Capital bis zu seiner Fallzeit keinen Zins trägt, theils solche, wo dasselbe bis dahin zu einem gewissen pr. C. Zinseszins verzinst werden muß. Von der ersten Art sind diejenigen die wichtigsten, wenn aus dem früher zu bezahlenden Capitale, der dafür bei doppeltem Rabatte sogleich bezahlten Summe und dem pr. C. des Rabatts die Zeit der frühern Zahlung zu finden gegeben wird. Man fragt z. B. Wie viel Jahre muß man früher bezahlen, wenn man anstatt 12155 $\text{R}\ell$ 1 R 6 S nur 10000 $\text{R}\ell$ geben, und doppelten Rabatt a 5 pr. C. genießen will? Es lassen sich aber diese Aufgaben leicht auf die §. 211 betrachteten zurückführen, indem es z. B. einerley ist, ob man fragt: Wie lange müssen 10000 $\text{R}\ell$ auf Zinseszins zu 5 pr. C. stehen, um zu 12155 $\text{R}\ell$ 1 R 6 S anzuwachsen? oder ob die vorher angeführte Frage aufgeworfen wird; und es ist daher nicht nöthig, länger bei denselben zu verweilen.

§. 215.

Wird auf die Art gefragt, als folgende Beispiele zeigen: Wie lange zuvor müssen 1000 $\text{R}\ell$ mit doppeltem Rabatte a 5 pr. C. früher bezahlt werden, um eben so

so viel Rabatt zu genießen, als man von 1500 $\text{R}\ell$ a 4 pr. C. und bei dreijähriger früherer Zahlung erhält? oder: Wie lange zuvor muß die frühere Bezahlung eines Capitals von 1000 $\text{R}\ell$ mit doppeltem Rabatte a 5 pr. C. geschehen, um eben den Rabatt zu genießen, den man bei einer fünfjährigen frühern Zahlung zu $4\frac{1}{2}$ pr. C. von demselben erhalten würde? so kann man nach den bekannten Regeln aus den gegebenen Dingen den verlangten Rabatt entwickeln, und durch Abziehung desselben von der früher zu bezahlenden Summe den jetzigen Werth derselben finden, und dann dergleichen Fragen leicht in die im vorhergehenden §. betrachteten verwandeln.

§. 216.

Was aber diejenigen Aufgaben betrifft, in welchen das mit doppeltem Rabatte früher zu bezahlende Capital bis zu seiner Fallzeit auf Zinseszins stehend angenommen wird, so erfordern dieselben eine genauere Betrachtung. Es gehört hieher die Frage: Wie lange muß man bei doppeltem Rabatte a 5 pr. C. früher bezahlen, wenn man an statt 10000 $\text{R}\ell$, die man bis zu ihrer Fallzeit mit 3 pr. C. Zinseszins verzinsen muß, 9259,58 $\text{R}\ell$ geben will? — Ueberlegt man dasjenige genau, was in der doppelten Rabattrechnung §. 177 bis §. 179 gesagt worden ist, so wird es nicht schwer fallen, sich von der Richtigkeit folgender Regel zu überzeugen. — Wenn man
von

von dem Logarithmen des mit doppelten Rabatte zu bezahlenden und bis zu seiner Fallzeit Zinseszins tragenden Capitals den Logarithmen desjenigen Capitals, welches man dafür sogleich erlegen will, abzieht, so erhält man den Logarithmen des Productes der Anzeiger, nach welchen man das früher zu bezahlende Capital verändern muß, um die baar dafür zu erlegende Summe zu finden. Wenn man diesen Logarithmen gefunden hat, so suche man die einfachen Anzeiger der Capitalsveränderung für die in der Aufgabe vorkommende pr. C., und nehme von ihren Logarithmen das gleich vielfache so, daß beider gleich vielfachen Summe dem gefundenen Logarithmen gleich ist. So vielfach hier die Logarithmen der gedachten einfachen Anzeiger genommen werden mußten, so viel Jahre muß auch früher bezahlt werden. Zum Beispiele diene die angeführte Frage. Es ist also

$$\text{L. } 10000 = 4,0000000, \text{ und}$$

$$\text{L. } 9259,58 = 3,9665913, \text{ also}$$

$$\text{L. } 10000 - \text{L. } 9259,58 = 0,0334087,$$

$$\text{oder} = 1,9665913.$$

$$\text{Ferner ist L. } \frac{103}{100} = 0,0128372$$

$$\text{und L. } \frac{20}{11} = 1,9788107. \text{ Da nun}$$

$$0,0128372 \times 4 = 0,0513488, \text{ und}$$

$$- 1,9788107 \times 4 = - 1,9152428, \text{ und}$$

$$\text{beider Summe also} - 1,9665916; \text{ so ist}$$

die Zeit der frühern Zahlung 4 Jahr.

Der

Der geringe Unterschied, der zwischen $— 1,9665913$ und $— 1,9665916$ ist, wird weiter nicht in Betrachtung gezogen. Es rührt daher, daß die statt der 10000 Rf. zu erlegende Summe nur in Hunderttheilen angegeben ist.

Die erwähnten gleich vielsachen findet man in der gedachten Beschaffenheit bald, wenn man bey dem Suchen derselben nur einige wenige Zahlen der Logarithmen, aus welchen sie zusammengesetzt werden müssen, nimmt, z. B. in dem angeführten Falle 0,012 und $— 1,978$.

Es kann sich leicht ereignen, daß die Zeit der frühern Zahlung durch keine ganze Zahl ausgedruckt werden kann. In diesem Falle findet man auf dem empfohlenen Wege die beyden Termine wenigstens leicht, zwischen welchen sie fällt, und das ist in solchen Fällen meistens hinreichend.

Ohne die Logarithmen zu gebrauchen, würde man diese Aufgaben entweder gar nicht, oder doch nicht anders als auf eine sehr beschwerliche und weisläufige Art auflösen im Stande seyn.

§. 217.

Es wäre eine sehr leichte Sache gewesen, die bisher betrachteten Aufgaben der Zeitrechnung im engern Verstande auch auf die Art abzuändern und durch Beispiele zu erläutern, daß von ganz andern Dingen, als von Capitalien, pr. C., Zinse und Rabatte geredet worden wäre. Es ist ebenfalls eine Zeitrechnung, wenn man zu bestimmen sucht, wie viel Zeit 15 Arbeiter zur Verfertigung einer Arbeit nöthig haben, wenn 21 Arbeiter dazu 6 Wochen

Wen gebrauchen? oder wie viel Jahre erfordert werden, daß die Volksmenge eines Landes, wenn das Gesetz der Vermehrung bekannt ist, eine gewisse Grösse erreiche? Indes gehörte das eigentlich nicht hieher, und ich berühre es nur, damit man den in dieser Rechnung abgehandelten Aufgaben, indem sie so, als sie betrachtet worden sind, vielleicht nicht häufig vorkommen, nicht sogleich allen Nutzen abspreche. Ich werde in der Folge oft bei sehr wichtigen Fällen Gelegenheit haben, die anderweitige Anwendung der Regeln der Zeitrechnung im engern Verstande zu zeigen.

Mittlerer Zahlungstermin.

§. 218.

Wenn eine Schuld, die theilweise in gleichen oder ungleichen Summen, und in verschiedenen Terminen, welche entweder alle von einander gleich oder ungleich weit entfernt seyn können, bezahlt werden sollte, ohne allen Abzug in einem Termine oder auf einmal abgetragen wird; so heisst dieser Termin der mittlere Zahlungstermin. Ein Beispiel anzuführen, so ist der mittlere Zahlungstermin einer Schuld von 1000 R ℓ , die ohne Zins zu tragen 10 Jahre nach einander am Ende eines jeden Jahres mit 100 R ℓ bezahlt werden sollten, $5\frac{1}{2}$ Jahr, wenn man denselben nach einfachem Zinse versteht. Der Zeitrechnung im weitläufigen Verstande kommt es zu, auch diese Zeit aus dem
dazu

Zu erforderlichen Dingen durch die Rechnung finden zu lehren, und die Art und Weise davon soll jetzt erklärt werden.

§. 219.

Die allgemeine Regel zur Bestimmung des mittlern Zahlungstermins ist: Der mittlere Zahlungstermin muß so angesetzt werden, daß dadurch weder der Gläubiger zum Vortheile des Schuldners, noch der Schuldner zum Vortheile des Gläubigers verbortheylt wird. Es beruhet also die Ausrechnung des mittlern Zahlungstermins mit der Rabattrechnung am Ende auf einem Grunden, und ausserdem wird haben, ob der Gläubiger oder Schuldner verbortheylt werde oder nicht, ebenfalls nach dem Zinse bestimmt, welchen bey dem mittlern Zahlungstermin beyde erheben können. Ist der Zins, welchen einmal der Schuldner von der ganzen Schuld bis zu dem mittlern Zahlungstermine, und zweytenß der Gläubiger ebenfalls von der ganzen Schuld, aber von dem mittlern Zahlungstermine an bis zu dem letzten der anfänglich festgesetzten Termine, rechnen kann, dem Zinse gleich, welchen jener von allen Theilen der Schuld bis zu ihrer Fallzeit, und dieser von eben denselben Summen von ihrer Fallzeit an bis zu dem gedachten letzten Termine rechnen kann; so ist der mittlere Zahlungstermin richtig

Ng angelegt worden. Da es eine doppelte Art des Zinses giebt, so fällt in die Augen, daß es deswegen auch eine zwiefache Art der Bestimmung des mittlern Zahlungstermins gebe, und ausserdem entsteht auch daher noch eine Verschiedenheit unter den hieher gehörigen Fällen, daß die gedachte Schuld bis zu ihrer Fallzeit entweder Zins trägt, oder nicht. In dem im vorhergehenden §. angeführten Falle ist der mittlere Zahlungstermin richtig bestimmt worden; denn der Schuldner hätte, wenn es auf die zuerst festgesetzte Art bezahlt hätte, in allen 275 Rk., und der Gläubiger dagegen 225 Rk. rechnen können. Es tragen aber auch 1000 Rk. in $5\frac{1}{2}$ Jahre zu 5 pr. C. einfachen Zinses 275 Rk., und in $4\frac{1}{2}$ Jahre 225 Rk.

§. 220.

Die Benennung mittlerer Zahlungstermin zeigt, an und für sich genommen, überhaupt einen Termin an, der zwischen zwei andere fällt, und im strengsten Verstande einen solchen, der von dem einen äussern Termine eben so weit entfernt ist als von dem andern. Die beiden äussern oder äussersten Termine sind in den Fällen, wovon hier die Rede ist, einmal der Augenblick, in welchem jemand eines andern Schuldner wird, und zweitens der Zeitpunkt, in welchem er solches zu seyn aufhört. In dem §. 218 angeführten Exempel sind diese beiden äussersten Termine 10 Jahre von einander entfernt, und der mittlere Termin

Termin im eigentlichen oder Wortverstande wäre daher 5 Jahre. Es fällt also in die Augen, daß in der gegenwärtigen Rechnung die Bezeichnung mittlerer Zahlungstermin nicht in diesem Wortverstande genommen werden dürfte, und zwar deswegen, weil der Schuldner stets mehr Zins in Anschlag bringen kann als der Gläubiger. Nach Abzug dieses Ueberschusses aber läßt sich der Unterschied des wahren, mittleren Zahlungstermins von demjenigen, wozuf der Wortverstand führt, oft sehr leicht bestimmen, und alsdann giebt es zur Findung jenes Terms einen leichtern Weg als der gewöhnliche.

§. 221.

Nun zur Betrachtung

a. das Falls, wenn eine Schuld, die terminweise, ohne Zins, in gleichen Summen und gleich weit von

en bezahlt werden sollte, verabredung zwischen dem in einem mittleren Termin Bestimmung auf ein- Es ist jemand einem and- 3, in zehn auf einander

Jahren und jedesmal mit 100 Rk., zu zahlig. Er verabredet aber mit fernem die ganze Schuld in einem mittleren Zah- re, der nach einfachem Zins bestimmt

S

werden

werden soll, abzutragen. Wenn fällt dieser mittlere Zahlungstermin? — Der Schuldner könnte, wenn er auf die zuerst verabredete Art bezahlte,

Zins rechnen:

von den	1ten	100 R ℓ	1 \times 5 R ℓ	=	5 R ℓ
— —	2ten	100 R ℓ	2 \times 5 R ℓ	=	10 R ℓ
— —	3ten	100 R ℓ	3 \times 5 R ℓ	=	15 R ℓ
— —	4ten	100 R ℓ	4 \times 5 R ℓ	=	20 R ℓ
— —	5ten	100 R ℓ	5 \times 5 R ℓ	=	25 R ℓ
— —	6ten	100 R ℓ	6 \times 5 R ℓ	=	30 R ℓ
— —	7ten	100 R ℓ	7 \times 5 R ℓ	=	35 R ℓ
— —	8ten	100 R ℓ	8 \times 5 R ℓ	=	40 R ℓ
— —	9ten	100 R ℓ	9 \times 5 R ℓ	=	45 R ℓ
— —	10ten	100 R ℓ	10 \times 5 R ℓ	=	50 R ℓ
also in allem von 55 \times 100 R ℓ auf 1 Jahr					
55 \times 5 R ℓ = 275 R ℓ .					

h, als der ganze dieselben, da zu $\frac{7}{8}$ Jahr, d. h. also der mittlere von dem Augen worden, gerechle ganze Summe selbe bis zu dem und also in allem 225 R ℓ

225 R ℓ Zins rechnen. Wäre die Schuld nicht in einem mittlern Termine abgetragen worden, so hätte er erhalten können

		Zins
von den	1ten	100 R ℓ
	9	$\times 5$ R ℓ = 45 R ℓ
— —	2 —	100 R ℓ
	8	$\times 5$ R ℓ = 40 R ℓ
— —	3 —	100 R ℓ
	7	$\times 5$ R ℓ = 35 R ℓ
— —	4 —	100 R ℓ
	6	$\times 5$ R ℓ = 30 R ℓ
— —	5 —	100 R ℓ
	5	$\times 5$ R ℓ = 25 R ℓ
— —	6 —	100 R ℓ
	4	$\times 5$ R ℓ = 20 R ℓ
— —	7 —	100 R ℓ
	3	$\times 5$ R ℓ = 15 R ℓ
— —	8 —	100 R ℓ
	2	$\times 5$ R ℓ = 10 R ℓ
— —	9 —	100 R ℓ
	1	$\times 5$ R ℓ = 5 R ℓ
— —	10 —	100 R ℓ
		0 R ℓ = 0 R ℓ ,
also in allem von 45×100 R ℓ auf 1 Jahr		
45×5 R ℓ = 225 R ℓ . Es ist also in Ansehung		
der Menge des Zinses weder der Gläubiger noch der		
Schuldner vorthheilt.		

Man hätte hier auch auf die Art rechnen können, daß man den Zins, welcher dem Gläubiger zu gute kommt, gesucht, und dann daraus die Zeit bestimmt hätte, welche er das ganze Capital genießen muß. Diese Zeit von der Zeit des letzten Termins abgezogen, giebt die Zeit des mittlern Zahlungstermins von dem Augenblick an gerechnet, in welchem die Schuld gemacht worden ist.

Daß es hinlänglich sey, auf die eine oder die andere Art allein den mittlern Zahlungstermin gefunden

zu haben, davon kann man sich auf folgende Art überzeugen. Von dem jährlichen Zinse, welchen die ganze Schuld bis zum letzten Termine trägt, gehört ein Theil dem Schuldner, und der andere dem Gläubiger. Ist daher die Zeit richtig bestimmt, in welcher der Schuldner seinen Antheil von der ganzen Schuld erhalten soll, so muß die Differenz zwischen derselben und der ganzen hier in Betrachtung zu ziehenden Zeit, diejenige Zeit seyn, in welcher der Gläubiger seinen Antheil erhalten kann, und umgekehrt.

§. 221.

Es ist bey der bis jetzt nur an einem Beispiele gezeigten Art des Verfahrens übrigens einerley, was für ein pr. C. angenommen wird, wenn man nur durchaus dasselbe pr. C. beybehält. Wollte man z. B. 1 pr. C. annehmen, und rechnen: Der Schuldner könnte, wenn er terminweise bezahlte,

an Zins rechnen

von den 1ten 100 R _{th}	1 × 1 R _{th} =	1 R _{th}
— — 2 — 100 R _{th}	2 × 1 R _{th} =	2 R _{th}
— — 3 — 100 R _{th}	3 × 1 R _{th} =	3 R _{th}
— — 4 — 100 R _{th}	4 × 1 R _{th} =	4 R _{th}
— — 5 — 100 R _{th}	5 × 1 R _{th} =	5 R _{th}
— — 6 — 100 R _{th}	6 × 1 R _{th} =	6 R _{th}
— — 7 — 100 R _{th}	7 × 1 R _{th} =	7 R _{th}
— — 8 — 100 R _{th}	8 × 1 R _{th} =	8 R _{th}
— — 9 — 100 R _{th}	9 × 1 R _{th} =	9 R _{th}
— — 10 — 100 R _{th}	10 × 1 R _{th} =	10 R _{th} ,
also		

also in allem von $55 \times 100 \text{ R\ddot{e}}$ auf 1 Jahr $55 \times 1 \text{ R\ddot{e}} = 55 \text{ R\ddot{e}}$, und er muß also, wenn er die ganze Schuld auf einmal abtragen will, dieselbe $\frac{1}{55}$ Jahr, d. h., $5\frac{1}{55}$ Jahr behalten; so zeigt so wohl dies Beispiel als eine geringe Aufmerksamkeit auf die Natur der Sache, daß dadurch in der gefundenen Zeit keine Veränderung entstehen könnte. Man kann daher jedesmal das pr. C. nehmen, wodurch die Rechnung am einfachsten wird.

§. 222.

Die §. 219 gegebene allgemeine Regel zur Findung des mittlern Zahlungstermins läßt sich daher nun in folgende verwandeln. Man suche den Zins, welchen entweder der Schuldner oder der Gläubiger, wenn die Schuld terminweise abgetragen würde, rechnen könnte, (das pr. C. ist willkürlich) und bestimme aus diesem Zinse die Zeit, welche entweder jener oder dieser nöthig hat, um von der ganzen Schuld eben dieselbe Summe Zinses zu erhalten. Im ersten Falle erhält man die Zeit des mittlern Zahlungstermins vom Anfang der Verbindung zwischen dem Gläubiger und Schuldner, im letzten aber von der Zeit des letzten Termins an gerechnet. Uebrigens kann man bey der Findung der gedachten Zinse sich die dazu nöthige Arbeit durch die Anwendung des Lehrsatzes von

der Findung der Summe einer arithmetischen Progression sehr erleichtern, und vieles Schreiben ersparen.

Nach §. 44 nemlich ist es die Ansehung des Zinses gleich, ob man, vorausgesetzt, daß das pr. C. nicht geändert werde, den Zins von einem gegebenen Capitale und der vorgelegten Zeit, oder von dem Producte aus dem Capitale und der Zahl der Zeit nach Jahren bestimmt, berechne. Es hat also der Schuldner, wenn er terminweise bezahlt, an Zins zu rechnen.

1.	von 100 R th	auf 1 Jahr z. h.	1 × 100 R th
2.	— 100 R th —	2 — —	2 × 100 R th
3.	— 100 R th —	3 — —	3 × 100 R th
4.	— 100 R th —	4 — —	4 × 100 R th
5.	— 100 R th —	5 — —	5 × 100 R th
6.	— 100 R th —	6 — —	6 × 100 R th
7.	— 100 R th —	7 — —	7 × 100 R th
8.	— 100 R th —	8 — —	8 × 100 R th
9.	— 100 R th —	9 — —	9 × 100 R th
10.	— 100 R th —	10 — —	10 × 100 R th , also
in allem von $(10 + 1) \times \frac{12}{2} \times 100 \text{ Rth}, \text{ d. h. } 55 \times 100 \text{ Rth},$ welches man so gar, ohne etwas aufzuschreiben, leicht übersehen kann.			

Außerdem aber giebt es für den §. 221 beschriebenen Fall noch folgenden Weg. Man sucht die Zahl der Jahre, welche die in jedem Termine zu bezahlende Summe stehen mußte, um den Zins zu tragen, welchen

welchen der Schuldner oder der Gläubiger rechnen kann, und sucht dann die Zahl der Jahre, in welchen die ganze Schuld denselben Zins trägt. Der Zeitpunkt, von welchem an darauf der mittlere Zahlungstermin gerechnet werden muß, wird wie vorhin bestimmt. In dem betrachteten Exempel müßte der Schuldner 100 R^r 55 Jahr, der Gläubiger aber 45 Jahr benutzen können. Man rechnet also entweder

$$55 \text{ Jahr} \times \frac{100}{1000},$$

$$\text{d. h. } 55 \text{ Jahr} \times \frac{1}{10}$$

$$\text{oder } 5\frac{1}{2} \text{ Jahr};$$

oder

$$45 \text{ Jahr} \times \frac{100}{1000}$$

$$\text{d. h. } 45 \text{ Jahr} \times \frac{1}{10}$$

$$\text{oder } 4\frac{1}{2} \text{ Jahr.}$$

Diese Art ist offenbar viel bequemer, als die vorhergehende; indeß mußte diese ebenfalls berührt werden, weil sie diejenige ist, auf welche die obige allgemeine Regel zur Findung des mittleren Zahlungstermins unmittelbar führt, und außerdem erfordert die unten folgende Beurtheilung der Art, den mittleren Zahlungstermin nach einfachem Zinse festzusetzen, dieselbe.

§. 222.

Um endlich noch eine Art der Auflösung zu berühren, so suche man den Zins, welchen der Schuldner mehr

als der Gläubiger erhält, (in dem bisher betrachteten Falle ist solches leicht, es hat nemlich jedesmal der Schuldner vor dem Gläubiger den Zins voraus, welchen die in dem letzten Termine zu bezahlende Summe bis zu ihrer Fällzeit trägt) und addire entweder die Hälfte der Zeit, in welcher die ganze Schuld diesen Zins trägt, zu der Hälfte der Zeit, in welcher der Schuldner die ganze Schuld abtragen will, oder subtrahire sie von derselben. Im ersten Falle erhält man die Zeit des mittlern Zahlungstermins vom Anfang, und im andern vom Ende an gerechnet.

Der Schuldner hat z. B. in der auf mehrere Arten bereits beantworteten Frage vor dem Gläubiger den Zins von 100 Rk in 10 Jahren voraus; die Zeit, in welcher er seine Schuld abtragen will, ist 10 Jahre, und 1000 Rk, die ganze Schuld, trägt in einem Jahre so viel Zins, als 100 Rk in 10 Jahren. Hieraus ergeben sich sogleich $5\frac{1}{2}$ und $4\frac{1}{2}$ Jahr, als die Zeiten des mittlern Zahlungstermins auf die gedachte Art verschiedentlich bestimmt, und es hat daher diese Art hier vor allen andern einen Vorzug. Sollten 5000 Rk auf eine ähnliche Art in 5 einjährigem Terminen bezahlt werden, so hätte der Schuldner den Zins von 1000 Rk auf 5 Jahre oder von 5000 Rk auf 1 Jahr voraus, und er müßte also nach 3 Jahren die ganze Schuld entrichten.

Ueber:

Ueberlegt man hier alles recht genau, so findet man, daß der mittlere Zahlungstermin vom Anfang gerechnet, um die Hälfte eines Termins grösser sey, als die Zeit, in welcher die ganze Schuld abgetragen werden soll, und vom Ende an gerechnet, um eben so viel kleiner.

§. 224.

Wenn alle Umstände so bleiben, als sie im zarten §. festgesetzt worden sind, der mittlere Zahlungs-termin aber nach Zinseszins bestimmt werden soll; so ist ein sehr leichter Weg, die Zeit desselben zu finden, dieser, daß man den Nutzen berechnet, welchen der Gläubiger, wenn terminweise bezahlt würde, von den in den festgesetzten Terminen zu bezahlenden Summen von ihrer Fallzeit an bis zu dem letzten Termine durch den Zinseszins ziehen könnte, dann die Zeit sucht, in welcher er denselben Nutzen von der ganzen Schuld erhalten kann, und diese Zeit endlich, wenn man die Entfernung des mittlern Zahlungstermins vom Anfang der Entstehung der Schuld an angeben will, von der Zahl der Jahre aller Termine abzieht.

Der mittlere Zahlungstermin muß hier auf die Art bestimmte werden, daß einmal der Schuldner den Nutzen, welchen er bey demselben von der ganzen Schuld bis zu dem mittlern Zahlungstermin durch den Zinseszins erhält, nebst dem Vor-

theile, welchen er von diesem Nutzen durch den Zinseszins vom mittlern Zahlungstermine an bis zu dem letzten Termine rechnen kann, so hoch bringen könne, als er, wenn er terminweise bezahlt hätte, den Zinseszins aller abzutragenden Summen bis zu ihrer Fallzeit, nebst dem Zinseszins aller dieser Interessen bis zu dem letzten Termine anschlagen kann; und zweytens, daß der Schuldiger im Stande sey, von dem mittlern Zahlungstermine an bis zu dem letzten Termine von der ganzen Schuld so viel Zinseszins zu ziehen, als die terminweise abzutragenden Summen von ihrer Fallzeit an bis zu dem letzten Termine gegeben haben würden. Gesezt, daß jemand 1000 R^r, die er in 10 einjährigen Terminen, jeß beßmal mit 100 R^r bezahlen sollte, in einem nach Zinseszins festgesetzten mittlern Zahlungstermine abtragen wollte; so würde er, wenn er terminweise bezahlte, rechnen können

von den in den Term. zu bezahl. Sum.			den Zinseszins für Jahre			den Zinseszins dieser Sum. für Z.	
der	1ten	—	—	1	—	—	9
—	2—	—	—	2	—	—	8
—	3—	—	—	3	—	—	7
—	4—	—	—	4	—	—	6
—	5—	—	—	5	—	—	5
—	6—	—	—	6	—	—	4
—	7—	—	—	7	—	—	3
—	8—	—	—	8	—	—	2
—	9—	—	—	9	—	—	1
—	10—	—	—	10	—	—	0 und so

viel als dies inßesamt beträgt, muß er bey einem mittlern Zahlungstermine auf die gedachte Art ebenfalls erhalten können.

nen. Der Gläubiger hingegen könnte, wenn terminweise bezahlt würde, rechnen

von den in den				den Zinsszins	
Term. zu bezahl. Sum.				für Jahre	
der	1ten	—	—	—	9
—	2—	—	—	—	8
—	3—	—	—	—	7
—	4—	—	—	—	6
—	5—	—	—	—	5
—	6—	—	—	—	4
—	7—	—	—	—	3
—	8—	—	—	—	2
—	9—	—	—	—	1
—	10—	—	—	—	0 und Men

so viel muß er bey einem mittlern Zahlungstermine von demselben an bis zu dem letzten Termine durch den Zinsszins erhalten können. Man überzeugt sich hier bald davon, daß der Nutzen des Gläubigers und der Nutzen des Schuldners zusammen genommen dem Zinsszinse gleich sey, welchen die ganze Schuld vom Anfang an bis zu dem letzten Termine trägt, und daß daher, wenn die Zeit richtig bestimmt ist, welche der Gläubiger gebraucht, um von der ganzen Schuld den ihm zukommenden Nutzen durch den Zinsszins zu erhalten, die dem Schuldner zu gestattende Zeit durch den Abzug jener von der Zeit aller Termine sich ergeben müsse.

§. 225.

Der Nutzen, welchen der Gläubiger, wenn terminweise bezahlt würde, von den in den festgesetzten Terminen zu bezahlenden Summen von ihrer Fallzeit an bis zu dem letzten Termine rechnen könnte, läßt sich für den bisher betrachteten Fall nach §. 124 leicht berechnen. In dem im vorhergehenden §. angeführten Exempel wäre er zu entwickeln aus

$$(100 \text{ R}_\text{t} + 20 \times 100 \text{ R}_\text{t}) \times \frac{21^9}{20^9} - 20 \times 100 \text{ R}_\text{t}$$

$$\text{oder } 2100 \text{ R}_\text{t} \times \frac{21^9}{20^9} - 2000 \text{ R}_\text{t}. \text{ Da}$$

$$\text{nun } \text{£. } 2100 = 3,3222193, \text{ und}$$

$$\text{£. } \frac{21^9}{20^9} = 0,1907037; \text{ so}$$

$$\text{ist } \text{£. } 2100 \times \frac{21^9}{20^9} = 3,5129230. \text{ Da nun hie-}$$

zu die Zahl 3257,78 gehört, so sind 3257,78 R_t — 2000 R_t, oder 1257,78 R_t, das durch den Zinseszins vermehrte Capital, und 1257,78 R_t — 1000 R_t, oder 257,78 R_t der Nutzen, welchen der Gläubiger in Anschlag bringen kann. Nunmehr findet man nach dem aus der Zeitrechnung hieher gehörigen leicht die Zeit, welche der Gläubiger haben muß, um eben denselben Vortheil durch den Zinseszins von 1000 R_t zu erhalten. Es ist nemlich

$$\text{£. } 1257,$$

$\text{L. } 1257,78 = 3,0996075$ und
 $\text{L. } 1000 = 3,0000000$, folglich
 $\text{L. } 1257,78 - \text{L. } 1000 = 0,0996075$. Man bestimme
 man, wie in der Zeitrechnung gelehrt worden

$$\begin{array}{r}
 211893 \quad 8860780000 \mid 4,7008 \\
 2828139686 \mid \\
 48800185 \\
 28474 \\
 2893 \\
 278 \\
 7
 \end{array}$$

Es muß also der Gläubiger die ganze Schuld vor dem
 letzten Termine 4,7008 Jahre ruhen können, und der
 Schuldner also dieselbe 10 Jahre weniger 4,7008 Jahre,
 oder 5,299 Jahre behalten.

Es ist in dem vorhergehenden der Zinssatz zu 5 pr. C. ge-
 rechnet worden; man kann aber auch hier, so wie bey der
 Berechnung des mittlern Zahlungstermins nach einfachem
 Zinse ein anderes pr. C. und zwar was für eins man
 will annehmen, wofür man nur das einmal angenommene
 ne bis ans Ende beybehält.

§. 226.

Will man die Zeit, welche der Schuldner die ganze
 Schuld behalten muß, unmittelbar finden, so ist der be-
 quemste Weg dazu folgender. Man sucht nach den Re-
 geln

geln der doppelten Rabattrechnung die Summe, welche für die terminweise zu bezahlende Schuld bei doppeltem Rabatte sogleich bezahlt werden müßte, und wenn das geschehen ist, so sucht man ferner die Zeit, welche diese Summe gebraucht, um durch den Zinsezins zu der Grösse der ganzen Schuld zu wachsen. Diese Zeit ist die verlangte. Uebrigens kann man auch hier ein pr. C. nach Willkühr annehmen.

Das vorhergehende Exempel beizubehalten, so findet man die für 1000 R ℓ , die in 10 einjährigen Terminen und gleichen Summen bezahlt werden sollen, mit doppeltem Rabatte 2 5 pr. C. sogleich zu erlegende Summe aus

$$20 \times 100 \text{ R}\ell = 21 \times 100 \text{ R}\ell \times \frac{20^{11}}{21^{11}}$$

$$\text{oder } 2000 \text{ R}\ell = 2100 \text{ R}\ell \times \frac{20^{11}}{21^{11}} \quad (\text{f. g. 12. f.})$$

$$\text{Da nun } \mathbb{Z}. \frac{20^{11}}{21^{11}} = \text{---} 1,7669177, \text{ und}$$

$$\mathbb{Z}. 2100 = 3,3222193, \text{ also}$$

$$\mathbb{Z}. 2100 \times \frac{20^{11}}{21^{11}} = 3,0891370, \text{ und dieser Log}$$

arithme zu 1227,826 gehört; so ist die sogleich zu erlegende Summe gleich 2000 R ℓ weniger 1227,826 R ℓ , oder 772,174 R ℓ . Die Zeit zu finden, in welcher 772,174 R ℓ durch den Zinsezins zu 5 pr. C. 1000 R ℓ werden, lehret die Zeitrechnung. Es ist

$$\mathbb{Z}. 1000 = 3,0000000, \text{ und}$$

$$\mathbb{Z}. 772,174 = 2,8877146, \text{ also}$$

$$\mathbb{Z}. 1000 - \mathbb{Z}. 772,174 = 0,1122854. \text{ Nun wird dividirt}$$

$$211893$$

211892

522854000 | 5,2991

774094337

53381324

21120093

391881

2112000

10419

9838

242

31

Der Schuldner muß als 5,2991 Jahr zur Vermeidung der ganzen Schuld erhalten.

In Ansehung der Rechnung ist diese Art nicht schwerer als die vorhergehende; der Grund der Wichtigkeit des Verfahrens aber fällt bei der vorhergehenden Art eher in die Augen. Auch kann man bei solchen Fällen, wie der bisher betrachtete zur Findung der baar zu erlegenden Summe die §. 186 gedachten Tabellen gebrauchen und sich dadurch die Rechnung noch mehr erleichtern.

§. 227.

Die bisher betrachteten beiden Arten den mittleren Zahlungstermin zu bestimmen, findet man in den hieher gehörigen Schriften gewöhnlicher Weise allein, und sie sind auch die beiden einzigen, auf welche die §. 219 angeführte allgemeine Regel leitet. Es läßt sich indeß noch eine dritte

dritte Art gebühren; diejenige nämlich, welche den mittleren Zahlungstermin nach dem einfachen Rabatte angiebt, und es kann nicht schädlich seyn, auch hievon mit wenigem zu reden. Die allgemeine Regel hiebei ist: Es muß der mittlere Zahlungstermin so festgesetzt werden, daß die für die ganze Schuld, bei einer frühern Zahlung derselben von der Zeit des mittleren Zahlungstermins, mit einfachem Rabatte sogleich zu bezahlende Summe gleich sey dem Capitale, welches die einfache Rabattrechnung als die für die terminweise abzutragende Schuld sogleich zu bezahlende Summe angiebt. Soll also der mittlere Zahlungstermin nach einfachem Rabatte festgesetzt werden; so suchet man zuvörderst die Summe, welche für die terminweise abzutragende Schuld bei einfachem Rabatte sogleich bezahlt werden müßte, und bestimmt dann die Zeit, in welcher diese Summe durch den einfachen Zins zu der Größe der ganzen Schuld anwächst. Diese Zeit ist die gesuchte Zeit des mittleren Zahlungstermins. Daß pr. C. des Rabatts und des Zinses kann seyn, welches es will, doch muß durch die ganze Rechnung ein und dasselbe pr. C. beibehalten werden.

61. §. 228.

Gesetzt; daß der mittlere Zahlungstermin für 1000 Mk., die ohne Zins in 10 einjährigen Terminen und gleichen

den Summen abzutragen sind, nach einfachem Rabatte zu 5 pr. C. festgesetzt werden sollte; so ist zuvörderst die für die gedachte 1000 R ℓ sogleich zu bezahlende Summe 794 $\frac{1}{2}$ R ℓ , (s. S. 161) und die Zeit, in welcher diese 794 $\frac{1}{2}$ R ℓ durch den einfachen Zins zu 5 pr. C. zu 1000 R ℓ anwachsen,

gleich $\frac{205,5}{5 \times 7,945}$ Jahre. Rechnet man nun

$$\begin{array}{r}
 7945 \\
 \begin{array}{r}
 \cancel{41100000} \\
 \cancel{5678595} \\
 248173 \\
 39031 \\
 6278 \\
 845 \\
 3
 \end{array}
 \end{array}
 \Bigg| 5,173$$

so findet man 5,173 Jahre, oder 5 Jahre und 9 Wochen. Nur so lange dürfte also bey dieser Bestimmung des mittleren Zahlungstermins der Schuldner die ganze Schuld nutzen.

§. 229.

Auf was für eine Art soll und muß nun aber bey wirklichen Vorfällen der mittlere Zahlungstermin festgesetzt werden? nach dem einfachen Zinse, oder nach dem Zinseszinse, oder nach dem einfachen Rabatte? Nach dem einfachen Zinse kann solches ohne Vortheilung des Gläubigers nicht geschehen. Man betrachte nur, um sich hiervon zu überzeugen, nach der

§. 221. bis 223 befindlichen weitläufigen Auseinandersetzung der Bestimmung des mitlern Zahlungstermins nach einfachem Zinse, genau den Zins, welchen der Schuldner und Gläubiger in Anschlag zu bringen haben, insbesondere aber die Zeit, wo sie ihn erhalten sollten, und die Art, wie man bei der Bestimmung des mitlern Zahlungstermins darauf Rücksicht nimmt. Wenn der Zins zu 5 pr. C. gerechnet wird, so erhält in dem zum Grunde liegenden Falle der Schuldner an Zins

nach Jahren	ohne mitlern Zahlungstermin	bei einem mitlern Zahlungstermine
— 1 —	— 50 R ℓ	— 50 R ℓ
— 2 —	— 45 R ℓ	— 50 R ℓ
— 3 —	— 40 R ℓ	— 50 R ℓ
— 4 —	— 35 R ℓ	— 50 R ℓ
— 5 —	— 30 R ℓ	— 50 R ℓ
— 5½ —	— 0	— 25 R ℓ
— 6 —	— 25 R ℓ	— 0 —
— 7 —	— 20 R ℓ	— 0 —
— 8 —	— 15 R ℓ	— 0 —
— 9 —	— 10 R ℓ	— 0 —
— 10 —	— 5 R ℓ	— 0 —

Es erhält also der Schuldner bei einem mitlern Zahlungs-
 termine verschiedene Zinsposten eher, als er, wenn er
 terminweise bezahlte, dieselben rechnen könnte; nemlich 5 R ℓ
 anstatt nach 10 Jahren nach 2 Jahren, 10 R ℓ anstatt
 nach

nach 9 Jahren nach 3 Jahren, 15 R ℓ anstatt nach 8 Jahren nach 4 Jahren, 20 R ℓ anstatt nach 7 Jahren nach 5 Jahren, und 25 Jahren anstatt nach 6 Jahren nach 5½ Jahre. Der Gläubiger hingegen erhält an Zins

nach Jahren	ohne mittlern Zahlungstermin	bei einem mittlern Zahlungstermine
— 1 —	— 0 —	— 0 —
— 2 —	— 5 R ℓ —	— 0 —
— 3 —	— 10 R ℓ —	— 0 —
— 4 —	— 15 R ℓ —	— 0 —
— 5 —	— 20 R ℓ —	— 0 —
— 6 —	— 25 R ℓ —	— 25 R ℓ —
— 7 —	— 30 R ℓ —	— 50 R ℓ —
— 8 —	— 35 R ℓ —	— 50 R ℓ —
— 9 —	— 40 R ℓ —	— 50 R ℓ —
— 10 —	— 45 R ℓ —	— 50 R ℓ —

Der Gläubiger bekommt also bei einem mittlern Zahlungstermine verschiedene Zinsposten später, als er, wenn terminweise bezahlt worden wäre, dieselben hätte rechnen können; nemlich 5 R ℓ anstatt nach 2 Jahren nach 10 Jahren, 10 R ℓ anstatt nach 3 Jahren nach 9 Jahren, 15 R ℓ anstatt nach 4 Jahren nach 8 Jahren, und 20 R ℓ anstatt nach 5 Jahren nach 7 Jahren. Ist daher nicht offenbar der mittlere Zahlungstermin, wenn er nach einfachem Zinse bestimmt wird, zum Schaden des Gläubigers und zum Vortheile des Schuldners? Wenn ein

Schuldner eine nach einer gewissen Zeit erst fällige Schuld mit einfachem Rabatte früher bezahlen will, so wird dabei auf die Zeit der daselbst in Anschlag zu bringenden Zinse nicht gesehen, weil (§. 199) der daher mögliche Nachtheil dem Schuldner durch anderweitige Umstände ersetzt wird. Aber was soll hier der Gläubiger für anderweitige Vortheile in Anschlag bringen, um den Nachtheil nicht zu achten, der daher für ihn entspringt, daß man nicht auf die Zeit der ihm zukommenden Zinse Rücksicht nimmt? Wie, wenn in den meisten Fällen der mittlere Zahlungstermin mehr von dem Schuldner als von dem Gläubiger verlangt würde?

§. 230.

Wie verhält es sich also mit der Bestimmung des mittlern Zahlungstermins nach Zinseszinsen? Sollte man bei der Bestimmung des mittlern Zahlungstermins die Rechnung nach Zinseszinsen empfehlen müssen, da man sonst dieselbe verwirft? Kann hier durch die Rechnung nach Zinseszinsen Vervortheilung verhütet werden, da sie sonst dadurch befördert wird? Es sind diese Fragen allerdings zu bejahen, und der anscheinende Widerspruch fällt weg, wenn man bedenkt, daß bei der Bestimmung eines mittlern Zahlungstermins nach Zinseszinsen nicht bloß der Nutzen des Schuldners, sondern auch der Nutzen des Gläubigers nach Zinseszinsen berechnet wird, und daß der Schuldner auch den Zins rechnen muß, welchen der
von

von der ganzen Schuld bis zu dem mittlern Zahlungstermine erhaltene Zins von diesem Zeitpunkte an bis zu dem letzten Termine trägt. Wird daher der mittlere Zahlungstermin nach Zinseszins bestimmt, so ist die Vervorthellung des Gläubigers wenigstens so groß nicht, als wenn derselbe nach einfachem Zins bestimmt worden wäre; allein es bleibt gleichwohl in so fern noch eine Vervorthellung des Gläubigers möglich, weil der Schuldner die Benutzung der Summe des letzten Termins vor dem Gläubiger voraus hat, und ihm also davon doch Zinseszins zu ziehen erlaubt wird.

§. 231.

Gesetzt der Gläubiger sagte: Wenn mir ein Schuldner 1000 R ℓ in 10 einjährigen Terminen und gleichen Summen ohne Zins zu bezahlen verspricht, so tritt er mit mir in eben die Verbindung, als wenn er mir 794 $\frac{1}{2}$ R ℓ sogleich zu geben verpflichtet wäre (s. §. 161); will er also seine Schuld in einem mittlern Zahlungstermine abtragen, so ist es so viel, als ob er jetzt von mir 794 $\frac{1}{2}$ R ℓ unter der Bedingung aufnähme, daß er mir dafür 1000 R ℓ , wenn der einfache Zins a 5 pr. C. 205 $\frac{1}{2}$ R ℓ ausmachen würde, wiedergeben wolle, und ich brauche ihm also auch jene 1000 R ℓ nicht länger zu lassen, als bis die 794 $\frac{1}{2}$ R ℓ durch den einfachen Zins a 5 pr. C. zu 1000 R ℓ angewachsen sind, und dazu werden 5,173 Jahre erfordert; gesetzt ein Gläubiger sagte so, so hätte er ohnstreitig nichts

weiter wider sich, als daß die gedachten 1000 R \mathcal{K} nur, wenn sie wirklich mit einfachem Rabatte a 5 pr. C. bezahlt werden, 794 $\frac{1}{2}$ R \mathcal{K} am Werthe gleich sind. Wäre also ein Fall von der Art da, daß nicht so wohl dem Gläubiger als dem Schuldner an einem mittlern Zahlungsstermine gelegen wäre, so könnte derselbe allerdings nach dem einfachen Rabatte bestimmt werden. Alles genau erwogen, so erhält alsdann der Gläubiger einen Vortheil, den er ohne einen mittlern Zahlungsstermin nicht gehabt haben würde; allein einmal kann der Schuldner eigentlich nicht sagen, daß er dadurch vervortheilt werde, zweitens hat der Schuldner dagegen den Vortheil, daß er eine Zeitlang gar nicht an die Abtragung seiner Schuld denken darf, drittens erhält der Gläubiger bei einem mittlern Zahlungsstermine verschiedene Zinsposten später, als bei der Zahlung in Terminen, und endlich hat der Gläubiger bei einem mittlern Zahlungsstermine mehr Sorge in Ansehung der Unterbringung des Capitals, als ohne denselben. Soll aber auf dieses alles nicht gesehen werden, so wird freylich der mittlere Zahlungsstermin am besten nach dem doppelten Zinse oder Rabatte bestimmt. Eine weitläufigere Untersuchung dieses Gegenstandes gehört nicht hieher.

§. 232.

Wenn die terminweise abzutragende Schuld bis zu ihrer Fallzeit einen verabredeten Zins trägt, in dem

dem bisher betrachteten Exempel z. B. der Schuldner seine Schuld mit 2 pr. C. verzinsen wollte; so sind die mehresten der bisher gegebenen Regeln ebenfalls, doch mit einiger Veränderung oder Zusätzen, brauchbar. Nun ist z. B. das pr. C., nach welchem man den Nutzen des Schuldners und Gläubigers berechnen will, nicht mehr willkürlich, welches nach einiger Ueberlegung der Natur dieses Falls keines weitem Beweises bedarf, sondern es muß dazu das landübliche, oder 5 pr. C., genommen werden. Ferner bleiben die bisher möglichen und empfohlenen Verkürzungen in der Berechnung des Nutzens des Schuldners und des Gläubigers von der terminweise zu bezahlenden Schuld nicht dieselben, u. d. gl. Man überdenke, sich davon zu überzeugen, die folgenden Fälle genau.

§. 233.

Angenommen also, daß jemand einem andern 1000 R ℓ in 10 einjährigen Terminen, jedesmal mit 100 R ℓ abzutragen, und dieselben bis zu ihrer Bezahlung mit 2 pr. C. zu verzinsen versprochen hätte, hinterher aber wünschte, die ganze Schuld in einem mittlern Zahlungs-termin zu bezahlen; so wäre, wenn der mittlere Zahlungs-termin nach einfachem Zinse festgesetzt werden sollte, dieser Fall nicht verschieden von dem, wenn der Schuldner sich verpflichtete, den von dem terminweise zu

bezahlenden Summen ihm zukommenden Vortheil nur zu 3 pr. C. zu rechnen, und dagegen den bei einem mittleren Zahlungstermine von der ganzen Schuld zu erhaltenden Nutzen zu 5 pr. C. sich anschlagen zu lassen. Stellt man es sich auf diese Art vor, so ist das übrige leicht. Der Schuldner erhält nemlich, wenn terminweise bezahlt wird

$$55 \times 100 \text{ Rk} \times \frac{3}{100} \text{ oder } 165 \text{ Rk},$$

und die Zeit, welche er, um diese Summe durch den Zins zu 5 pr. C. von der ganzen Schuld zu erhalten braucht, oder die Zeit des mittleren Zahlungstermins ist

$$\frac{165}{5 \times 100} \text{ oder } 3,3 \text{ Jahre.}$$

Der Gläubiger hingegen kann, wenn terminweise bezahlt wird, an Zins rechnen

$$1. \quad 45 \times 100 \text{ Rk} \times \frac{3}{100} \text{ oder } 225 \text{ Rk}$$

$$2. \quad 55 \times 100 \text{ Rk} \times \frac{7}{100} \text{ oder } 110 \text{ Rk, also}$$

überhaupt — 335 Rk

Um dieselbe Summe durch den Zins zu 5 pr. C. von der ganzen Schuld oder 1000 Rk zu erhalten, wird an Zeit erfordert.

$$\frac{335}{5 \times 100} \text{ oder } 6,7 \text{ Jahre.}$$

§. 234.

Soll der mittlere Zahlungstermin nach Zinseszinsen festgesetzt werden, so ist der bequemste Weg dazu, daß man nach §. 194 diejenige Summe sucht, welche der Schuld-

Schuldner, wenn er mit doppeltem Rabatte a 5 pr. C. sogleich bezahlen wollte, baar zu entrichten hätte, und dann die Zeit bestimmt, welche diese Summe gebraucht, um durch den Zinsszins a 5 pr. C. zu der Grösse der ganzen Schuld anzuwachsen. Die in dem betrachteten Exempel baar zu bezahlende Summe findet man aus

$$100 \text{ R} \times \frac{51}{50} \times \frac{20}{21} \rightarrow 100 \text{ R} \times \frac{51^{11}}{50^{11}} \times \frac{20^{11}}{21^{11}}$$

$$1 - \frac{51}{50} \times \frac{20}{21}$$

und wie aus der baar zu bezahlenden Summe die gebachte verlangte Zeit gefunden werde, ist bereits öfters gezeigt worden. Alle andere Wege sind zu weitläufig, als daß sie verdienen sollten, beschrieben zu werden.

§. 235.

Soll endlich der mittlere Zahlungstermin nach einfachem Rabatte festgesetzt werden, so lehret der 157te und 165te §, wie man die von dem Schuldner, wenn er mit einfachem Rabatte sogleich bezahlen wollte, baar zu entrichtende Summe findet, und weiß man erst diese Summe, so ist das übrige leicht und aus dem bisherigen klar.

Wenn man die §. 229 bis 231 angestellte Untersuchung auf den §. 232 f. betrachteten Fall anwendet, so wird man die daselbst angeführten Behauptungen ebenfalls bestätigt finden.

§. 236.

Gesetzt, daß die Termine, in welchen der Schuldner seine Schuld bezahlen sollte, selbst zwar in gleichen Zwischenräumen auf einander folgen, die Zeit des ersten Termins aber von der Zwischenzeit jeder zweyer auf einander folgenden Termine verschieden ist; so berechnet man, was auch übrigens für Bedingungen festgesetzt seyn mögen, jedesmal, nach den stattfindenden Umständen und den dafür in der Zinsrechnung und Rabattrechnung gegebenen Regeln, entweder den Nutzen, welchen der Schuldner oder der Gläubiger, wenn terminweise bezahlt würde, rechnen könnte, oder die für die ganze Schuld, wenn sie mit Rabatte sogleich bezahlt werden sollte, baar zu entrichtende Summe, und sucht dann aus dem gefundenen auf den bisher betretenen Wegen die Zeit des mittlern Zahlungstermins. Wer die bisherigen Exempel genau überdacht und gefaßt hat, der wird hiernach leicht im Stande seyn, die vorkommenden Aufgaben dieses Falls aufzulösen.

§. 237.

Sind b (s. §. 221) entweder die Summen der Schuld, welche terminweise bezahlt werden sollte, und für welche man einen mittlern Zahlungstermin finden will, ungleich, oder die Termine von einander nicht gleich.

gleich weit entfernt, oder finden sich beyde Umstände zusammen; so muß man, was auch übrigens noch für Bedingungen festgesetzt seyn mögen, theilweise entweder dem Nutzen des Gläubigers oder Schuldners, wenn terminweise bezahlt würde, berechnen, oder eben so, die, wenn mit Rabatte sogleich bezahlt werden sollte, für die ganze Schuld baar zu entrichtende Summe finden, und dann endlich aus dem gefundenen die Zeit des mittlern Zahlungstermins suchen. Sollte z. B. für 5000 R ℓ , die ohne Zins in ungleichen Summen zu 2000 R ℓ , 1750 R ℓ und 1250 R ℓ in drey Terminen abgetragen werden sollten, davon der erste nach 3; der andere nach 4 und der dritte nach $5\frac{1}{2}$ Jahre fiele, ein mittlerer Zahlungstermin gefunden werden; so müßte man,

wenn der mittlere Zahlungstermin nach einfachem Zinse bestimmt werden sollte,

1. den Nutzen, welchen der Schuldner durch den einfachen Zins von 2000 R ℓ in 3 Jahren,
2. den Nutzen, welchen er von 1750 R ℓ in 4 Jahren und
3. den Nutzen, den er von 1250 R ℓ in $5\frac{1}{2}$ Jahre erhalten könnte, berechnen, und dann die Zeit suchen, in welcher er denselben Nutzen durch gleichen einfachen Zins von 5000 R ℓ erhalten könnte;

wenn

wenn aber der mittlere Zahlungstermin nach Zinseßzins festgesetzt werden sollte,

1. den Nutzen, welchen der Gläubiger durch den Zinseßzins von 2000 R_L in $2\frac{1}{2}$ Jahre, und
2. den Nutzen, welchen er auf eben die Art von 1750 R_L in $1\frac{1}{2}$ Jahre erhalten könnte, suchen, dann die Zeit bestimmen, in welcher er denselben Nutzen durch den Zinseßzins von 5000 R_L gewinnen könnte, und diese von $5\frac{1}{2}$ Jahre abziehen; und endlich,

wenn der mittlere Zahlungstermin nach einfachem Rabatte bestimmt werden sollte,

1. die für 2000 R_L , so nach 3 Jahren,
2. die für 1750 R_L , die nach 4 Jahren, und
3. die für 1250 R_L , die nach $5\frac{1}{2}$ Jahren fällig sind, bey einfachem Rabatte sogleich zu entrichtende Summe suchen, und daraus nachher die verlangte Zeit finden.

Da die zur gänzlichen Ausrechnung der hieher gehörigen Exempel nöthige Regeln bereits in der Zinsrechnung, Rabattrechnung und Zeitrechnung angeführt und durch Beispiele hinlänglich erläutert worden sind, so wäre es ohnstreitig überflüssig, bey diesen Fällen länger zu verweilen.

Veränderte und getheilte Zahlungstermine.

§. 238.

Was unter den veränderten Zahlungsterminen überhaupt zu verstehen sey, bedarf keiner Anzeige; aber dagegen muß bemerkt werden, daß hier unter diesem Titel nicht solche Fälle abgehandelt werden sollen, in welchen Geld das in einem Termine fällig ist, früher oder später aber doch in einem Termine, und also mit Zinse oder mit Rabatte bezahlt werden soll. Die dabei nöthigen Rechnungen sind schon in der Zinsrechnung, Rabattrechnung und Zeitrechnung da gewesen. Veränderte Zahlungstermine, im engern Verstande nemlich genommen, finden statt, wenn Geld, das in verschiedenen Terminen bezahlt werden sollte, nach einem anderweitigen Vertrage nun in andern, aber auch mehreren, Terminen abgetragen werden muß. Es redet z. B. ein Schuldner mit seinem Gläubiger, dem er 1000 R^r in 10 einjährigen Terminen und gleichen Summen zu bezahlen versprochen, hinterher ab, daß er diese Schuldsache in 5 zweijährigen Terminen abmachen darf. Hier sind verschiedene Termine in verschiedene andere verwandelt worden, und es kann dabei, wenn die Termine bestimmt sind, die Frage entstehen, wie viel in jedem Termine bezahlt werden müsse, oder es können auch die Termine selbst

zu suchen seyn. Was man in beyden Fällen für Regeln zu befolgen habe, muß und soll daher jetzt gezeigt werden.

§. 239.

Man überzeugt sich bey einiger Betrachtung der hieher gehörigen Aufgaben sehr bald von der Wahrheit folgender allgemeinen Regel: Wenn Zahlungstermine verändert werden, so muß solches ohne Vervorthheilung so wohl des Gläubigers als des Schuldners geschehen; und eben so leicht entdeckt man die verschiedenen möglichen Arten der Beurtheilung, ob dies geschehen sey oder nicht. Man kann nemlich untersuchen, ob der Gläubiger und Schuldner bey den veränderten Terminen noch eben so viel einfachen Zins entweder oder Zinsezins auf ihre Rechnung setzen können, als wenn die Termine nicht verändert wären; oder ob die in den veränderten Terminen bezahlte Schuld, nach dem einfachen Rabatte auf ihren jetzigen Werth zurückgebracht, eben die Summe gebe, welche man erhält, wenn man die in den unveränderten Terminen zu bezahlende Schuld auf gleiche Art reducirt. Uebrigens entsteht auch daher eine Verschiedenheit in der Veränderung der Zahlungstermine, daß die terminweise zu bezahlende Schuld bisweilen bis zu ihrer Fallzeit verzinst werden muß, und bisweilen nicht.

§. 240.

Was die getheilten Zahlungstermine betrifft, so finden dieselben statt, wenn Geld, das auf einmal bezahlt werden sollte, nach getroffener Verabredung nun in mehreren Terminen bezahlt wird. Auch hier muß weder der Gläubiger noch der Schuldner leiden, und es kann, ob dies statt finde oder nicht, auf eben die Arten, als bey den veränderten Zahlungsterminen, beurtheilt werden. Das Geld, welches anstatt auf einmal in verschiedenen Terminen bezahlt werden soll, trägt ebenfalls bis zu seiner Fälligkeit entweder keinen Zins, oder es steht bis dahin auf Zins. Endlich giebt es, so wohl bey den veränderten Zahlungsterminen als bey den getheilten, noch mehrere Umstände, welche in den dazu gehörigen Fällen Mannigfaltigkeit verursachen; es wird aber besser seyn, darauf erst in der Folge zu sehen. Mit der Betrachtung der getheilten Zahlungstermine wird am süglichsten der Anfang gemacht.

§. 241.

Wenn eine Summe Geldes in verschiedenen Terminen bezahlt werden soll, so ist dieselbe entweder sogleich oder erst nach einiger Zeit fällig. Ein Fall von der ersten Gattung fände statt, wenn jemand einem andern 3546 R^r gäbe, und derselbe sie ihm mit dem Zinse, z. B. in 4 einjährigen Terminen und in gleichen.

then Summen, von jetzt an gerechnet, wiedergeben sollte; oder wenn jemand nach 10 Jahren von einem andern 3546 Rf ohne Zins zu fordern hätte, und nach Verlauf dieser 10 Jahre mit demselben verabredete, daß er ihm, von nun an gerechnet, diese 1000 Rf unter eben den Bedingungen abtragen sollte. Zur andern Gattung aber gehört: Es hat jemand 1000 Rf ohne Zins nach 10 Jahren zu fordern, verabredet aber nach 2 Jahren mit seinem Schuldner, daß er ihm diese Schuld in drey zweijährigen Terminen und gleichen Summen, doch ohne seinen (des Schuldners) Nachtheil, bezahle. Ausser der Summe, die in getheilten Terminen bezahlt werden soll, ist entweder die Zahl der Termine und ihre Entfernung von einander gegeben, und dann ist diejenige Summe, die in jedem Termine bezahlt werden muß, zu bestimmen; oder es ist diese Summe und die Zahl der Termine bekannt, und dann sucht man die Grösse der Termine; oder man weiß endlich ausser der ganzen Summe aller Terminzahlungen auch die Grösse der Termine, und dann bleibt die Zahl der Termine und die in jedem zu gebende Summe zu finden übrig.

§. 242.

Gesetzt also, daß eine Summe, die baar gegeben wird, oder jetzt fällig ist, in mehreren Terminen
und

und gleichen Summen, aber zugleich mit dem Zinse, den sie trägt, wiedergegeben werden soll, und Zinseszins gerechnet wird; so ist für den Fall, wenn die Zahl der Termine und ihre Grösse gegeben ist, und daher die Grösse der jedesmal zu entrichtenden Summe gefunden werden soll, das nächste leicht aus §. 180 u. f. herzuleiten. Genau nemlich die gegenwärtigen Aufgaben betrachtet, so stehen sie dem §. 180 u. f. erklärten entgegen, und man hat also zu ihrer Auflösung auch einen entgegenstehenden Weg einzuschlagen. So wird oben §. 181 gefragt: Wie viel muß mit doppeltem Rabatte a 5 pr. C. für 4000 R ℓ , die in 4 einjährigen Terminen ohne Zins abgetragen werden sollen, sogleich bezahlt werden? und die Antwort war §. 182: 3545,95 R ℓ , oder 3546 R ℓ . Hier wird gefragt: Wie viel erhält man jedesmal, wenn man 3546 R ℓ mit dem Zinseszins a 5 pr. C. in gleichen Summen und 4 einjährigen Terminen wieder bekommt? und die Antwort hierauf muß daher auf die dem §. 181 und 182 betretenen Wege, entgegenstehende Art gesucht werden.

§. 183. 2001 2001 2001 2001 2001 2001 2001 2001 2001 2001

§. 243. 2001 2001 2001 2001 2001 2001 2001 2001 2001 2001

Da also die bei doppeltem Rabatte a 5 pr. C. für ein Capital, das in 4 einjährigen Terminen und gleichen Summen bezahlt werden soll, baar zu entrichtende Summe aus der Summe eines Termins gefunden wird,

wenn man dieselbe mit $\frac{20}{21} + \frac{20^2}{21^2} + \frac{20^3}{21^3} + \frac{20^4}{21^4}$,

oder $20 - 21 \times \frac{20^5}{21^5}$, (s. S. 181 und 182) multipliziert;

so muß umgekehrt aus der baar zu gebenden oder gegebenen

Summe, wenn man dieselbe mit $\frac{20}{21} + \frac{20^2}{21^2} + \frac{20^3}{21^3} + \frac{20^4}{21^4}$,

oder mit $20 - 21 \times \frac{20^5}{21^5}$ dividirt, die in jedem Termine

fällige Summe gefunden werden. Da also

$$\text{L. } 3546 = 3,5497387, \text{ und}$$

$$\text{L. } \frac{20^5}{21^5} = -1,8940535, \text{ und}$$

$$\text{L. } 21 = 1,3222193, \text{ also}$$

$$\text{L. } 21 \times \frac{20^5}{21^5} = 1,2162728, \text{ und dieser letzte}$$

Logarithme zu der Zahl 16,454 gehört, welche von 20 abgezogen 3,546 giebt; so ist der $\text{L. } 3,546 = 9,5497387$,

$$\text{und daher } \text{L. } 3546 - \text{L. } (20 - 21 \times \frac{20^5}{21^5}) = 3,0000000,$$

und die in jedem Termine abzutragende Summe 1000 R th .

Wollte man die Frage beantworten: Wie viel muß jedesmal gegeben werden, wenn man 772 R th mit Zinneszinsen 5 p ct . C. in 10 einjährigen Terminen und gleichen Summen wiedergeben will? so würde solches nach folgendem Ausdrucke geschehen müssen.

$$\frac{772,173}{20 - 21 \times \frac{20^{11}}{21^{11}}}$$

Nun ist $\text{£. } 772,173 = 2,8877146$, ferner

$$\text{£. } \frac{20^{11}}{21^{11}} = 1,7669177, \text{ und}$$

$$\text{£. } 21 = 1,3222193, \text{ also}$$

$$\text{£. } 21 \times \frac{20^{11}}{21^{11}} = 1,0891370, \text{ und daher}$$

$$21 \times \frac{20^{11}}{21^{11}} = 12,2783 \text{ folglich}$$

$$20 - 12,2783 = 7,7217. \text{ Da}$$

$$\text{mit £. } 7,7217 = 0,8877129, \text{ so ist}$$

$$\text{£. } 772,173 - \text{£. } (20 - 21 \times \frac{20^{11}}{21^{11}}) = 2,0000000, \text{ und}$$

also die in jedem Termine zu bezahlende Summe 100 Rth.

§. 244.

Die zu dem betrachteten Falle gehörige Regel ist daher in Worten ausgedruckt: Man suche den Anzeiger, mit welchem man multipliciren müßte, wenn man die für ein Capital, das ohne Zins in den gegebenen Terminen in gleichen Summen bezahlt werden sollte, mit doppeltem Rabatte zu dem festgesetzten pr. C. sogleich zu erlegende Summe finden wollte, und dividire

damit dasjenige Capital, welches mit Zinseszinsen in gleich weit von einander entfernten Terminen und in gleichen Summen zurück bezahlt werden soll. Daß man bei der Rechnung selbst die Logarithmen mit Vortheile gebrauche, versteht sich von selbst.

§. 245.

Wenn die Termine einjährig sind, und so als in den betrachteten Exempeln angehen, so kann man sich auch bei §. 186 und 187 beschriebenen Tabellen bedienen, um zu seinem Zwecke zu gelangen. Gebraucht man diejenigen, welche für 100 eingerichtet sind, (s. S. 222) so multiplicirt man jedesmal das gegebene Capital mit 100, und dividirt das Product durch die in der Tabelle neben der Zahl der Jahre aller Termine stehende Zahl; nimmt man aber diejenigen, die für 1 gemacht sind, so hat man bloß diese Division nöthig. Die Ausrechnung der Exempel §. 243 wäre auf diese Art.

$$\begin{array}{r}
 354,59504 \quad 334800,4 \quad | \quad 1000 \text{ R} \\
 \hline
 7,7217339 \quad 772,174 \quad | \quad 100 \text{ R} \\
 \hline
 \end{array}$$

So bequem der Gebrauch dieser Tabellen in solchen Fällen ist, wenn die in jedem Termine zu gebende Summe durch eine eintheilige, obgleich zu irgend einer Ordnung

ung gehörende, Zahl ausgedruckt wird; so unbequem wird derselbe, wenn diese Zahl aus mehreren Theilen besteht. Für dergleichen Fälle wären Tabellen gut, die entweder anstatt der jetzigen Divisoren gleiches hervorbringende Multiplikatoren, oder die Logarithmen aller darin befindlichen Zahlen enthielten. Die gedachten Multiplikatoren erhält man unter andern durch Findung der dritten Proportionalzahl zu den in der Tabelle S. 223. befindlichen Zahlen und 1; von den erwähnten Logarithmen ist nicht nöthig weiter etwas zu sagen.

§. 247.

Soll die baar gegebene oder jetzt fällige Summe mit Zinseszins in gleich weit von einander entfernten Terminen und gleichen Summen zurück gegeben werden, der erste Termin aber von der Zeit des Vertrags anders entfernt seyn als ein jeder anderer Termin von dem nächst vorhergehenden oder nachfolgenden; so läßt sich die §. 244 gegebene Regel nichts desto weniger anwenden. Gesetzt z. B. daß 6563,78 R^r jetzt gegeben würden oder fällig wären, und in 4 Terminen, davon der erste nach 5 Jahren, und die drey übrigen in den drey darauf folgenden Jahren sind, mit Zinseszins a 5 pr. C. und in gleichen Summen wieder gegeben werden sollten; so wäre, wenn ein Capital, das in 4 Terminen, nach 5, 6, 7 und 8 Jahren in gleichen

Summen aber ohne Zins zu bezahlen wäre, mit doppeltem Rabatte 25 pr. C. sogleich bezahlt werden sollte, der Anzeiger der Veränderung der Summe eines Terms zur

$$\text{Findung der baaren Zahlung } 21 \times \frac{20^5}{21^5} = 21 \times \frac{20^9}{21^9}$$

$$\text{oder } 20 \times \frac{20^4}{21^4} = 20 \times \frac{20^8}{21^8}, \text{ (s. S. 189. 190), und}$$

6563,78 Mk also mit dem einen dieser Anzeiger dividirt geben die in jedem Termine abzutragende Summe, 2250 Mk.

Es ist nemlich

$$\text{L. } 6563,78 = 3,8171540; \text{ ferner}$$

$$\text{L. } \frac{20^5}{21^5} = 1,8940535, \text{ und}$$

$$\text{L. } 21 = 1,3222193, \text{ also}$$

$$\text{L. } 21 \times \frac{20^5}{21^5} = 1,2162728, \text{ folglich}$$

$$21 \times \frac{20^5}{21^5} = 16,454; \text{ ferner}$$

$$\text{L. } \frac{20^9}{21^9} = 1,8092963; \text{ und}$$

$$\text{L. } 21 = 1,3222193, \text{ also}$$

$$\text{L. } 21 \times \frac{20^9}{21^9} = 1,1315156, \text{ folglich}$$

$$21 \times \frac{20^9}{21^9} = 13,53678, \text{ und}$$

$$21 \times$$

$$21 \times \frac{20^5}{21^5} - 21 \times \frac{20^9}{21^9} = 2,91722. \text{ Da nun}$$

£. 2,91722 = 0,4649692, so ist

$$£. 6563,78 - £. \left(21 \times \frac{20^5}{21^5} - 21 \times \frac{20^9}{21^9} \right) = 3,3521848,$$

und also die in jedem Termine zu bezahlende Summe 2250 Mk., indem 3,3521848 der Logarithme von 2250, eine Kleinigkeit nicht gerechnet, ist.

§. 248.

Wenn in jedem Termine zwar gleich viel bezahlt werden soll, die Termine aber ungleich weit von einander entfernt sind, so reicht die §. 244 gegebene Regel auch zur Auflösung dieser Fälle hin, es läßt sich aber alsdann der Divisor der angelegten Summe nur nicht so leicht als bisher finden. Gesezt z. B. daß jemand 3500 Mk. auf Zinseszins zu 5 pr. C. anlegte, und dieselbe mit dem Zinseszins in gleichen Summen nach 3, 5, 8 und 9 Jahren wieder verlangte, so müßte man, um die Summe eines jeden Termins zu finden, die gedachten

3500 Mk. durch $\frac{20^3}{21^3} + \frac{20^5}{21^5} + \frac{20^8}{21^8} + \frac{20^9}{21^9}$ dividiren.

Da sich aber die Reihe $\frac{20^3}{21^3} + \frac{20^5}{21^5} + \frac{20^8}{21^8} + \frac{20^9}{21^9}$

nicht addiren läßt, so bleibt zur fernern Rechnung kein anderer Weg übrig, als von allen einzelnen Gliedern dersel-

ben die Logarithmen, und zu jeden einzeln dieser Logarithmen die zugehörnde Zahl zu suchen, alle diese Zahlen zu addiren, und den Logarithmen ihrer Summe von dem Logarithmen von 3500 abzuziehen, wo dann die zu dieser Differenz gehörige Zahl die in jedem Termine zu bezahlende Summe giebt. Es sind aber dergleichen Aufgaben viel feltner, als die in den vorhergehenden §§. betrachteten, so wie eben dies von den Aufgaben der doppelten Rabattrechnung gilt, womit sie in Verbindung stehen, daher auch von denselben in der doppelten Rabattrechnung nicht einmal besonders geredet worden ist.

§. 249.

Ist nun aber (s. §. 241) das Capital, das terminweise in gleichen Summen und mit Zinsezzinse abgetragen werden soll, erst nach einiger Zeit fällig, so muß man vor allen Dingen den jetzigen Werth dieses Capitals nach den Regeln der doppelten Rabattrechnung suchen. Das pr. C., welches man hierbei zu nehmen hat, ist entweder eben dasjenige, wornach darauf der Zinsezzins gerechnet wird, oder ein anderes; was für ein Fall aber auch statt finde, so ist der einzuschlagende Weg bekannt. Hat man nun das gedachte Capital auf seinen jetzigen Werth reducirt, so darf man nur diesen Werth anstatt des gegebenen Capitals nehmen, und ferner nach den bisher §. 241 bis 248 vorgetragenen Regeln handeln.

Gesetz

Gesetzt z. B. daß ein Gläubiger von einem Schuldner 1215½ R^r nach 4 Jahren zu fordern hätte, und beide verabredeten, daß diese Schuldsache terminweise und zwar in gleichen Summen abgemacht werden sollte; so wäre, wenn weiter keine Bestimmungen hinzukämen, dieser Fall gleich dem, wenn 1000 R^r, denn dies ist der gegenwärtige Werth der gedachten 1215½ R^r, in eben den Terminen und in gleichen Summen bezahlt werden sollten. Es bedarf also dieser Fall keiner weitläuftigern Auseinandersetzung.

§. 250.

Sollte der erste Termin sogleich seyn, so wäre der Anzeiger der Veränderung des in demselben zu bezahlenden Theils zur Findung seines jetzigen Werths 1. Bedenkt man dies, so kann der gedachte Umstand keine Schwierigkeit verursachen, denn man rechnet am Ende doch nach der Regel §. 244. Sollte z. B. in dem 2ten Exempel des 243ten §. der erste Termin sogleich seyn, so

müßte man 772,173 dividiren durch $1 + \frac{20}{21} + \frac{20^2}{21^2}$

$+ \frac{20^3}{21^3} + \frac{20^4}{21^4} + \frac{20^5}{21^5} + \frac{20^6}{21^6} + \frac{20^7}{21^7} + \frac{20^8}{21^8} + \frac{20^9}{21^9}$,

oder $\frac{20^{10}}{21^{10}} - 1$ oder $21 - 21 \times \frac{20^{10}}{21^{10}}$

Man betrachte hiebei den entgegenstehenden Fall in der doppelten Rabattrechnung §. 188.

§. 251.

Wenn ich weiter gehe, wird es gut seyn, die von an betrachteten Fälle unter der Bedingung zu nehmen, daß der Zins, welcher in Anschlag gebracht einfacher Zins sey. Nach der bisher allgemein befolgten Ordnung hätte ich hievon zuerst reden sollen; ich habe indeß diesmal die umgekehrte Ordnung erwählt, weil so die zu gebende Regeln leichter gefaßt werden können.

§. 252.

Es sey also zuvörderst das Capital, das in gleichen Summen und in gleich weit von einander entfernten Terminen mit einfachem Zinse abgetragen werden soll, jetzt fällig, oder werde dazu einem Schuldner von einem Gläubiger gegeben. Was auch übrigens für Verschiedenheiten in Ansehung der Termine statt finden mögen, so hat man jedesmal nur nöthig, den Anzeiger zu suchen, mit welchem man multipliciren müßte, wenn man die für ein Capital, das ohne Zins in den gegebenen Terminen in gleichen Summen bezahlt werden sollte, mit einfachem Rabatte zu dem gegebenen pr. C. sogleich zu erlegende Summe finden wollte,

und

und damit dasjenige Capital, welches mit einfachem Zinse terminweise und in gleichen Summen bezahlt werden soll, zu dividiren. Von der Wichtigkeit dieser Regel kann man sich leicht auf eine ähnliche Art, als von der §. 244 im 242ten §. geschehen, überzeugen.

§. 253.

Viel weitläufiger und mühsamer aber, als wenn Zinsezins gerechnet wird, ist hier die Findung des nöthigen Anzeigers, der immer eine Summe mehrerer anderer einfachen Anzeiger ist. Wosern man nicht denselben aus Tafeln, wie §. 162 bis 164 da gewesen, nehmen kann, so ist der beste Weg der, wenn man alle einfache Anzeiger mit Hülfe der logarithmischen Tafeln in Decimalzahlen verwandelt, und nach dieser Verwandlung erst die nöthige Addition vornimmt. So als §. 162 verschiedene einfache Anzeiger addirt sind, auch hier jedesmal addiren zu wollen, würde außerordentlich weitläufig und mühsam werden, obgleich die dabei zu befolgenden Regeln leicht sind; und es ist das hier empfohlne auch oben §. 164 bereits angepriesen worden.

§. 254.

Hat man in einer Tabelle die einfachen Anzeiger der Veränderung eines Capitals zur Findung der dafür bey einer frühern Zahlung desselben mit einfachem Rabatte
baar

baat zu gebenden Summe in Decimalzahlen, so läßt sich daraus leicht durch die Addition derselben vom Anfang an und nach und nach bis zu allen folgenden Gliedern eine Tabelle verfertigen, die der §. 186 und 187 beschriebenen ähnlich ist, und sich hier eben so gebrauchen läßt, als die genannte nach dem 24sten §. in den daselbst betrachteten Fällen. Ich will hier für 5 pr. C. beide Tabellen dem Anfange nach hersehen, und den darin vorkommenden Zahlen zugleich die Logarithmen beifügen. Wenn man also mit einfachem Rabatte a 5 pr. C. früher bezahlt, so gibt man,

wenn man und der Logarithme
früher bezahlt für 1 davon ist

1 Jahr	0,9523809	— 1,9788107
2 Jahre	0,9090909	— 1,9586073
3 —	0,8695652	— 1,9393022
4 —	0,8333333	— 1,9208188
5 —	0,8000000	— 1,9030900
6 —	0,7692307	— 1,8860566
7 —	0,7407407	— 1,8696662
8 —	0,7142857	— 1,8558720
9 —	0,6896551	— 1,8386320
10 —	0,6666666	— 1,8339087
11 —	0,6451612	— 1,8090863
12 —	0,6250000	— 1,7958800

Veränderte und getheilte Zahlungsstermine. 317.

wenn man früher bezahlt	für 1	und der Logarithme davon ist
13 Jahre	0,6060606	— 1,7823161
14 —	0,5882352	— 1,7695511
15 —	0,5714285	— 1,7569620
16 —	0,5555555	— 1,7447275
17 —	0,5405404	— 1,7328283
18 —	0,5263157	— 1,7202464
19 —	0,5128205	— 1,7109654
20 —	0,5000000	— 1,6989700
21 —	0,4878048	— 1,6882461
22 —	0,4761904	— 1,6777827
23 —	0,4651162	— 1,6675615
24 —	0,4545454	— 1,6575773
25 —	0,4444444	— 1,6478173
26 —	0,4347826	— 1,6382722
27 —	0,4255319	— 1,6289321
28 —	0,4166666	— 1,6197888
29 —	0,4081632	— 1,6108339
30 —	0,4000000	— 1,6020600, u. s. w.

Wenn man nun zu 0,9523809 die folgenden 0,9090909 addirt, zu dieser Summe darauf die 0,8695652 fügt, und so immer weiter fortgeht; so erhält man folgende Tabelle.

Um Jahre hindurch jedes Jahr 1 zu bekommen,
muß man jetzt zahlen

Jahre zu zahlende Summe Logarithme davon

1 —	0,5523809	— 1,9788107
2 —	1,8614718	0,2698563
3 —	2,7310370	0,4363276
4 —	3,5643703	0,5519827
5 —	4,3643703	0,6399215
6 —	5,1336010	0,7104221
7 —	5,8743417	0,7689592
8 —	6,5886274	0,8187948
9 —	7,2782825	0,8620289
10 —	7,9449491	0,9000910
11 —	8,5901103	0,9339987
12 —	9,2151103	0,9645006
13 —	9,8211709	0,9921636
14 —	10,4094061	
15 —	10,9808346	u.
16 —	11,5363901	
17 —	12,0769306	f.
18 —	12,6032463	
19 —	13,1160668	w.
20 —	13,6160668	

Je weiter man diese letzte Tabelle fortsetzen will, desto nöthiger ist es, die einfachen Anzeiger in vielen Decimalstellen entwickelt zu haben. Der Anzeiger für 6 Jahre ist

3. um 0,0000001, der Anzeiger für 10 Jahre um 0,0000003, der Anzeiger für 15 Jahre um 0,0000005, und der Anzeiger für 20 Jahre um 0,0000007 kleiner, als er seyn würde, wenn man alle einfache Anzeiger noch eine Stelle weiter entwickelt hätte.

§. 255.

Nun werde gefragt, wie viel jedesmal gegeben werden müsse, wenn 794½ R ℓ mit 5 pr. C. einfachen Zinses in 10 einjährigen Terminen und gleichen Summen bezahlt werden sollen? Die letzte Tabelle des vorhergehenden §. giebt zum Divisor dieser 794,5 R ℓ die Zahl 7,9449491, und die in jedem Termine zu gebende Summe ist daher 100 R ℓ . Eben das findet man, wie sehr bald in die Augen fällt, wenn man mit den Logarithmen rechnet.

Würde gefragt, wie viel jedesmal gegeben werden müsse, wenn 3546 R ℓ mit einfachen Zinses zu 5 pr. C. in gleichen Summen und 4 einjährigen Terminen bezahlt werden sollten; so wäre die Rechnung anzustellen nach

$$\begin{array}{r} 3546 \text{ R}\ell \\ \hline 3,564370 \end{array} \quad \text{Da nun}$$

$$\text{L. } 3546 = 3,5497387, \text{ und}$$

$$\text{L. } 3,564370 = 0,5319821, \text{ so ist}$$

$$\text{L. } \frac{3546}{3,564370} = 2,9977566, \text{ und also die}$$

jedem Termine zu gebende Summe 994,848 R ℓ .

Die

Die Probe auf dies letzte Exempel macht man auf folgende Art. Man sucht

$$\frac{20}{11} \times 994,848 \text{ Rk} = 947,474 \text{ Rk}$$

$$\frac{10}{11} \times 994,848 \text{ Rk} = 904,497 \text{ Rk}$$

$$\frac{20}{11} \times 994,848 \text{ Rk} = 865,085 \text{ Rk}$$

$$\frac{5}{8} \times 994,848 \text{ Rk} = 829,040 \text{ Rk}, \text{ und}$$

wenn die Summe davon 3546,006 Rk der termins-
weise mit einfachem Zinse zu bezahlenden Summe gleich ist,
so ist richtig gerechnet worden. Man sehe hiebei §. 161 nach,
wo zugleich die Probe auf das erste Exempel befindlich ist.
Der geringe Ueberschuß von 0,006 Rk, der sich in der ge-
fundenen Summe findet, rührt daher, weil der Divisor
3,564370 nur bis auf die Milliontheile genommen worden ist.

§. 256.

Ist der erste Termin von der Zeit des Vertrags
andere entfernt, als ein jeder der übrigen Termine
von dem nächst vorhergehenden oder nachfolgenden,
oder soll derselbe sogleich seyn, oder sind endlich die
Termine ungleich weit von einander entfernt; so sind
die zu befolgenden Regeln nach dem bisherigen und den
247, 248, und 250ten §§. leicht zu finden, so daß es
überflüssig wäre, davon zu verweilen.

§. 257.

Wenn die Schuld, die mit einfachem Zinse ter-
minweise in gleichen Summen wieder gegeben wer-
den

den soll, erst nach einiger Zeit fällig ist; so reducirt man auch hier dieselbe, aber nach der einfachen Rabattrechnung, auf ihren wahren Werth, und verfährt alsdann, wie gelehrt worden ist. Es sey z. B. jemand 1000 R ℓ nach 5 Jahren und 9 Wochen ohne Zins zu bezahlen schuldig, und verabrede mit seinem Gläubiger die Abtragung dieser Schuld mit dem einfachen Zinse in 10 einjährigen Terminen und gleichen
 in jedem Termine zu 6
 wenn man zuvörderst
 jetzigen Werth zurück
 so ist nach dieser Reduction das angeführte Exempel dem
 ten in §. 255 gleich.

man findet hier die
 e, nemlich 100 R ℓ ,
 100 R ℓ auf ihren
 selbe 794 $\frac{1}{2}$ R ℓ ist,

Wenn man auf diese Art verfährt, und die Reduction eines nach einiger Zeit erst fälligen Capitals auf den Werth, den es nach der gemeinen Rabattrechnung hat, nach den in dieser Rechnung gegebenen Regeln vornimmt, und auch den mitlern Zahlungstermin nicht nach einfachem Zinse, sondern nach einfacher Rabatte versteht, so wird man, wie das sonst häufig statt findet, durch die Betrachtung eines und desselben Falls von verschiedenen Seiten, die in der Rechnung nichts ändern sollen, nie auf Widersprüche oder verschiedene Resultate geleitet werden.

§. 258.

Hierher gehört nun auch noch die Betrachtung der halbjährigen und viertheiljährigen Zahlungsstermine,

K

Wenn

wenn die in solchen Terminen zu bezahlende Summe eine einzelne Summe ist. Um von dem Falle anzufangen, wenn bey der Bestimmung dieser Termine auf einfachen Zins gesehen wird, so verlange ein Gläubiger von seinem Schuldner, daß er ihm 50 R ℓ , die er ihm nach einem Jahre zu geben schuldig ist, in 2 halbjährigen Terminen und gleichen Summen, doch ohne seinen Schaden, geben solle, und es werde gefragt, wie viel jedesmal zu geben sey? Diese Frage ist einerley mit der: Wie viel muß jedesmal gegeben werden, wenn $\frac{30}{11} \times 50$ R ℓ mit einfachem Zinse a 5 pr. C. in 2ten halbjährigen Terminen und gleichen Summen bezahlt werden sollen? Aus §. 252 und §. 146 u. f. erhellet, daß die Rechnung zu führen sey nach

$$\frac{30}{11} \times 50 \text{ R}\ell$$

$$41 + \frac{30}{11}$$

oder nach $\frac{0,9523809 \times 50 \text{ R}\ell}{1,9279906}$, woraus man

24,68 R ℓ erhält. Sollten hingegen die Termine vierteljährige Termine seyn, so wäre die Rechnung anzustellen nach dem Ausdrücke

$$\frac{30}{11} \times 50 \text{ R}\ell$$

$$\frac{30}{11} + \frac{30}{11} + \frac{30}{11} + \frac{30}{11}$$

aus dem vorhergehenden Beispiele bekannt ist.

§. 259.

Sollte auf Zinseszins gesehen werden, so würde die Rechnung des Exempels des vorhergehenden §. bey halbjährigen Terminen gesucht nach

$$\frac{40^2}{41^2} \times 50 \text{ R.}$$

$$40 - 41 \times \frac{40^3}{41^3} \quad \text{Nun ist}$$

$$1. \quad 50 = 1,6989700$$

$$2. \quad \frac{40^2}{41^2} = -1,9785522, \text{ also}$$

$$1. \quad \left(\frac{40^2}{41^2} \times 50 \right) = 1,6775222. \text{ Ferner ist}$$

$$1. \quad \frac{40^3}{41^3} = -1,9678283$$

$$1. \quad 41 = 1,6127839, \text{ also}$$

$$1. \quad \left(41 \times \frac{40^3}{41^3} \right) = 1,5806122 \text{ und}$$

$$41 \times \frac{40^3}{41^3} = 38,0725. \text{ Da nun}$$

$$40 - 38,0725 = 1,9275, \text{ und}$$

$$1. \quad 1,9275 = 0,2849944; \text{ so ist}$$

$$1. \quad \left(\frac{40^2}{41^2} \times 50 \right) - 1. \quad \left(40 - 41 \times \frac{40^3}{41^3} \right) = 1,3925278,$$

und die in jedem Termine zu bezahlende Summe ist daher 24,69 R.

Sollen die Termine vierteljährig seyn, so muß gerechnet werden nach:

$$\frac{80^4}{81^4} \times 50 \text{ R\ddot{e}}$$

$$80 - 81 \times \frac{80^5}{81^5}$$

§. 260.

Was den Fall betrifft, wenn das terminweise mit dem Zinse abzutragende Capital nach einiger Zeit erst fällig ist, und bis zu seiner Fallzeit einen verabredeten Zins trägt; so erfordert derselbe eben keine weitläufige Betrachtung. Wie nemlich auch der Zins, den das gedachte Capital bis zu seiner Fallzeit tragen soll, beschaffen ist, es mag einfacher Zins, oder Zinseszins seyn, so ist die Art der Reduction des Capitals auf einen jetzigen Werth aus der gemeinen und doppelten Rabattrechnung bekannt, und hat man diesen Werth erst gefunden, so führt die Befolgung der bisher betrachteten Regeln zu dem vorgesezten Ziele, so daß also nach diesem nichts weiter davon zu sagen nöthig ist. Wie viel muß jedesmal bezahlt werden, wenn man 1000 R\ddot{e}, die über 4 Jahre fällig sind, und unterdeß mit 3 pr. C. verzinst werden sollen, in 5jährigen Terminen und gleichen Summen abtragen will? Diese Frage ist, wenn einfacher Zins gerechnet wird, einerley mit folgender: Wie viel muß jedesmal

mal

mal bezahlt werden, wenn man 1000 R ℓ $\times \frac{23}{24} \times \frac{5}{6}$,
 oder 1000 R ℓ $\times \frac{11}{12}$, die jetzt fällig sind, mit einfa-
 chem Zinse a 5 pr. C. in 5 einjährigen Terminen und glei-
 chert Summen abtragen will? und wird Zinseszins ge-
 rechnet, so ist sie gleichbedeutend mit dieser: Wie viel
 muß man jedesmal bezahlen, wenn man 1000 R ℓ
 $\times \frac{1031}{1000} \times \frac{20}{100}$ die jetzt fällig sind, mit Zinseszins
 a 5 pr. C. in 5 einjährigen Terminen und gleichen Sum-
 men abtragen will? Man nehme also bei den Aufgaben
 dieser Art jedesmal zuvörderst die gedachte Reduction vor
 und verfähre alsdann nach den bekannten Regeln.

261.

Um auch eine Art der Probe auf diejenigen
 Exempel, welche die getheilten Zahlungsstermine
 nach der Zinseszinsrechnung oder doppelten Rabatt-
 rechnung vorsehen, zu berühren; so diene dazu das
 1te der Exempel S. 242. Man kann unter andern rech-
 nen: Es tragen zu 5 pr. C. gerechnet

3546 R ℓ in einem Jahre
 177,3 R ℓ Zins, und man hat also
 nach dem 1ten Jahre 3723,3 R ℓ . Davon bezahlt man
 nun 1000 R ℓ , und behält daher
 2723,3 R ℓ . Diese geben in 1 Jahre
 136,165 R ℓ Zins, und man hat

R 3

nach

nach dem 2ten Jahre 2859,465 R f . Davon bezahlt man
wieder 1000 R f , und behält nunmehr
1859,465 R f . Nun rechnet man
jährigen Zins 92,97325 R f , und hat also
nach dem 3ten Jahre 1952,43825 R f . Davon bezahlt man
wieder 1000 R f , und behält
952,43825 R f . Diese geben
jährigen Zins 47,6219125 R f , und man hat also
nach dem 4ten Jahre 1000,0601625 R f .

Hier zeigt sich ein Ueberschuß von 0,0601625 R f oder von et-
was über $\frac{3}{5}$ R f . Es rührt daher, daß anstatt der obigen
3545,95 R f (s. §. 181) 3546 R f angenommen wor-
den sind. Auf solche Kleinigkeiten, als man §. 241 mehr
denn 1000 R f erhalten haben würde, wenn man genauer
hätte rechnen wollen, pflegt man bei Berechnung wettlicher
Hölle dieser Gattung nicht zu sehen, sonst hätte man die Reche-
nung leicht so genau führen können, daß der Fehler in der
Probe kein Tausendtheil betrüge.

§. 262.

Es folgt nunmehr (s. §. 241) der Fall, wenn aus
dem Capitale, das mit seinem Zinse terminweise und
in gleichen Summen abgetragen werden soll, ferner
der in jedem Termine zu bezahlenden Summe und
der Zahl der Termine, die Größe der Termine,
oder die Zeit, welche zwischen jeden zwey auf ein-
ander

ander folgenden ist, bestimmt werden soll. Es sollen z. B. 794½ Rth mit ihrem einfachen Zinse zu 5 pr. Q. in 10 gleichen Terminen und jedesmal mit 100 Rth abgetragen werden; es wird gefragt, wie weit jede zwei aufeinander folgende Termine von einander entfernt seyn müssen? oder: Es sollen 773 Rth mit ihrem Zinseszinse zu 5 pr. C. auf gleiche Art bezahlt werden, und man verlangt ebenfalls die Zeit zwischen jeden zwei aufeinander folgenden Terminen zu wissen. Dieser Fall ist ohnstrittig unter allen der schwierigste, und es ist, wenn gleich nicht unmöglich, doch hier viel zu weitläufig, dazu Regeln zu geben, nach welchen das verlangte mit einem Male ganz genau bestimmt werden könnte. Glücklicher Weise ist derselbe zugleich von der Art, daß man dabei schon mit der möglichen ohngefähren Bestimmung des gesuchten zufrieden seyn kann, indem er einmal nicht häufig vorkommt, und zweitens, wenn er vorkommt, jene ohngefähre Bestimmung durch Versuche genauer gemacht werden kann.

S. 253.

Unger berührt den gegenwärtigen Fall, wenn einfacher Zins gerechnet wird, in 2ten Stücke seiner Beiträge S. 182 u. f., setzt aber zur Auflösung desselben eine Regel vor, deren Anwendung grosse Verborthellung veranlassen kann. Man urtheile darüber selbst nach dem von ihm zur Erläuterung gebrauchten Exempel. Er wirft die

Frage auf, wie lange jeder Termin dauern werde, wenn 5200 R ℓ mit ihrem Zinse zu 5 pr. C. in 5 Terminen und jedesmal mit 1600 R ℓ abgetragen werden, der erste Termin aber nach 8 Jahren sein solle? und die Antwort darauf ist: 3 Jahre, so daß also 20 Jahre verfließen müssen, ehe der letzte Termin herankömmt. Gesezt aber, daß 3000 R ℓ , die in 5 dreijährigen Terminen, wovon der erste nach 8 Jahren fällt, jedesmal mit 1600 R ℓ abzutragen sind, sogleich mit einfachem Rabatte zu 5 pr. C. bezahlt werden sollten; so wäre sogleich zu entrichten für den 1ten Term. $\frac{1}{5} \times 1600$ R ℓ oder 0,714285

$$2 \quad \text{—} \quad \frac{2}{5} \times 1600 \text{ R}\ell \quad \text{—} \quad 0,645161$$

$$3 \quad \text{—} \quad \frac{3}{5} \times 1600 \text{ R}\ell \quad \text{—} \quad 0,588235 \quad \times 1600 \text{ R}\ell:$$

$$4 \quad \text{—} \quad \frac{4}{5} \times 1600 \text{ R}\ell \quad \text{—} \quad 0,540540$$

$$5 \quad \text{—} \quad \frac{5}{5} \times 1600 \text{ R}\ell \quad \text{—} \quad 0,500000$$

also in allem $2,988221 \times 1600$ R ℓ , d. h. 4781,156 R ℓ .

Umgekehrt braucht man also auch nur 4781,156 R ℓ , um in 5 dreijährigen Terminen, wenn der erste nach 8 Jahren sein soll, jedesmal 1600 R ℓ geben zu können. Unger rechnet also dem Schuldner über 418 R ℓ zum Vortheile, welches hier um so weniger geschehen darf, da schon ohnehin eher der Gläubiger als der Schuldner verliert.

Unger beweiset die Richtigkeit seiner Ausrechnung durch folgende Probe.

Jahre

Veränderte und gestellte Zahlungsstermine. 329

Jahre	Capital	Zins davon	Termin	Zins davon
1	5200 Rk	—	—	—
2	—	260 Rk	—	—
3	—	260 Rk	—	—
4	—	260 Rk	—	—
5	—	260 Rk	—	—
6	—	260 Rk	—	—
7	—	260 Rk	—	—
8	—	260 Rk	—	—
9	—	260 Rk	1600 Rk	—
10	—	260 Rk	—	80 Rk
11	—	260 Rk	—	80 Rk
12	—	260 Rk	1600 Rk	80 Rk
13	—	260 Rk	—	160 Rk
14	—	2	—	—
15	—	2	1600 Rk	—
16	—	2	—	—
17	—	2	—	—
18	—	260 Rk	1600 Rk	—
19	—	260 Rk	—	320 Rk
20	—	260 Rk	—	320 Rk
21	—	260 Rk	1600 Rk	320 Rk

Summe 5200 Rk + 5200 Rk = 8000 Rk + 2400 Rk.

Aber welcher Unterschied zwischen der Zeit, in welcher der Gläubiger, wenn terminweise bezahlt wird, den zu rechnenden Zins erhält, und derjenigen, in welcher er ihn ohne Termine hätte erhalten können! Und ist wohl irgend ein Grund da, diesen Unterschied so ganz und gar nicht zu achten?

§. 264.

Wenn auſſer dem Capitale, das mit ſeinem Zinſe terminweiſe und in gleichen Summen abgetragen werden ſoll, auch die in jedem Termine zu bezahlende Summe und die Anzahl der Termine gegeben iſt, und die Zeit, welche zwiſchen jeden zwey auf einander folgenden Terminen iſt, daraus gefunden werden ſoll; ſo iſt nothwendig, daß die Zeit zwiſchen jeden zwey auf einander folgenden Terminen gleich ſey. Wäre dies nicht, ſo hätte man an den genannten Stücken nicht genug, um das verlangte zu finden. Bis zum erſten Termine iſt nun entweder eben ſo lange, als von einem jeden Termine bis zu dem nächſt folgenden, oder nicht. Dies letztere findet z. B. in dem vorhin aus Ungers Venträgen angeführten Exempel ſtatt. Es iſt hinlänglich, bloß den vorübergehenden Fall zu betrachten, weil dieſer wirklich ſich ereignen kann, der andere hingegen nicht leicht zu entſtehen pflegt.

§. 265.

Da die Anzahl der Termine gegeben iſt, und alle Termine gleich groß ſind, ſo läßt ſich, wenn man die Zahl der Jahre aller Termine weiß, die Gröſſe eines jeden einzeln Termins leicht beſtimmen, und es kommt alſo nur darauf an, die Zeit aller Termine zu finden. Man weiß nun die Summe, aus welcher das terminweiſe zu bezahlende Capital erwachſen ſoll, und auch, wie viel in
allen

Veränderte und getheilte Zahlungstermine. 33

allen Terminen überhaupt gegeben werden muß. Es ist daher leicht, den mittlern Zahlungstermin zu finden, und weiß man ihn, so ist derselbe noch nicht um die Hälfte eines Termins grösser als die Hälfte der Zeit aller Termine, und es läßt sich also diese daraus ziemlich genau bestimmen. Einige Exempel mögen dies weiter erläutern.

S. 266.

Sollen 794½ R ℓ mit ihrem einfachen Zinse a 5 pr. C. in 10 gleichen Terminen und jedesmal mit 100 R ℓ abgetragen werden, so ist der mittlere Zahlungstermin der auf diese Art ohne Zins terminweise abzutragenden 1000 R ℓ alsdann, wenn 794½ R ℓ durch den einfachen Zins a 5 pr. C. 1000 R ℓ geworden sind, und also nach 5,173 Jahren. Die Zahl der Jahre aller Termine ist also, weniger als 2 \times 5,173 Jahre, also etwa 10 Jahre, und die Termine selbst einjährige Termine, wovon die Richtigkeit aus dem obigen bekannt ist.

Da der mittlere Zahlungstermin noch nicht um die Hälfte eines Termins grösser ist, als die Hälfte der Zeit aller Termine, so läßt sich daraus beurtheilen, daß man, nachdem man die Zeit desselben doppelt genommen, auch weniger aus der Acht zu lassen habe, als nach der erforderlichen Division auf einen Termin kommt. Wird auf Zinseszins gesehen, so beträgt dies mehr, als wenn einfacher Zins gerechnet wird; ein Umstand, der auch bisweilen nützlich seyn kann, und aus der Berechnung des mittlern Zahlungstermins bekannt ist. Je
größer

größer endlich die Termine werden, desto größer ist auch der Ueberschuß der Zeit des mittlern Zahlungstermins über die Hälfte der Zeit aller Termine, so daß derselbe bey doppelt so grossen Terminen mehr denn noch einmal so groß ist, als bey den anfänglichen Terminen.

§. 267.

Sollen 773 Rth mit ihrem Zinseszins a 5 pr. C. auf die im vorhergehenden §. gedachte Art bezahlt werden, so ist der zu suchende mittlere Zahlungstermin 5,299 Jahre, die Zahl der Jahre aller Termine also weniger denn $2 \times 5,299$ Jahre, und folglich 10 Jahre, woher auch hier die Termine einjährige werden.

Gelegt, daß in den heppen betrachteten Exempeln die Anzahl der Termine und die in jedem zu bezahlende Summe abgemindert würden, in 5 Terminen z. B. in jedem 200 Rth abgetragen werden sollten, so könnte nach der Anmerkung des vorhergehenden §. am Ende die Zahl der Jahre aller Termine nicht mehr 10, und also die Termine nicht zweijährige Termine, sondern sie müßten um etwas kleiner seyn. Was sehr vieles kann es hier nicht seyn, das fällt in die Augen. Indes kann doch die Frage entstehen, wie findet man auch diesen Unterschied? Hierzu sind Versuche nöthig, die, je weiter man sie fortsetzt, auf etwas desto genauers führen. Man überlegt nemlich, ob bey den angenommenen Terminen die gegebene Summe nicht etwa zu groß oder zu klein sey. Ist das erstere, so nimmt man die Termine kleiner, ist aber das letztere, größer an, stellt darauf dieselbe Ueberlegung von neuem an, und fährt damit so lange fort, bis man die wahre Dauer der Termine gefunden hat.

§. 268.

§. 268.

Wichtiger als der vorhergehende ist der Fall, wenn außer dem Capitale, das in gleichen Terminen und in gleichen Summen mit seinem Zinse abgetragen werden soll und der Summe aller in den Terminen zu entrichtenden Theile noch die Dauer eines jeden Termins gegeben ist, und die Anzahl der Termine und die in jedem zu gebende Summe gefunden werden sollen. Wenn die Termine einjährige sind, wie sie bey wirklichen Aufgaben dieser Art es gewöhnlicher Weise sind, so erreicht man mit Hülfe solcher Tabellen, als §. 186 und §. 253 beschrieben worden sind, auf folgendem Wege bald seinen Endzweck. Man sucht, wie in dem vorhergehenden Falle, dividirt mit der Zahl der Termine ergiebt, die entrichtenden Theile, zu Quotienten so wohl als Hüne mit Hülfe der gegebenen in den folgenden Exempeln angewandt ist.

§. 269.

Es gehören hieher die Aufgaben, deren §. 268 gedacht worden ist, und wovon Florencourt dies Exempel giebt. A macht Concur; die Masse der Güter ist 773 R^r, die Summe der Schulden 1000 R^r. Hier

hat

334 1ter Abschn. Zinsrechnung.

hat zu fordern B 200 R ℓ , C 250 R ℓ , D 350 R ℓ , E 200 R ℓ , und genießen auch nach dieser Ordnung das Prioritätsrecht. Die Schuldner sollen so befriediget werden, daß die ältern Gläubiger zuerst, die jüngern zuletzt, alle aber mit der Zeit ihr Capital erhalten. Wird hiebei einfacher Zins zu 5 pr. C. gerechnet, so ist die Rechnung folgende.

Man sucht zunächst den mindern Zahlungstermin.

$$\begin{array}{r} 773 \quad 2000000 \quad | \quad 129,36 \\ 337431 \quad | \\ 22322 \\ 8281 \\ 797 \\ 35 \\ 2 \end{array}$$

5,87 Jahre.

nun mit 2, so erhält man 11,74 Jahre, und es sind also fürs erste 11½ Termine anzunehmen. Da nun 1000 R ℓ zu bezahlen sind, so kommt

$$\text{auf jeden ganzen Termin, } \frac{1000 \text{ R}\ell}{11\frac{1}{2}} = \frac{2000 \text{ R}\ell}{23} =$$

86,95 R ℓ , und auf den einen halben 43,475 R ℓ . Nach der Tabelle §. 253 muß man, um 11 Jahre hinter einander zu erhalten, folgende geben 8,550102, und da man, um

nach

Veränderte und getheilte Zahlungstermine. 335

nach $11\frac{1}{2}$ Jahre $\frac{1}{2}$ zu bekommen, 5 pr. C. gerechnet, 0,3174603 anlegen muß, so ist um 11 Jahre hinter einander 1, und nach $11\frac{1}{2}$ Jahre $\frac{1}{2}$ zu erhalten jetzt überhaupt zu geben 8,9075705. Um nun an statt 1 jedesmal 86,95 R ℓ zu bekommen, müßte man geben 8,90757 \times 86,95 R ℓ , d. h.

$$\begin{array}{r}
 8,90757 \\
 8695 \\
 \hline
 4453785 \\
 8016813 \\
 5344542 \\
 7126056 \\
 \hline
 7745132115 \text{ R}\ell
 \end{array}$$

So viel ist aber nicht da, und daraus erhellet, daß noch nicht Termine genug angenommen worden sind.

Man nehme also $11\frac{1}{2}$ Termine an. Die auf jeden Termin fallende Summe ist nun $\frac{1000 \text{ R}\ell}{11\frac{1}{2}} = \frac{8000 \text{ R}\ell}{58}$

$= 86,2$. Um 11 Jahre hinter einander aber jedesmal 86,2 R ℓ , und nach $11\frac{1}{2}$ Jahren $\frac{1}{2} \times 86,2 \text{ R}\ell$ oder 51,72 R ℓ zu erhalten, muß man jetzt geben $(8,59011 + 0,37974) \times 86,2$, also

8,96985

$$\begin{array}{r}
 8,9.6985 \\
 \underline{86,2} \\
 1793970 \\
 538,1910 \\
 7175880 \\
 \hline
 773,201070 \text{ Rk.}
 \end{array}$$

Da diese Summe noch zu groß ist, so kann man auf dem betretenen Wege noch weiter fortfahren. Man nehme also $11\frac{1}{2}$ Termine an. Nun wird die auf jeden Termin fallende Summe $\frac{1000 \text{ Rk.}}{11\frac{1}{2}} = \frac{4000 \text{ Rk.}}{47} = 85,106 \text{ Rk.}$

Um 11 Jahre hinter einander am Ende eines jeden Jahres $85,106 \text{ Rk.}$ und nach $11\frac{1}{2}$ Jahren $\frac{1}{2} \times 85,106 \text{ Rk.}$ oder $63,829 \text{ Rk.}$ zu erhalten, muß man jetzt geben $(8,59011 + 0,47244) \times 85,106 \text{ Rk.}$, oder

$$\begin{array}{r}
 9,06255 \\
 \underline{85,106} \\
 5437530 \\
 906255 \\
 4531275 \\
 7250040 \\
 \hline
 771,27738030 \text{ Rk.}
 \end{array}$$

Hier hätte man eine kleinere Summe, als wirklich da ist, und wenn die Umstände es rathen, so kann man diese letzten Resultate zum Grunde legen, und darnach die Verteilung einrichten. Soll aber genauer gerechnet werden, so

thut

Veränderte und getheilte Zahlungsstermine. 337

thut man besser, wenn man, nachdem man der wahren Bestimmung sich bis auf eine Kleinigkeit genähert hat, das noch fehlende durch die Verrückung des letzten Termins, ohne gleichwohl immer die in demselben zu bezahlende Summe zu verändern, ergänzt. Die Art davon soll so gleich gezeigt werden.

§. 270.

Nach der zwenten Bestimmung können

Jahren	nach die Gläu- biger	bekom- men	solches ist jetzt werth	könnten also jetzt erhalten
1	— B —	86,2 Rth	— 82,095 Rth	B 184,458 Rth
2	— B —	86,2 Rth	— 78,363 Rth	
3	— B —	27,6 Rth	— 24, Rth	
4	— C —	68,6 Rth	— 59,956 Rth	C 206,364 Rth
5	— C —	86,2 Rth	— 68,96 Rth	
6	— C —	19 Rth	— 14,615 Rth	
7	— D —	67,2 Rth	— 51,538 Rth	D 252,542 Rth
8	— D —	86,2 Rth	— 63,852 Rth	
9	— D —	86,2 Rth	— 61,571 Rth	
10	— D —	24,2 Rth	— 59,448 Rth	E 229,636 Rth
11	— E —	41,333 Rth	— 16,133 Rth	
11 $\frac{7}{10}$	— E —	86,2 Rth	— 41,333 Rth	
11 $\frac{7}{10}$	— E —	51,8 Rth	— 32,700 Rth	
Summe		1000 Rth	— 773 Rth.	

Es ist hier die letzte Summe 51,8 Rth angenommen worden, weil vorher die Tausendtheile nicht mitgerechnet worden sind.

und sonst nicht wirklich 1000 R ℓ vertheilt worden wären. Leicht ist übrigens, wenn es nöthig ist, vom Anfang an die in jedem Termine zu bezahlenden Summen, auf so viel Decimalsstellen, als man will, zu rechnen.

Die Zeit des letzten Termins findet man auf folgende Art. Wenn man den jetzigen Werth aller vorhergehenden Termine bestimmt hat, so ist es durch Abziehung der Summe derselben von dem vorhandenen Capitale leicht, den jetzigen Werth des letzten Termins zu finden. In dem betrachteten Exempel ist die gedachte Summe 740,3 R ℓ , und der jetzige Werth des letzten Termins also 773 R ℓ weniger 740,3 R ℓ , d. h. 32,7 R ℓ . Hat man nun den jetzigen Werth des letzten Termins, und zugleich die darin zu bezahlende Summe, so findet man leicht die Zeit, in welcher jener zu dieser durch den Zins anwachsen kann, und dies ist die Zeit des letzten Termins. Im Exempel sollen in dem letzten Termin 51,8 R ℓ gegeben werden. Man dividirt also

0,527

$$\begin{array}{r} 51,8 \overline{) 158,4} \\ \underline{259} \\ 24798 \\ \underline{3333} \\ 222 \end{array}$$

und der letzte Termin fällt also nach $\frac{58,4}{5} = 11,7$ Jahren.

Die Rechnungen im vorhergehenden §. brauchen nicht immer mit so vielen Zahlen angestellt zu werden, als es daselbst wirklich geschehen ist.

§. 271.

Wird aber

b. (f. §. 269) Zinseszins gerechnet; so findet man auf demselben Wege, nur daß man allenthalben Zinseszins voraussetzen muß, 10 einjährige Termine, und eine der §. 269 angestellten ähnliche Probe rechtfertiget dies gefundene als das wahre. Es sind indeß nicht alle Aufgaben so leicht, und ich will daher von dem Falle, wenn Zinseszins gerechnet wird, noch das Exempel berechnen, welches Florencourt berührt, aber auf eine andere Art zu berechnen gelehrt hat. Es sollen 4000 R ℓ mit ihrem Zinseszins zu 5 pr. C. in jährigen Terminen und so bezahlt werden, daß die Summe aller in den Terminen abgetragenen Theile 6000 R ℓ ist; es wird gefragt wie viel Termine statt finden? Man sucht zuvörderst den mittlern Zahlungstermin. Es ist

$$\text{L. } 6000 = 3,7781512 \text{ und}$$

$$\text{L. } 4000 = 3,5020590, \text{ also}$$

$$\text{L. } 6000 - \text{L. } 4000 = 0,1760912, \text{ und}$$

$$\frac{\text{L. } 6000 - \text{L. } 4000}{\text{L. } \frac{1}{10}} = \frac{1760912}{211893} = 8,3 \dots$$

Der mittlere Zahlungstermin ist also nach 8,3 Jahren und die Zahl aller Termine über 16. Nimmt man 16 an, so ist die in jedem Termine abzutragende Summe 6000 R ℓ .

16

N 2

= 375

= 375 R ℓ . Um aber 375 R ℓ 16 Jahre nach einander zu erhalten, muß man jetzt geben

$$\begin{array}{r}
 375 \text{ R}\ell \times 10,83776 \\
 \hline
 5418880 \\
 7586432 \\
 3251328 \\
 \hline
 \end{array}$$

4064,16000 R ℓ , und 16 Termine sind also zu wenig. Nimmt man 17 an, so ist die in jedem Termine abzutragende Summe $\frac{6000 \text{ R}\ell}{17}$ =

353 R ℓ . Um nun 16 Jahre hinter einander am Ende eines jeden Jahres 353 R ℓ zu bekommen, muß man jetzt geben

$$\begin{array}{r}
 353 \text{ R}\ell \times 10,83776 \\
 \hline
 3251328 \\
 5418880 \\
 3251328 \\
 \hline
 \end{array}$$

3825,72928 R ℓ , und es bleibe also für den jetzigen Werth des letzten Termins 4000 R ℓ — 3825,72 R ℓ oder 174,28 R ℓ . Diese 174,28 R ℓ aber brauchen noch keine 16 Jahre, um zu 353 R ℓ durch den Zinseszins anzuwachsen, und es kann also auch bei dieser Annahme noch nicht bleiben. Da also die Summe, die für den letzten Termin gerechnet worden, zu groß ist,

Veränderte und gestellte Zahlungsstermine. 341

Ist, so rechne man für jeden der 16 ersten Termine etwas mehr z. B. 358 R ℓ . Um diese 16 Jahre hinter einander am Ende eines jeden Jahres zu erhalten, muß man jetzt geben $358 \text{ R}\ell \times 10,83776 = 3879,9$ oder 3880 R ℓ , und es bleiben also für den jetzigen Werth des letzten Termins 120 R ℓ übrig. In dem letzten Termine aber müssen noch bezahlt werden 6000 R ℓ weniger $16 \times 358 \text{ R}\ell$ oder 272 R ℓ , und der letzte Termin ist also, wenn 120 R ℓ durch den Zinseszins zu 5 pr. C. zu 272 R ℓ angewachsen sind. Da nun

$$\text{L. } 272 = 2,4345689, \text{ und}$$

$$\text{L. } 120 = 2,0791812, \text{ also}$$

$$\text{L. } 272 - \text{L. } 120 = 0,3553877, \text{ und}$$

$$\frac{3553877}{211893} = 16\frac{2}{3}; \text{ so ist die Zeit des letzten Termins nach } 16\frac{2}{3} \text{ Jahren.}$$

Der Vortheil des betretenen Weges vor dem, den Florencourt vorschlägt, besteht darin, daß man einmal die Zahl der Termine leichter findet, und zweitens so genau rechnen kann, als man will. Daß übrigens der letzte Termin den vorübergehenden so wohl in Ansehung der Zeit als der darin zu bezahlenden Summe, wenn genau gerechnet werden soll, nicht immer gleich seyn könne, fällt nach einer kurzen Betrachtung der Natur der Sache in die Augen.

§. 272.

Endlich ist noch der Fall übrig, wenn ein Capital mit seinem Zinseszins, (denn auch einfachen Zins hier

anzunehmen wäre überflüssig, da durch denselben in diesem Falle, zu grosse Bervorteilung entsteht) in gleichen Summen und einjährigen Terminen wieder gegeben werden soll, die jährlich abzutragende Summe bestimmt ist, und gefragt wird, nach wie viel Jahren das Capital verzehrt seyn werde? Z. B. Einer hat 100000 R ℓ zu 5 pr. C. ausstehen; braucht aber alle Jahr zu seinem Unterhalte 6000 R ℓ , welches mehr ist, als der Zins von 100000 R ℓ , so nur 5000 R ℓ beträgt, daher das Capital immer kleiner wird. Nun ist die Frage, nach wie viel Jahren dasselbe verschwinden werde? Die Grösse, die ein Capital, das auf Zinseszins zu 5 pr. C. aussteht, und wovon alle Jahr eine gewisse Summe weggenommen wird, nach einer bestimmten Anzahl von Jahren noch hat, findet man, wenn man die Differenz zwischen dem anfänglich angelegten Capitale und der jährlich davon weggenommenen Summe zwanzigmal genommen mit dem Anzeiger $\frac{1}{2}$ in der Dignität, deren Exponent der Zahl der Jahre gleich ist, multiplicirt; und zu dem resultirenden Producte die jährlich weggenommene Summe zwanzigmal genommen addirt. Wollte man z. B. wissen, wie groß in dem Exempel das Capital nach 10 Jahren seyn werde, so müßte man diesen Ausdruck entwickeln

(100000

$$(100000 \text{ R}_\text{L} - 20 \times 6000 \text{ R}_\text{L}) \times \frac{21^{10}}{20^{10}} + 20 \times 6000 \text{ R}_\text{L}$$

$$\text{oder } 20000 \text{ R}_\text{L} \times \frac{21^{10}}{20^{10}} + 20 \times 6000 \text{ R}_\text{L}$$

$$\text{oder } 120000 \text{ R}_\text{L} - 20000 \text{ R}_\text{L} \times \frac{21^{10}}{20^{10}} \quad (\text{f. S. 125}).$$

Dividirt man also das jährlich weggenommene Capital zwanzigmal genommen mit der Differenz zwischen dem anfänglich angelegten Capitale und der jährlich davon weggenommenen Summe zwanzigmal genommen, so erhält man den Anzeiger $\frac{21}{20}$ in der Dignität, deren Exponent die Zahl der Jahre gleich ist, nach welchen das Capital gänzlich verschwindet; denn es ist in diesem Fall das zwanzigfache des jährlich weggenommenen Capitals der Differenz hier zwischen und dem anfänglich angelegten Capitale, wenn man selbige mit dem Anzeiger $\frac{21}{20}$ in der erforderlichen Dignität multiplicirt hat, gleich. In dem Exempel ist also 6 gleich $\frac{21}{20}$ in der Dignität, deren Exponent die Zahl der Jahre ist, nach welchen das Capital verschwindet. Da man also, wenn man diesen Exponenten weiß, auch die gesuchte Zahl der Jahre kennt, so darf man auch ihn nur suchen. Man findet ihn, wie bekannt, auf folgende Art. Es ist

L. 6 $\approx 0,7781513$, und also

$$\frac{\text{L. 6}}{\text{L. } \frac{21}{20}} = \frac{7781513}{211893} = 36\frac{3}{4} \text{ fast } 36\frac{1}{4}.$$

Nach 36 $\frac{1}{2}$ bis 35 $\frac{1}{2}$ Jahren ist also das ganze Capital verzehret.

Dieses Beispiel ist aus Eulers Anleitung zur Algebra S. 273 genommen.

Wird das Capital zu einem andern pr. C. verzinst, so kann man nach dem 12ten §. leicht finden, wie die vorangehende Auflösung abgeändert werden müsse, um das verlangte zu entwickeln.

§. 273.

Es wird Zeit, von der Veränderung der Zahlungstermine, in dem §. 238 angenommenen Verstande zu reden. Es kann aber dieses nach dem bisherigen mit wenigem geschehen, indem alle zu gebende Regeln darauf hinauslaufen, daß man jedesmal zuvörderst den jetzigen Werth der in veränderten Zahlungsterminen zu entrichtenden Summe aus den gegebenen Stücken entwickeln, und dann nach den erklärten Regeln das verlangte suchen müsse. Gelegt, daß jemand einem andern 2000 R ℓ in 20 einjährigen Terminen und gleichen Summen doch ohne Zins zu bezahlen versprochen hätte, und hinterher die Erlaubniß erhielte, dieselben in 10 zweijährigen Terminen und ebenfalls in gleichen Summen abtragen zu dürfen; so müßte man zuvörderst den jetzigen Werth der in 10 einjährigen Terminen zu bezahlenden 1000 R ℓ suchen, und dann nach §. 242 u. f. verfahren. Sollte nach einfachem Zinse gerechnet werden, so wäre der gedachte

jetzige

jetzige Werth 794½ R fl . - Dividirt man denselben mit 6,6877, als der Summe von $\frac{12}{21} + \frac{5}{21} + \frac{12}{21} + \frac{5}{21} + \frac{5}{21} + \frac{12}{21} + \frac{5}{21} + \frac{12}{21} + \frac{5}{21}$; so erhält man 118,8 R fl , welche in jedem Termine zu geben sind. Sollte hingegen nach Zinseszins gerechnet werden, so wäre der jetzige Werth 772,173 R fl , und diesen müßte man, um daraus die in jedem der veränderten Terminen zu bezahlende

Summe zu finden, mit $\frac{\frac{20^{22}}{21^{22}} - \frac{20^2}{21^2}}{\frac{20^2}{21^2} - 1}$ dividiren. Da nun

$$\frac{20^{22}}{21^{22}} = 1,5338354, \text{ und also}$$

$$\frac{20^{22}}{21^{22}} = 0,34185; \text{ ferner}$$

$$\frac{20^2}{21^2} = 1,9576214, \text{ und also}$$

$$\frac{20^2}{21^2} = 0,90703; \text{ so ist}$$

$$\frac{\frac{20^{22}}{21^{22}} - \frac{20^2}{21^2}}{\frac{20^2}{21^2} - 1} = 0,56518, \text{ und}$$

$$\frac{20^2}{21^2} - 1 = 0,09297. \text{ Man hat also}$$

noch zu rechnen nach

$$\frac{9297}{56518} \times 772,173 \text{ R\ddot{e}}. \quad \text{Da nun}$$

$$\therefore \text{£. } 772,173 = 2,8877146, \text{ und}$$

$$\text{£. } 9297 = 3,9683428, \text{ also}$$

$$\text{£. } 772,173 + \text{£. } 9297 = 6,8560574, \text{ und ferner}$$

$$\text{£. } 56518 = 4,7521868; \text{ so ist}$$

$$\text{£. } 772,173 + \text{£. } 9297 = \text{£. } 56518 = 2,1038706, \text{ und die in jedem Termine zu bezahlende Summe also } 127,019 \text{ R\ddot{e}}.$$

Diese letzte Summe hat auch Florencourt; anstatt der Summe 118,8 R\ddot{e} aber, S. 345 bringt er 112,643 R\ddot{e} heraus, denn 112,6403 R\ddot{e} ist ein Druckfehler. Dieser Unterschied rührt daher, weil Florencourt auch hier die §. 161 berührte Voraussetzung annimmt und anwendet.

§. 274.

Der einzige Fall, der besonders zu berühren sein könnte, wäre der, wenn zu dem Gelde, das bereits da ist, noch eine neue Summe gelegt wird, oder gelegt werden soll. Es entsteht dabei entweder die Frage, wie viel nach dem Zuschusse einer gewissen Summe in den bestgesetzten Terminen gegeben werden müsse? oder, wie viel man zuschiessen müsse, um in jedem Termine eine bestimmte Summe zu erhalten? Von der ersten Art ist die Frage: Wie viel muß jedesmal gegeben werden, wenn 2000 R\ddot{e}, die über 3 Jahr fällig sind,

Veränderte und getheilte Zahlungstermine. 347

sind, und unterdeß mit 2 pr. C. verzinst werden, und 500 Rth. die nach einem Jahre dazu gelegt werden, in 10 zweijährigen Terminen mit ihren Zinsen und in gleichen Summen, abgetragen werden sollen? Es muß indeß auch hier, es mag nach Zinseszins gerechnet werdender Summen, bestimmt, und herigen weiter gerechnet werden, der Fall nun keiner weiscläufigen 6te der 2ten Art ist: Es genießt 20 Jahre hindurch jährlich 60 aber jetzt so viel Capital anleg Einkünften jährlich 150 Rth. Einkommens habe. Wie viel hat er zuzuschießen? Man sieht bald, daß es hier nur auf die Bestimmung des jetzigen Werthes eines Capitals ankomme, das nach 5 Jahren 20 Jahre hindurch jedesmal mit 90 Rth. abgetragen werden soll. Da die dazu zu befolgenden Regeln bereits vorgetragen worden sind, so wäre es daher überflüssig, bei diesem Falle zu verweilen. —

§. 275.

Mehrere von den in der Betrachtung der getheilten und veränderten Zahlungstermine aufgeworfenen Fragen betreffen nicht so wohl eine gewisse Zeit, als gewisse Summen Geldes, und hätten also eben so gut
in

in der Zinsrechnung im eigentlichen Verstande und in der Rabattrechnung abgehandelt werden können, und der einen ist daher auch in der gemeinen Rabattrechnung §. 166 Erwähnung gethan worden. Gut ist es indeß immer, daß die getheilten und veränderten Zahlungstermine besonders betrachtet werden, und es ist daher auch hier solches geschehen. Uebrigens hat der eingeschlagene Weg, bey der Bestimmung der veränderten und getheilten Zahlungstermine jedesmal vor allen Dingen das vorkommende Capital auf seinen jetzigen oder wahren Werth zu reduciren, den Vortheil, daß dadurch eine Menge von Abtheilungen der möglichen Fälle, vergleichen man in Lingers Beiträgen finden kann, ganz und gar nicht gemacht zu werden brauchen.

Rechnungen.

beim

antichretischen Vertrage.

§. 276.

Es geschieht bisweilen, daß ein Schuldner seinem Gläubiger eine nußbare Sache übergiebt, theils um denselben wegen des ihm geliehenen Capitals zu sichern, theils den dafür schuldigen Zins durch Ueberlassung des Ertrags jener Sache abzutragen. Besitzer von Landgütern z. B. nehmen ein Capital auf, und treten dagegen auf eine Zeitlang eins ihrer Güter an ihren Gläubiger ab. Ein solcher Vertrag heißt ein antichretischer Vertrag, und weil der Ertrag der verpfändeten nußbaren Sache nicht immer dem Zinse gleich seyn kann, den das aufgenommene Capital trägt; so muß der Gläubiger, wenn der gedachte Ertrag sich höher beläuft, als der zu fordernde Zins, vorausgesetzt, daß gesetzwidrige Vervortheilung verhütet werden soll, sich den Ueberschuß vom Capitale selbst abrechnen lassen. Der antichretische Vertrag macht daher verschiedene Berechnungen nothwendig, und wie dieselben anzustellen seyn, soll nunmehr gezeigt werden.

Es lassen sich bey einem antichretischen Vertrage drey Fälle gedenken; der Ertrag der verpfändeten nutzbaren Sache ist entweder dem Zins des dagegen geliehenen Capitals gleich, oder grösser oder kleiner als derselbe. Wenn der Ertrag der verpfändeten nutzbaren Sache dem Zins des dagegen geliehenen Capitals gleich ist, so fällt in die Augen, daß keine Rechnung nöthig sey, und daß, es dauere der Vertrag so lange als er wolle, der Gläubiger sein volles Recht an dem geliehenen Capitale, und der Schuldner gleiches Recht an der dafür verpfändeten Sache behalte. Wenn der Ertrag des Gutes geringer ist, als der Zins des dafür aufgenommenen Capitals, so wird die Schuld von Zeit zu Zeit grösser und grösser, und es kann nach einiger Zeit der Schuldner das aufgenommene Capital ganz schuldig seyn, und sein Recht an der übertragenen nutzbaren Sache ebenfalls verloren haben. Wenn endlich der Ertrag der verpfändeten nutzbaren Sache grösser ist als der Zins des dafür geliehenen Capitals, so tritt der im § gedachte Fall ein, und auf diesen ist hier allein zu sehen, theils, weil der zweyte selten statt findet, und, wenn er sich ereignet, die dabey nöthigen Berechnungen auf eine ähnliche Art als bey dem dritten Falle geführt werden müßten.

§. 277.

Hat ein Gläubiger von seinem Schuldner für das ihm geliehene Capital eine nutzbare Sache zu seinem Gebrauche erhalten, von welcher er mehr Vortheil ziehen kann, als der Zins dieses Capitals beträgt; so entstehen dabey vorzüglich zwey Fragen: Wie viel muß nach
einer

einer bestimmten Zeit von dem geliehenen Capitale wegen des genossenen Ueberschusses abgezogen werden? ist die eine, und die andere: Wie lange kann der Gläubiger die nutzbare Sache behalten, wenn er dem Schuldner die ganze geliehene Schuld lassen will? Andere weniger wichtige Fragen sollen unten berührt werden. Hiebei ist nun vor allen Dingen nöthig, daß der jährliche Ertrag der verpfändeten nutzbaren Sache ausgemacht sey; indeß sieht ein jeder von selbst ein, daß die Art, denselben auszumitteln hieher nicht gehöre, sondern hier jedesmal als bekannt vorausgesetzt werden müsse. In der Folge erst kann von dieser Art Rechnungen geredet werden.

§. 278.

Nun finde der Fall statt, den auch Unger in seinen Beiträgen in der Abhandlung von der Liquidationsrechnung, denn unter diesem Titel hat er die Rechnungen beim antichretischen Vertrage abgehandelt, und Langsdorf in der Fortsetzung der Erläuterungen über die Kästnerische Analysis endlicher Grössen berühren: Es nehme jemand 1000 R ℓ a 5 pr. C. auf, und gebe dagegen ein Pfand, das jährlich 80 R ℓ erträgt. Wird hier erstlich gefragt, wie viel z. B. nach 5 Jahren der Schuldner wieder zu bezahlen, oder der Gläubiger zu fordern habe; so kann man entweder sagen, der Gläubiger habe jedes Jahr 30 R ℓ mehr erhalten, als er zu fordern gehabt; und

und der Schuldner habe ihm daher 150 R ℓ abzuziehen, oder in allem 850 R ℓ wieder zu geben; oder man kann, um den am ersten sich darbietenden Weg zu wählen, rechnen: Der Schuldner nimmt auf zu 5 pr. C.

1000 R ℓ . Nach einem Jahre
kommen dazu 50 R ℓ Zins, und

gehen ab 80 R ℓ jährlicher Ertr. des Pfandes

und es bleiben also 970 R ℓ . Nach 2 Jahren

kommen dazu 48,5 R ℓ Zins, und

gehen ab 80 R ℓ jährl. Ertrag des Pfandes.

Es bleiben also 938,5 R ℓ . Nach 3 Jahren.

kommen dazu 46,925 R ℓ Zins, und

gehen ab 80 R ℓ jährl. Ertrag des Pfandes.

Es bleiben also 905,425 R ℓ . Nach 4 Jahren

kommen dazu 45,27125 R ℓ Zins, und

gehen ab 80 R ℓ jährl. Ertrag des Pfandes.

Es bleiben also 870,69625 R ℓ . Nach 5 Jahren

kommen dazu 43,5348125 R ℓ Zins, und

gehen ab 80 R ℓ jährl. Ertrag des Pfandes.

Es bleiben also 834,2310625 R ℓ , und so viel und nicht mehr muß der Schuldner nach dieser Rechnung herausgeben, um wieder zu dem völligen Besitze seines Pfandes zu gelangen. Es findet sich also hier ein Unterschied von beynähe 16 R ℓ , und es wird derselbe immer grösser,

je grösser die Anzahl der Jahre angenommen wird, wie man bald sieht, wenn man nur das gegenwärtige Exempel mit Aufmerksamkeit betrachtet.

Es ist der Bequemlichkeit wegen mit zehntheligen Brüchen gerechnet worden. Man kann solches, so oft man es bequem findet, thun, und am Ende leicht den Decimalbruch in \mathcal{R} und \mathcal{S} verwandeln.

§. 279.

Wird aber Jemandens gefragt, ob er das Pfand behalten könne, um den Ueberschuß des Ertrags desselben über den geliehenen Capital nach und nach sein ganzes Capital zu erhalten? so kann man entweder sagen: so viel Jahre als vielmahl $30 \mathcal{R}$ in $1000 \mathcal{R}$ enthalten sind, das heißt $33\frac{1}{3}$ Jahr; oder man betrachtet diesen Fall als gleich mit folgendem: Es giebt jemand einem andern jährlich $30 \mathcal{R}$, bis diese jährliche Summen, ihren Zinseszins zu 5 pr. C. mitgerchnet, $1000 \mathcal{R}$ ausmachen; es wird gefragt, wie lange solches geschehe? In diesem Falle müssen $1000 \mathcal{R}$ gleich seyn $20 \times 30 \mathcal{R}$ multiplicirt mit $\frac{2}{5}$ in der Dignität, deren Exponent der Zahl der Jahre gleich ist, weniger $20 \times 30 \mathcal{R}$, oder $1600 \mathcal{R}$ müssen gleich seyn $600 \mathcal{R}$ multiplicirt mit $\frac{2}{5}$ in der Dignität, deren Exponent der Zahl der Jahre gleich ist. Daraus fließt, daß $\frac{1600}{5}$ gleich sey $\frac{2}{5}$ in der gedachten Dignität, und

3

also

also $\frac{\text{£. 1600} - \text{£. 600}}{\text{£. } \frac{21}{20}}$ gleich der Zahl der gesuchten Jahre. Nun ist

$$\text{£. 1600} = 3,2041200, \text{ und}$$

$$\text{£. 600} = 2,7781512, \text{ also}$$

$$\text{£. 1600} - \text{£. 600} = 0,4259688, \text{ und}$$

$$\frac{\text{£. 1600} - \text{£. 600}}{\text{£. } \frac{21}{20}} = \frac{4259688}{211893} = 20,103 \dots$$

und es giebt also diese Rechnung nicht mehr als 20 Jahr und etwas über 5 Wochen an. Welch ein Unterschied zwischen diesem und dem vorhergehenden Resultate!

§. 280.

Betrachtet man nun die Fälle §. 278 und 279 genauer, so sieht man bald, daß sich die davon gegebene zweifache Auflösung durch nichts anders unterscheidet, als daß entweder von dem Ueberschusse des jährlichen Ertrags über den Zins des dafür geliehenen Capitals weiter kein Zins in Anschlag gebracht wird, oder daß solches geschieht. Wenn jenes ist, so findet man das verlangte, indem man nach der gemelnen Zinsrechnung oder der gemeinen Rabattrechnung rechnet; ist aber dies, so findet man es, wenn man die Zinseszinsrechnung oder die doppelte Rabattrechnung anwendet. Die wichtigste Frage ist daher hier: Wie sind die Rechnungen beim antichretischen Vertrage zu führen, nach der gemeinen Zins-

Zins- und Rabattrechnung, oder nach der Zinseßzinsrechnung und doppelten Rabattrechnung? denn das übrige nöthige ist fast nichts weiter als eine Zurückweisung auf die eben genannten Rechnungen.

§. 281.

Polack vertheidigt in dem schon öfters angeführten Werke in der Abhandlung vom Pacto antichretico die Art, woben man bloß den jährlichen Ueberschuß des Ertrags des Pfandes über den Zins des dagegen geliehenen Capitals in Anschlag bringt, oder woben man nach der gemeinen Zinsrechnung rechnet; und führt dabei die gleiche Meinung behauptende Inauguraldissertation des Herrn D. Moser an, welche den Titel führt: *Rationem computationis fructuum ex pacto antichretico perceptorum in foro receptam nec juri nec æquitati convenire*, und zu Helmstädt unter dem Vorfize des Herrn Prof. Eisenhardts gehalten worden ist. Seine Meinung ist: Es exercite bey der andern Art zu rechnen der Schuldner gegen seinen Gläubiger im höchsten Grade *usurariam pravitatem*, wo Zins auf Zins gehäuft, und dem Gläubiger sein auf einmal gezahltes Capital und noch dazu *per partialissimam solutionem* zu Wasser gemacht werde u. s. w. und wenn man bey dieser Rechnung bleiben wolle, so

würde sich gewiß künftig kein so einfältiger antichretischer Gläubiger mehr finden, und das ganze antichretische pactum aus der Welt proscribiret werden. Unger hingegen, Langsdorf und Florencourt empfehlen diese andere Art, und ohnstreitig mit Recht. Ich will ihre Gründe, wiewohl mit einigen Veränderungen und Zusätzen, anführen.

§. 281.

Die Gesetze verbieten den Zinseszins, und es kann daher in Gerichten keine Rechnung anwendbar seyn, welche in der That voraussetzt, daß der Gläubiger Zinseszins erhalte; auch ist die Unterscheidung in erlaubten und unerlaubten Zinseszins in solchen Fällen gar nicht zu gebrauchen. Geben aber auf diese Art die Gesetze dem Schuldner das Recht, seinem Gläubiger Zinseszins zu versagen, so hat dieser dagegen das Recht, von seinem Schuldner den fälligen Zins zur rechten Zeit zu verlangen, und insbesondere, wenn Abrechnung gehalten wird, wie beim antichretischen Vertrage. Würde dabei zwischen dem Gläubiger und Schuldner verabredet, daß der jährliche Ueberschuß des Ertrags des Pfandes über den Zins des dagegen geliehenen Capitals nicht von Jahr zu Jahr, sondern erst nach einer bestimmten Zeit von diesem Capitale abgezogen werden sollte, so wäre aller Streit gehoben; so lange das aber nicht ist, so kann allerdings den Gesetzen gemäß

gemäß der Schuldner verlangen, daß der jährliche Ueberschuß des Ertrags seines Pfandes auch jährlich, oder sobald derselbe wirklich da ist, von dem geliehenen Capitale abgezogen werde. Oder sollte etwa der Umstand eine Aenderung verursachen, daß der Gläubiger auf diese Art sein auf einmal gegebenes Capital in kleinen Summen nach und nach wieder erhält? Dies ist allerdings eine Unbequemlichkeit für den Gläubiger; allein wird er sich wohl zu einem antichretischen Vertrage entschließen, wenn daraus für ihn beträchtlicher Nachtheil entstehen kann? und ist er im Stande die nutzbare ihm verpfändete Sache höher auszubringen, als sie ihm angeschlagen ist, wie das oft der Fall seyn kann, so muß man diesen Vortheil doch dagegen auch in Anschlag bringen. Streitet also das nicht mit den Gesetzen, sondern stimmt es vielmehr mit denselben überein, daß der Ueberschuß des jährlichen Ertrags des Pfandes über den Zins des dagegen geliehenen Capitals, so oft er da ist, d. h. jährlich, von dem Capitale abgezogen werde, und findet dabei keine *usuraria pravitatis* statt; so kann man, ohne dem Gläubiger zu nahe zu treten, die Rechnungen beim antichretischen Vertrage nach den Regeln der Zinseszinsrechnung führen, indem dieselben, nur auf eine kürzere Art, zu eben dem Resultate führen, wozu der weitläufige §. 278 eingeschlagene Weg, der durch das bisherige gerechtfertiget wird, leitet.

§. 283.

Um diese letzte Behauptung noch mit wenigen zu erläutern, so betrachte man den §. 278 durchgenommenen Fall. Der Schuldner rechnet daselbst seinem Gläubiger von dem aufgenommenen 1000 R ℓ ab

das 1te Jahr	—	30 R ℓ
— 2te —	—	31,5 R ℓ
— 3te —	—	33,075 R ℓ
— 4te —	—	34,72875 R ℓ
— 5te —	—	36,4651875 R ℓ , und in

allem also 165,7689375 R ℓ , so daß er ihm nach 5 Jahren wiedergiebt 834,2310625 R ℓ . Der Gläubiger erhält also von seinen 1000 R ℓ eigentlich an Zins

das 1te Jahr	—	50 R ℓ
— 2te —	—	48,5 R ℓ
— 3te —	—	46,925 R ℓ
— 4te —	—	45,27125 R ℓ
— 5te —	—	43,5348125 R ℓ . Dies

heißt aber im Grunde eben so viel, als: Der Schuldner rechnet seinem Gläubiger, als wenn er ihm den Ueberschuß des Ertrags des Pfandes auf Zinseszins liehe; eigentlich giebt er ihm nur von Jahr zu Jahr weniger Zin-
teressen, weil sich das Capital immer mehr und mehr ver-
mindert, und der Ueberschuß des jährlichen Ertrags des
Pfandes

Pfandes wird immer grösser und grösser, weil der Ertrag des Pfandes selbst unverändert bleibt.

§. 284.

Will man sich hievon auf eine allgemeinere Art überzeugen; so überdenke man folgende Tabelle. Der Schuldner hat

	von dem gelieh.	gibt da=	zieht also von dem
Jahre,	Capitale,	von Zins	gel. Capitale ab
1.	das ganze Capital	$\frac{1}{20}$	den ganzen Uebersch.
2.	das Cap.—1 Ueberschuß	$\frac{1}{20}$	$\frac{21^1}{20}$ des Ueberschusses
3.	das Cap.— $\frac{21}{20}$ d. Uebersch.	$\frac{1}{20}$	$\frac{21^2}{20^2}$ des Ueberschusses
4.	das Cap.— $\frac{21^2}{20^2}$ d. Uebersch.	$\frac{1}{20}$	$\frac{21^3}{20^3}$ des Ueberschusses
5.	das Cap.— $\frac{21^3}{20^3}$ d. Uebersch.	$\frac{1}{20}$	$\frac{21^4}{20^4}$ des Ueberschusses
6.	das Cap.— $\frac{21^4}{20^4}$ d. Uebersch.	$\frac{1}{20}$	$\frac{21^5}{20^5}$ des Ueberschusses
7.	das Cap.— $\frac{21^5}{20^5}$ d. Uebersch.	$\frac{1}{20}$	$\frac{21^6}{20^6}$ des Ueberschusses
8.	das Cap.— $\frac{21^6}{20^6}$ d. Uebersch.	$\frac{1}{20}$	$\frac{21^7}{20^7}$ des Ueberschusses
u. f. w.			

§. 285.

Gesetzt, daß man nach einfachem Zinse rechnen wollte, so würde dem Schuldner bloß der Ueberschuß zu gute gerechnet, auf die Zeit aber, wo er denselben jedesmal eigentlich hätte erhalten sollen, ganz und gar nicht Rücksicht genommen. Hier ist also die Verbortheilung offenbar, und sie ist um so viel grösser, je grösser einmal der Ueberschuß des jährlichen Ertrags des Pfandes über den Zins des dafür geliehenen Capitals ist, und zweitens, je länger der antichretische Vertrag dauert. In dem Exempel §. 278 wird also der Schuldner fast um 16 R ℓ , und in dem §. 279 um 13 Jahre, d. h. 13×80 R ℓ oder 1040 R ℓ verborthellt.

Aus dem bisherigen erhellet auch, warum oben bey der Berechnung der Zeit, in welcher ein Capital, wovon jährlich mehr, als der Zins beträgt, genommen wird, gänzlich verschwindet, behauptet worden ist, daß man dabey ganz und gar nicht nach einfachem Zinse oder Rabatte rechnen müsse.

§. 286.

Nunmehr ist es leicht, für die wichtigsten Fälle der Rechnungen beim antichretischen Vertrage Regeln vorzusetzen, indem dieselben keine andere sind, als die Regeln der Zinsrechnung und doppelten Rabattrechnung, höchstens mit einigen geringen Veränderungen. Ist

a der jährliche Ertrag des nutzbaren Pfandes
 stets

stets derselbe, und soll bestimmt werden, wie viel der Gläubiger nach einer gegebenen Anzahl von Jahren von dem geliehenen Capitale wieder erhalten könne; so hat man nur nöthig zu berechnen, wie viel der jährliche Ueberschuß des Ertrags des Pfandes über den Zins des geliehenen Capitals bis zu dieser Zeit mit dem Zinseszins betrage, und diese Summe von dem geliehenen Capitale abzuziehen. Das Exempel S. 278 bezubehalten, so beträgt der jährliche Ueberschuß des Ertrags des Pfandes bis nach dem 5ten Jahre mit dem Zinseszins zu 5 pr. C.

$$30 \text{ R} \times \left(\frac{21^4}{20^4} + \frac{21^3}{20^3} + \frac{21^2}{20^2} \frac{21}{20} + 1 \right), \text{ oder}$$

$$30 \text{ R} \times \left(20 \times \frac{21^5}{20^5} - 20 \right), \text{ oder}$$

$$20 \times \frac{21^5}{20^5} \times 30 \text{ R} - 20 \times 30 \text{ R. (S. S. 122 u. f.)}$$

Da nun

$$1. 20 = 1,3010300,$$

$$1. \frac{21^5}{20^5} = 0,1059465, \text{ und}$$

$$1. 30 = 1,4771212, \text{ also}$$

$$1. 20 \times \frac{21^5}{20^5} \times 30 = 2,8840977, \text{ und}$$

$$20 \times \frac{21^5}{20^5} \times 30 = 765,7689. \text{ Hieron}$$

20 \times 30 oder 600, abgezogen, so

kommen 165,7689 R., und der

3 1

Schuld-

Schuldner muß also seinem Gläubiger 1000 R ℓ — 165,7689 R ℓ , d. h. 834,2311 R ℓ herausgeben.

§. 287.

Soll hingegen die Zeit bestimmt werden, nach deren Verlauf der Gläubiger das Pfand wieder herausgeben muß, ohne etwas von seinem Capitale wieder zu erhalten; so reducire man das Pfand auf Capital, d. h. setze dafür ein Capital, das so viel Zins trägt, als der Ertrag des Pfandes ist, und suche den Logarithmen davon auf. Ferner ziehe man das geliehene Capital von dem reducirten Pfande ab, suche davon ebenfalls den Logarithmen, und ziehe denselben von dem zuvor gedachten Logarithmen ab. Endlich dividire man den gefundenen Rest durch den Logarithmen des Anzeigers der Capitalsveränderung zur Findung der durch den einfachen Zins vermehrten Summe. Der Quotient zeigt die Zahl der Jahre an, nach welchen der Gläubiger das Pfand herauszugeben verbunden ist. Da bereits §. 279 nach dieser Regel gehandelt worden ist, so wäre es überflüssig, noch ein anderes Exempel herzusetzen.

§. 288.

Ist aber

- b (s. §. 286) der jährliche Ertrag des Pfandes nicht gleich; so giebt es auch keinen verkürzten Weg zu dem Ziele, das man alsdann sich vorsehen kann, sondern man muß da den weitläufigen Weg betreten,

ten, der §. 278. und §. 120 eingeschlagen worden ist. Dieser Fall ist indeß so häufig nicht, und es ist also um so viel weniger nöthig, dabey zu verweilen.

§. 289.

Um nun auch noch einige der übrigen hier möglichen Fälle zu berühren, so kann die Frage entstehen: Wie groß muß das Capital seyn, das für ein gegebenes und seinem Werthe nach bekanntes Pfand auf eine bestimmte Zahl von Jahren gegeben werden muß? Z. B. Wie groß muß das Capital seyn, das man geben muß, um ein Pfand, dessen Werth jährlich 80 R^r ist, 20 Jahr und 5 Wochen zu genießten? Es fällt indeß bald in die Augen, daß diese Fragen durch eine geringe Abänderung zu Fragen der doppelten Rabattrechnung gemacht werden können, und sie dürfen daher hier nur berührt werden. Es ist nemlich gleich, ob man auf die angezeigte Art fragt; oder: wie groß ist der jetzige Werth einer jährlichen Einnahme von 80 R^r, die man 20 Jahr und 5 Wochen zu genießten hat, nach doppeltem Rabatte gerechnet.

§. 290.

Wird gefragt, wie groß der jährliche Ertrag eines Pfandes seyn müsse, wenn man ein gewisses Capital, um jenes Pfand eine gewisse Anzahl Jahre hindurch zu benutzen, geben will; so ist auch von diesem Falle da schon geredet worden, wo die Beantwortung der Fragen untersucht

sucht wurde, wie viel man eine bestimmte Anzahl von Jahren hindurch erhalten könne, wenn man baar eine Summe Geldes auf Zinseszins anlege; und überhaupt sind in den vorhergehenden Rechnungen von allen Fragen, die sonst hier noch vorkommen können, bereits ähnliche da gewesen.

Anhang zur Zinsrechnung im weitläufigen Verstande.

§. 291.

Ich war anfänglich willens, mehr in diesen Anhang zu bringen, als, da der erste Abschnitt viel länger geworden, als ich es vermuthet habe, wirklich geschehen kann. Es sollten darin insbesondere verschiedene vermischte Fälle zu stehen kommen, damit auch dabei die nöthige und kürzeste Verfahrensart gezeigt würde. Aus dem angeführten Grunde aber, und weil sich zu dergleichen vermischten Fällen auch in der Folge Gelegenheit finden wird, bleiben dieselben für jezo weg, und ich werde daher nur noch verschiedene Gegenstände berühren, die mit der Zinsrechnung in Verbindung stehen, und bis jetzt entweder noch gar nicht, oder doch nicht ausführlich genug haben betrachtet werden können,

§. 292.

§. 292.

Es ist oben §. 53 bemerkt worden, daß die Berechnung des Agios mit der gemeinen Zinsrechnung, und §. 154, daß die Berechnung des Verlustes, wenn man schlechteres Geld gegen bessers vertauscht, mit der gemeinen Rabattrechnung auf einerley Gründen beruhe. Wehe braucht daher auch von diesen beyden Rechnungen überhaupt nicht gesagt zu werden, als in dem angeführten §. von denselben steht. So wie es aber in der gemeinen Zinsrechnung so wohl als in der gemeinen Rabattrechnung sehr vortheilhaft ist, sich die Verhältnisse, nach welchen man aus einer gegebenen Grösse eine andere, aus einem Capitale z. B. seinen Zins oder Rabatt zu entwickeln hat, nicht nur in den möglich kleinsten Zahlen, und Anzeigersmäßig bekannt und geläufig zu machen, so hat dasselbe auch hier seinen grossen Nutzen, und es kann daher nicht schädlich seyn, die Art und Weise davon in ein Paar Beyspielen zu zeigen.

§. 293.

Gesetzt also z. B. daß das Gold gegen Courant $6\frac{2}{3}$ pr. C. stehe; wie berechnet man nun am kürzesten und geschwindesten das Agio einer jeden Summe Goldes? Der Anzeiger der Veränderung derselben zur Findung des

Agios ist $\frac{6\frac{2}{3}}{100} = \frac{20}{300} = \frac{2}{30} = \frac{1}{15} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{5}$.

Man

Man nimmt also in diesem Falle von der gegebenen Summe Goldes erstlich $\frac{1}{3}$, und dann von diesem $\frac{1}{3}$ wieder $\frac{1}{3}$, und hat so das Agio gefunden. Z. B.

Wie viel Agio tragen 3645 R ℓ Gold a 6 $\frac{2}{3}$ pr. C.?

$$\begin{array}{r} 3645 \text{ R}\ell \\ \hline 1215 \\ \hline 243 \text{ R}\ell. \end{array}$$

Wie viel Agio tragen 8462 $\frac{1}{2}$ R ℓ Gold a 6 $\frac{2}{3}$ pr. C.?

$$\begin{array}{r} 8462\frac{1}{2} \text{ R}\ell \\ \hline 2820 \text{ R}\ell \quad 20 \text{ S} \\ \hline 564 \text{ R}\ell \quad 4 \text{ S}. \end{array}$$

Ist das pr. C. 6 $\frac{2}{3}$; so trägt ein Louisd'or $\frac{1}{3}$ R ℓ . Dividirte man daher die gegebene Summe Goldes anfänglich mit 3; so erhielte man die darin enthaltene Louisd'or, und eben so viel $\frac{1}{3}$ R ℓ betrüge das Agio. Man müßte also noch mit 3 dividiren, um das Agio in Thalern zu erhalten. Ob man zuerst mit 3 oder mit 5 dividirt, ist in Ansehung des endlichen Resultats gleich.

§. 294.

Soll rückwärts berechnet werden, wie viel Gold man für eine bestimmte Summe Courant erhalte, so wird der Anzeiger wie die Anzeiger in der Rabattrechnung formirt.

nirt. Soll also das pr. C. ebenfalls $6\frac{2}{3}$ seyn, so ist der Anzeiger der Veränderung einer Summe Courant, um den Verlust desselben gegen Gold zu finden, $\frac{6\frac{2}{3}}{106\frac{2}{3}} = \frac{20}{328} = \frac{1}{16} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4}$. Man dividire also die gegebene Summe Courant durch 4, und das kommende Viertel derselben nochmals mit 4, so erhält man das von der gegebenen Summe Courant abziehende, um die dafür zu erhaltende Summe Goldes zu bekommen. Z. B.

Wie viel Gold erhält man für 3888 Rth Courant a $6\frac{2}{3}$ pr. C.?

$$\begin{array}{r} 3888 \text{ R}^{\text{th}} \\ \hline 972 \\ \hline 243 \text{ R}^{\text{th}}. \end{array}$$

$$3888 \text{ R}^{\text{th}} - 243 \text{ R}^{\text{th}} = 3645 \text{ R}^{\text{th}} \text{ Gold.}$$

Wie viel Gold erhält man für 9026 $\frac{2}{3}$ Rth Courant a $6\frac{2}{3}$ pr. C.?

$$\begin{array}{r} 9026\frac{2}{3} \text{ R}^{\text{th}} \\ \hline 2256\frac{2}{3} \text{ R}^{\text{th}} \\ \hline 564\frac{1}{8} \text{ R}^{\text{th}}. \end{array}$$

$$9026\frac{2}{3} \text{ R}^{\text{th}} - 564\frac{1}{8} \text{ R}^{\text{th}} = 8462\frac{1}{2} \text{ R}^{\text{th}} \text{ Gold.}$$

§. 295.

Ähnlicher Vortheile kann man sich bey der Berechnung der Bancoelder bedienen. 100 fl Bancoelb sind

sind bei der Berliner Banque 125 $\text{R}\ell$ Friedrichsd'or und $131\frac{1}{4}$ $\text{R}\ell$ Courant. Will man daher

a Berliner Bancogeld auf Gold reduciren, so ist der Anzeiger der Veränderung der gegebenen Banco= summe zur Findung der dafür zu setzenden Summe Goldes $\frac{125}{131\frac{1}{4}} = 1\frac{1}{4}$. Man addirt also zu der gedachten gegebenen Summe nur $\frac{1}{4}$ derselben. Z. B.

Wie viel machen 568 $\text{R}\ell$ Berliner Bancogeld in Friedrichsd'or?

$$\begin{array}{r} 568 \text{ R}\ell \\ 142 \text{ ---} \\ \hline 710 \text{ R}\ell \text{ in Friedrichsd'or.} \end{array}$$

Will man hingegen

b eine gegebene Summe Friedrichsd'or in Bancogeld verwandeln, so ist der Anzeiger der Veränderung der gegebenen Summe in Friedrichsd'or zur Findung der dafür zu setzenden Summe in Bancogeld $\frac{131\frac{1}{4}}{125} = \frac{4}{3}$, und man hat also nur nöthig, von der gegebenen Summe in Friedrichsd'or $\frac{1}{3}$ abzuziehen. Z. B.

Wie viel machen 710 $\text{R}\ell$ in Friedrichsd'or Berliner Bancogeld?

$$\begin{array}{r} 710 \text{ R}\ell \\ 142 \text{ R}\ell \\ \hline 568 \text{ R}\ell \text{ Berliner Bancogeld.} \end{array}$$

Soll man ferner

c Berliner Bancogeld auf Courant reduciren, so ist
der

der Anzeiger der Veränderung des Bancogeldes zur Findung der dafür zu setzenden Summe in Courant $\frac{131\frac{1}{2}}{100}$

$= \frac{131}{100} = \frac{105}{100} = \frac{7}{8} = 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$. Da nun $\frac{1}{8}$ der vierte Theil von $\frac{1}{4}$ ist, so hat man nur nöthig, von der gegebenen Summe $\frac{1}{4}$, und von diesem $\frac{1}{4}$ abermals $\frac{1}{4}$ zu suchen, und beide gefundenen Stücke zu der gegebenen Summe zu addiren. Z. B.

Wie viel Courant machen 368 R 12 S Berliner Bancogeld?

$$\begin{array}{r} 368 \text{ R} \quad 12 \text{ S} \\ 92 \text{ —} \quad 3 \text{ —} \\ 23 \text{ —} \quad \text{—} \quad 9 \text{ S} \\ \hline 483 \text{ R} \quad 15 \text{ S} \quad 9 \text{ S Courant.} \end{array}$$

Will man endlich

a) Berliner Courant auf Berliner Bancogeld reduciren, so ist der Anzeiger der Veränderung der gegebenen Summe Courant zur Findung der dafür zu

setzenden Bancosumme $\frac{100}{131\frac{1}{2}} = \frac{200}{263} = \frac{16}{21} = \frac{1}{2} + \frac{1}{21}$.

Da nun $\frac{1}{21}$ eben so viel als $\frac{1}{7}$ aus $\frac{1}{3}$ ist, so sucht man aus der gegebenen Summe erst $\frac{1}{3}$, und aus diesem $\frac{1}{3}$ noch $\frac{1}{7}$, und addirt diese beiden gefundenen Stücke zu einander. Dieses kann auf folgende Arten geschehen, entweder nach $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{21} + \frac{1}{21}$, oder nach $2 (\frac{1}{3} + \frac{1}{7})$, oder nach $(\frac{1}{3} + \frac{1}{7}) 2$. Z. B.

Na

Wie

Wie viel machen 483 Rth 15 S^{ch} 9 D^g Berliner Courant in Berliner Bancogeld? Man rechnet entweder

$$\begin{array}{r}
 483 \text{ R}^{\text{th}} \quad 15 \text{ S}^{\text{ch}} \quad 9 \text{ D}^{\text{g}} \\
 \hline
 161 \text{ R}^{\text{th}} \quad 5 \text{ S}^{\text{ch}} \quad 3 \text{ D}^{\text{g}} \\
 161 \text{ —} \quad 5 \text{ —} \quad 3 \text{ —} \\
 23 \text{ —} \quad \text{—} \quad 9 \text{ —} \\
 23 \text{ —} \quad \text{—} \quad 9 \text{ —} \\
 \hline
 \end{array}$$

368 Rth 12 S^{ch} — Bancogeld; oder

$$\begin{array}{r}
 483 \text{ R}^{\text{th}} \quad 15 \text{ S}^{\text{ch}} \quad 9 \text{ D}^{\text{g}} \\
 \hline
 967 \text{ R}^{\text{th}} \quad 7 \text{ S}^{\text{ch}} \quad 6 \text{ D}^{\text{g}} \\
 \hline
 322 \text{ R}^{\text{th}} \quad 10 \text{ S}^{\text{ch}} \quad 6 \text{ D}^{\text{g}} \\
 46 \text{ —} \quad 1 \text{ —} \quad 6 \text{ —} \\
 \hline
 \end{array}$$

368 Rth 12 S^{ch} — Bancogeld; oder endlich

$$\begin{array}{r}
 483 \text{ R}^{\text{th}} \quad 15 \text{ S}^{\text{ch}} \quad 9 \text{ D}^{\text{g}} \\
 \hline
 161 \text{ R}^{\text{th}} \quad 5 \text{ S}^{\text{ch}} \quad 3 \text{ D}^{\text{g}} \\
 23 \text{ —} \quad \text{—} \quad 9 \text{ —} \\
 \hline
 184 \text{ R}^{\text{th}} \quad 6 \text{ S}^{\text{ch}} \quad \text{—} \\
 \hline
 368 \text{ R}^{\text{th}} \quad 12 \text{ S}^{\text{ch}} \quad \text{—} \text{ Bancogeld.}
 \end{array}$$

§. 297.

Mit der Berechnung des einfachen Zinses hat die Berechnung des Portos, welches man den Geldern, die man

man posten übersenden sollte, aber unbefreyt übersenden, und dagegen das Postgeld, das der Empfänger geben muß, bezulegen will, vieles gemein, und es ist daher hier der Ort, dieser Berechnung mit ein Paar Worten zu gedenken. So bald man weiß, wie viel für eine gewisse Summe gegeben werden muß, und dies ist jedesmal bekannt, so kommt es nur darauf an, den gehörigen Anzeiger der Veränderung der zu überschickenden Summe zur Findung des bezulegenden Portos festzusetzen. Bedenkt man nun, daß, wenn z. B. das Porto für 100 Rth 1 Rth oder $\frac{1}{100}$ der überschickten Summe ist, der Empfänger statt jeder 100 Rth, die ihm unbefreyt übersandt werden, nur 99 erhält, so sieht man leicht, daß in diesem Falle das bezulegende Porto $\frac{1}{99}$ derjenigen Summe seyn muß, welche der Empfänger wirklich erhalten soll, und daß man überhaupt den hier nöthigen Veränderungsanzeiger finde, wenn man einen Bruch macht, dessen Zähler der für eine bestimmte Summe zu gebende Theil, und dessen Nenner diese bestimmte Summe weniger das dafür zu gebende Porto ist. Um diese Regel an einigen Beispielen zu erläutern, so werde gefragt:

- a Wie viel Porto muß man zu 198 Rth, die man befreyt übersenden sollte, legen, wenn 100 Rth 1 Rth geben?

$$\frac{198 \text{ R}^{\text{th}} \times \frac{1}{99}}{2 \text{ R}^{\text{th}}}$$

übermachen.

Na 2

b Wie

- b Wie viel muß man anstatt 1500 R ℓ , die unbefreyt abgeschickt werden sollten, postfrey senden, wenn das Porto $\frac{1}{2}$ pr. C. ist?

$$\begin{array}{r} 1500 \text{ R}\ell \times \frac{99\frac{1}{2}}{100} = 1492\frac{1}{2} \\ \hline 5 \text{ R}\ell \\ \hline 1495 \text{ R}\ell. \end{array}$$

- c Wie viel Porto muß bey a gerechnet werden?

$$\begin{array}{r} 300 \text{ R}\ell \times \frac{1}{100} \\ \hline 2 \text{ R}\ell. \end{array}$$

- d Wie viel Porto findet bey c statt?

$$\begin{array}{r} 1500 \text{ R}\ell \times \frac{\frac{1}{2}}{100} = 7\frac{1}{2} \\ \hline 5 \text{ R}\ell. \end{array}$$

f. 300.

Um zum Schlusse noch einer Anwendung der Regeln der gemeinen Zinsrechnung und Rabattrechnung zu gedenken, so gebraucht man dieselbe sehr nothwendig bey gewissen Fällen der Remissionsrechnung, die nebst andern Rechnungen in dem folgenden zweyten Abschnitte abgehandelt werden wird. Es kann sich nemlich ereignen, daß ein Pächter die Pacht mehrerer Jahre auf einmal entweder zu Anfange oder zu Ende der Pacht entrichtet. Gesezt, daß

daß alsdann für irgend ein Jahr eine Remission bewilliget werden soll, und das Verhältniß der Remission zu der Pacht bestimmt ist, so kommt es dann darauf an, daß die Größe der Pacht eines Jahres bestimmt werde, und hiezu gebraucht man die Regeln entweder der gemeinen Zinsrechnung oder der gemeinen Rabattrechnung.

§. 301.

Es bejahle also jemand an einen Gutsbesitzer 4000 R^r unter der Bedingung, daß er dafür ein Gut 16 Jahre lang besitze, und es entstehe wegen einer zu ertheilenden Remission die Frage, wie hoch eigentlich die Pacht eines Jahres zu rechnen sey? Es enthalten, den Zins zu 5 pct C. gerechnet, die zu Anfange der Pacht gegebenen 4000 R^r von der jährlichen Pachtsumme

$$\frac{10}{11} = 0,9523809$$

$$\frac{10}{11} = 0,9090909$$

$$\frac{10}{11} = 0,8695652$$

$$\frac{8}{9} = 0,8333333$$

$$\frac{7}{8} = 0,8000000$$

$$\frac{10}{11} = 0,7692307$$

und sind

also gleich $\frac{11111202}{1100000} = 5,1336010$ der gedachten jährlichen Pachtsumme. Will man also diese Pachtsumme finden, so dividirt man:

2 1/2

Na 4

5,1336

Nun ist

$$\frac{4000}{6\frac{1}{2}} = \frac{16000}{27}, \text{ und man erhält also}$$

$$\begin{array}{r} 27 \overline{) 592,59} \\ \underline{54} \\ 52 \\ \underline{51} \\ 10 \\ \underline{9} \\ 100 \\ \underline{99} \\ 100 \\ \underline{99} \\ 100 \\ \underline{99} \\ 100 \end{array}$$

jährliche Pacht.

§. 303.

Wollte man die Exempel des 302ten und 303ten §. nach der doppelten Rabattrechnung und der Zinseszinsrechnung rechnen, so würde solches leicht seyn; es wird aber hier gewöhnlicher Weise einfacher Zins und Rabate in Anschlag gebracht.

Zweiter Abschnitt Verschiedene Rechnungen.

Einleitung.

§. 1.

Unter dem Titel, verschiedene Rechnungen, will ich mehrere Rechnungen abhandeln, die wegen ihres häufigen Gebrauchs allerdings verdienen besonders durchgenommen zu werden, dabey aber, weil sie nicht schwer sind, keine weitläufige Betrachtung erfordern. Sie sind die Gesellschaftsrechnung nebst ihren Anwendungen, die Alligationsrechnung, die Remissionsrechnung, die Berechnung der Legitima, der Quarta Falcidia und der Verlesung über die Hälfte.

Gesellschaftsrechnung im weitläufigen Verstande.

§. 2.

Die Gesellschaftsrechnung erklären von Clausberg, demonst. Rechenk. 4. Th. S. 1312. und Lempe in den
Erläu-

Erklärungen der Kästnerischen Anfangsgründe der Mathematik, Geometrie und Trigonometrie (Altenburg 1781) 1. Th. S. 285. durch diejenige Rechnung, welche ein gegebenes Ganze in eine verlangte Anzahl Theile so zu theilen lehrt, daß sich diese Theile eben so verhalten, als wie die Theile eines andern Ganzen, das in eben so viele Theile getheilt ist. In Polack's Mathesi forensi S. 177 und der bekannten vortreflichen öconomischen Encyclopädie des Hrn. D. Krünitz Th. 8. S. 279. wird sie die Regel der Rechenkunst genannt, durch deren Operation man den Antheil am Gewinn oder Verlust entdecket und bestimmet, welchen Compagnons oder Gesellschafter nach Proportion ihrer zu gewissen Handlungsgeschäften oder andern Unternehmungen eingelegten oder zusammengeschossenen Capitalien, haben sollen. In dem letztern Werke findet sich überdem der Zusatz: Man brauchet sie auch, wenn man sehen will, was etwa ein Compagnon noch ferner in die unter ihnen errichtete gemeine Cassé pro rata, oder nach Beschaffenheit seines daran genommenen Antheils, einzulegen hat. Wiedeburg in seiner kurzgefaßten practischen Mathematic für diejenigen, welche sich auf die Rechtsgelahrtheit, Cameralwissenschaft und Deconomie legen, (Jena 1761). Fr. Chr. Lorenz Karsten in seiner Rechenkunst und Florencourt in den öfters angeführten Abhandlungen aus der juristischen und politischen Rechenkunst

kunft fangen, ohne ſich bey der Erklärung aufzuhalten; ſogleich mit der Hauptregel derſelben oder mit Exempeln an

§. 3.

Ohnſtreitig thut man wohl, wenn man Geſellſchaftsrechnung im weitläuftigen Verſtande und Geſellſchaftsrechnung in engerer Bedeutung von einander unterſcheidet, und dieſe als einen Theil von jener betrachtet. Man erhält dadurch den Vortheil, daß man mehrere Rechnungen, die ſich nicht in der Hauptsache, ſondern nur in einigen Nebendingen unterſcheiden, der Hauptregel nach mit einem Male abhandeln kann, ſo daß man nachher nur noch auf die wenigen Beſonderheiten einer jeden zu ſehen hat, um jede ganz zu kennen. Geſellſchaftsrechnung im weitläuftigern Verſtande iſt nun die Rechnung, welche die Theile eines Ganzen nach den gegebenen Theilen eines andern Ganzen beſtimmen lehrt, und Geſellſchaftsrechnung im engern Verſtande, die in der zweyten Erklärung des vorhergehenden §. beſchriebene Rechnung; welche daher auch Gewinn- und Verluſtrechnung genennet werden kann.

Der Unterſchied, den man im Gebrauche zwiſchen Compagnie und Geſellſchaft bisweilen macht, ſo daß man unter Geſellſchaften zwey oder drey, überhaupt wenige, unter Compagnien aber mehrere Perſonen verſteht, wovon jene überdem bloß von ſich abhängen, dieſe aber landesherrliche Bewilligung

gung nöthig haben, (f. Economische Encyclopädie Th. 1. S. 259. 260,) kommt hier nicht in Betrachtung.

Die hier gegebene Erklärung der Gesellschaftsrechnung im weitläufigern Verstande ist von der 1ten Erklärung im 2ten §. nur darin unterschieden, daß sie weiter ist.

§. 4.

Zur Gesellschaftsrechnung im weitläufigen Verstande gehören nun

- a die Gesellschaftsrechnung in engerer Bedeutung oder die Gewinn- und Verlustrechnung, nebst der Berechnung der Vertheilung der Masse und der Unkosten bey Concursen,
- b die Erbtheilsrechnung,
- c die Repartitions- und Contributionsrechnung,
- d die Haberenrechnung,
- e die Vermischungsrechnung u. d. gl.

§. 5.

Da bey allen diesen Rechnungen die Theile eines gewissen Ganzen nach den Theilen eines andern Ganzen festzusetzen sind; so kommt es dabey vor allen Dingen darauf an, daß man dies letztere Ganze nebst seinen Theilen genau kenne. Oft sind davon blos die Theile gegeben, und dann ist es nothwendig, daß man zuvörderst das Ganze, welches sie ausmachen, suche. Was ausserdem nöthig ist, wird sich am besten an Beyspielen zeigen lassen.

Gesellschaftsrechnung

im engern Verstande

oder

Gewinn- und Verlustrechnung.

§. 6.

Wenn mehrere Personen Capitalien zusammenschließen und anlegen, und der Antheil am Gewinn und Verlust, den eine jede nach ihrer Einlage von dem nach einiger Zeit entstandenen sämmtlichen Gewinne und Verluste erhalten muß, bestimmt werden soll; so sind entweder so wohl die zusammengeschlossenen Capitalien als auch die Zeiten des Gebrauchs derselben gleich, oder es sind solches zwar die Zeiten, aber nicht die Capitalien, oder die Capitalien sind gleich, und die Zeiten ungleich, oder es sind so wohl die Capitalien als die Zeiten ungleich. Wenn so wohl die zusammengeschlossenen Capitalien als auch die Zeiten des Gebrauchs derselben gleich sind, so hat natürlicher Weise auch eine jede der interessirten Personen gleichen Antheil an dem nach einiger Zeit entstandenen sämmtlichen Gewinne und Verluste, und man hat, um den Antheil einer jeden zu finden, nichts weiter nöthig, als denselben durch die Anzahl aller dieser Personen zu

divi-

dividiren. In diesem Falle hat man daher auch zur Beantwortung der hieher gehörigen Fragen nichts weiter zu wissen nöthig, als einmal den sämmtlichen Gewinn und Verlust, und die Anzahl der dabey interessirten Personen. Exempel sind hier überflüssig.

§. 7.

Sind aber die Capitalien ungleich und die Zeiten gleich, so richtet sich der Antheil am Gewinne und Verluste nach dem zugeschoffenen Capitale, so daß der Antheil eines jeden Interessenten an dem vorhandenen Gewinne und Verluste von diesem Gewinne und Verluste eben der Theil seyn muß, der sein eingelegtes Capital von der Summe aller zusammengeschoffenen Capitalien ist. Gesezt, daß vier Personen, A, B, C, D in eine Maxscopen geben, und zwar zu gleicher Zeit

A	—	1000 R ℓ
B	—	780 R ℓ
C	—	1550 R ℓ
D	—	830 R ℓ , also

zusammen 4160 R ℓ , und nach einiger Zeit 1560 R ℓ gewonnen haben, so ist

das gegebene Capital

von der ganzen

von

Summe

A	—	—	—	$\frac{1000}{4160}$
B	—	—	—	$\frac{780}{4160}$
C	—	—	—	$\frac{1550}{4160}$
D	—	—	—	$\frac{830}{4160}$, und es

erhält

384 2ter Abschn. Versch. Rechnungen.

erhält daher	von dem Gewinne	d. h.
A —	$\frac{329}{428} \times 1560 \text{ Rth}$	— 375 Rth
B —	$\frac{329}{428} \times 1560 \text{ Rth}$	— 292 $\frac{1}{2}$ Rth
C —	$\frac{311}{418} \times 1560 \text{ Rth}$	— 581 $\frac{1}{2}$ Rth
D —	$\frac{311}{418} \times 1560 \text{ Rth}$	— 314 $\frac{1}{2}$ Rth

in Summa 1560 Rth

§. 8.

Florenccourt hat S. 247 folgendes Exempel: Es geben in eine Wascoppey

A —	2000 Rth
B —	1000 Rth
C —	1500 Rth, und gewinnen damit 1000 Rth.

Da die ganze zusammengeschossene Summe 4500 Rth ist, so ist

das gegebene Capital	von der ganzen
von	Summe
A — — —	$\frac{20}{45}$
B — — —	$\frac{10}{45}$
C — — —	$\frac{15}{45}$, und es

erhält daher	vom Gewinne	d. h.
A —	$\frac{20}{45} \times 1000 \text{ Rth}$	— 444 Rth 10 Sch 8 D
B —	$\frac{10}{45} \times 1000 \text{ Rth}$	— 222 Rth 5 Sch 4 D
C —	$\frac{15}{45} \times 1000 \text{ Rth}$	— 333 Rth 8 Sch

in Summa 1000 Rth.

Co

So wie hier das Exempel gesetzt ist, läßt es sich durchaus im Kopfe ausrechnen, und es ist daher ein großer Vortheil, so gleich in den kleinsten Zahlen zu bestimmen, was für ein Theil das Capital eines jeden von der ganzen zusammengeschossenen Summe sey.

Im Verloren werden; so bestimmt man, wie leicht einzusehen ist, auf eben die Art, wie hier der Gewinn bestimmt ist, den Verlust eines jeden Interessenten.

§. 9.

Sind die zusammengeschossenen Capitalien gleich, die Zeiten aber ungleich, so richtet sich der Antheil des Interessenten am Gewinn und Verlust nach der Größe der Zeit, welche ein jeder sein Capital in der Masse gehabt hat. Treten z. B. 4 Personen, A, B, C und D zusammen, so daß zwar ein jeder gleich viel Capital giebt, C aber 3 Monat und D 5 Monat später beitreten als A und B sich vereinigt haben; so haben, wenn nach einem Jahre 800 Rth gewonnen oder verloren worden, gegen den Theil, den A und B davon erhalten, C zu fordern $\frac{3}{8}$ und D $\frac{5}{8}$. Es muß also der ganze Gewinn oder Verlust durch $\frac{3}{8}$ getheilt werden, wodurch man 240 Rth erhält, und

es erhält	von diesen Theilen				also
A	—	—	1	—	240 R th
B	—	—	1	—	240 R th
C	—	—	$\frac{1}{2}$	—	180 R th
D	—	—	$\frac{7}{12}$	—	140 R th
					<hr/>
in Summa					800 R th

§. 10.

Will man von den Behauptungen, worauf die bisherigen Berechnungen sich gründen, den Grund allgemein haben, so findet man ihn in dem Satze, daß sich die Wirkungen wie die Ursachen verhalten. Die eingelegten Capitalien und die Zeit, welche dieselben stehen bleiben, sind hier die einzigen Ursachen des zu vertheilenden Gewinns und Verlustes, die in Anschlag gebracht werden können, und je größer oder je kleiner dieselben sind, desto größer oder kleiner muß auch ihre Wirkung, oder der Antheil am Gewinn und Verlust seyn. Nach dieser Bemerkung und den bereits betrachteten Fällen sieht man bald, wie man die Berechnung anzustellen habe, wenn so wohl die eingelegten Capitalien als die Zeiten derselben ungleich sind.

§. 11.

Ist dies, so ist der bequemste Weg, das verlangte zu finden, der, daß man die Einlage eines jeden Interessenten mit der Zeit, welche dieselbe steht, multiplicirt, und dann

die

wie §. 7 und 8 verfährt. Wenn z. B. 4 Personen, A, B, C und D, zusammentreten, und geben

A. 1000 R ℓ , und zwar sogleich

B. 1500 R ℓ nach 3 Monaten,

C. 2100 R ℓ nach 5 Monaten, und

D. 1800 R ℓ nach 6 Monaten,

damit in einem Jahre 1000 R ℓ gewinnen, und gefragt wird, wie groß der Antheil eines jeden am Gewinne sey? so ist solches eben so viel, als ob

$$A \quad 12 \times 1000 \text{ R}\ell = 12000 \text{ R}\ell$$

$$B \quad 9 \times 1500 \text{ R}\ell = 13500 \text{ R}\ell$$

$$C \quad 7 \times 2100 \text{ R}\ell = 14700 \text{ R}\ell$$

$$D \quad 6 \times 1800 \text{ R}\ell = 10800 \text{ R}\ell \text{ gäbe,}$$

und alle dieses Geld gleich lange stehen ließe. Es erhält also

vom Gewinne

$$A \quad \frac{1}{4} \quad - \quad 225 \text{ R}\ell \quad 7 \text{ R}\ell \quad \frac{1}{4} \text{ S}$$

$$B \quad \frac{1}{2} \quad - \quad 254 \text{ R}\ell \quad 16 \text{ R}\ell \quad 11 \frac{1}{4} \text{ S}$$

$$C \quad \frac{1}{5} \quad - \quad 221 \text{ R}\ell \quad 5 \text{ R}\ell \quad 7 \frac{1}{4} \text{ S}$$

$$D \quad \frac{1}{3} \quad - \quad 218 \text{ R}\ell \quad 18 \text{ R}\ell \quad 4 \frac{1}{3} \text{ S}$$

in Summa 1000 R ℓ .

§. 12.

Die Größen, nach welchen bei den Aufgaben der Gewinn- und Verlustrechnung die Antheile an dem Gewinne und Verluste vestgesetzt werden, werden oft der

Wb 2

Fuß

Fuß genannt; §. 7 sind es 1000 R ℓ , 780 R ℓ , 1530 R ℓ , 830 R ℓ , in dem Beispiel des vorhergehenden §. aber 1000 R ℓ auf 2 Jahr, 1500 R ℓ auf 9 Monat, 2100 R ℓ auf 7 Monat, und 1800 R ℓ auf 6 Monat. Dieser Fuß ist entweder einfach, wie §. 7 und 8 und 9; oder zusammengesetzt, wie §. 11. Um so kurz als möglich zu rechnen, hat man vorzüglich darauf zu sehen, daß man den gegebenen Fuß durch so kleine Zahlen als möglich ausdrücke.

$$1000 : 11 = 90 \frac{10}{11} = 81 \frac{9}{11}$$

Oft ist es zur Verkürzung der Rechnung vorthailhaft, wenn man zuvörderst das pr. C. des Gewinns oder Verlusts sucht, und dann hiernach das verlangte findet. Gelegt z. B. daß die ganze angelegte Summe 500 R ℓ und der ganze Gewinn oder Verlust 50 R ℓ wäre; so käme auf 100 R ℓ 10 R ℓ . Hätte nun dazu gelegt

$$2 \frac{1}{2} : A \quad 160 \text{ R}\ell, \quad - \quad - \quad -$$

$$2 \frac{1}{2} : B \quad 120 \text{ R}\ell, \quad - \quad - \quad -$$

$$2 \frac{1}{2} : C \quad 75 \text{ R}\ell, \quad \text{und} \quad - \quad - \quad -$$

$$2 \frac{1}{2} : D \quad 145 \text{ R}\ell, \quad \text{so sähe, aber könnte man}$$

ohne Schwierigkeit, daß empfangen

$$A \quad 16 \times 10 \text{ R}\ell = 160 \text{ R}\ell$$

$$B \quad 12 \times 10 \text{ R}\ell = 120 \text{ R}\ell$$

$$C \quad 7 \frac{1}{2} \times 10 \text{ R}\ell = 75 \text{ R}\ell$$

$$D \quad 14 \frac{1}{2} \times 10 \text{ R}\ell = 145 \text{ R}\ell, \quad \text{und alle}$$

$$\text{also } 500 \text{ R}\ell.$$

Die Gewinn- und Verlustrechnung hat noch mehr Zweige als bis jetzt betrachtet worden sind. Es giebt z. B. auch eine Gewinn- und Verlustrechnung beim Wechselgeschäfte. Die Betrachtung dieser und anderer Theile der Gewinn- und Verlustrechnung im weitläufigsten Verstande gehört hieher nicht.

§ 14

Eine der ersten Anwendungen der bisher erläuterten Regeln findet bey den Concurſen ſtatt, und zwar auf verschiedene Weiſe. Einmal kann es ſich ereignen, daß unter mehrere Gläubiger, deren Forderungen zu einer Claſſe gehören, eine Summe vertheilt werden ſoll, die kleiner als ihre Forderungen zuſammengenommen iſt, und daß alſo die Frage entſteht, wie viel kann für Hundert gegeben werden? oder, wie viel bekommt ein jeder nach Maasgabe ſeiner Forderung? Hat z. B. ein Gläubiger A 1000 R^r, ein anderer B 800 R^r, und ein dritter C 1700 R^r zu fordern, und es ſind nach Abzug aller Unkoſten nicht mehr als 1500 R^r da; ſo werden anſtatt 3500 R^r 1500 R^r vertheilt, ſo daß alſo ein jeder nur $\frac{1}{2}$ ſeiner Forderung erhält. In dieſem Falle werden 42 R^r 20 $\frac{6}{7}$ S anſtatt 100 R^r gegeben, und es erhält alſo

A ſtatt 1000 R^r nur 428 R^r 13 $\frac{8}{7}$ S

B — 800 R^r — 342 R^r 20 $\frac{6}{7}$ S

C — 1700 R^r — 728 R^r 13 $\frac{8}{7}$ S

u. alle in allem anſtatt 3500 R^r nur 1500 R^r. — —

Daß bey einer wirklichen Vertheilung die Brüche bey den B nicht geachtet werden, ist natürlich und bekannt; der Rechner darf sie indeß nicht sogleich aus der Reche lassen, um die Uebereinstimmung der Theile mit dem Ganzen vor Augen zu legen.

§. 15.

Ferner sind oft die angewandten Kosten nach Maassgabe dessen, was ein jeder aus der Masse empfängt, zu vertheilen. Wenn z. B. A, B und C im vorhergehenden §. als erste Gläubiger ihre Forderungen ganz erhalten konnten, so müßten sie gleichwohl die bis zur Einkunft der zu ihrer Befriedigung nöthigen Gelder angewandten Kosten tragen. Wie hoch sich dieselben nun auch belaufen mögen, so muß davon tragen

$$A \frac{10}{17} = \frac{4}{17}$$

$$B \frac{8}{17} = \frac{3}{17}$$

$$C \frac{1}{17} = \frac{1}{17}, \text{ und auf eine ähnliche}$$

Art in ähnlichen Fällen. Man sieht hieraus, daß hier keine neue Regeln nöthig sind, und es wird derjenige, der das bisherige eingesehen hat, auch bey solchen Fällen keine Schwierigkeit finden, wenn die Kosten Classenweise, d. h. so wie sie zur Eintreibung des zur Befriedigung einer jeden Classe nöthigen Geldes haben gemacht werden müssen, vertheilt werden sollen.

Ein ausführliches Exempel eines Classifications-, Prioritäts- oder Locationsurtheils, das nach sächsischen Rechten eingerichtet ist, findet man aus Menkens Tract. Synopt. Proc. Jur. Comm. etc. P. II. p. 272 — 295 in Polacks Mathesi forensi S. 86 — 90.

Erh.

Erbtheilsrechnung.

§. 16.

Es finden sich oft bei Vertheilungen der Erbschaften Bedingungen, welche die Bestimmung des Theils eines jeden Erben einem ungeübten schwer machen, und die wichtigsten dieser Fälle sollen jetzt kürzlich betrachtet werden. Fälle wie folgende: Die ganze Verlassenschaft soll in 12 gleiche Theile getheilt werden, und A 5, B 4 und C 3 solcher Theile erhalten; oder: A soll von der Verlassenschaft selbst $\frac{1}{3}$, B $\frac{1}{4}$ und C $\frac{1}{6}$ bekommen; gehören hieher nicht, ein jeder sieht da von selbst, wie die Rechnung einzurichten sey.

§. 17.

Es sollen sich 3 Personen A, B und C in eine Erbschaft von 10000 R ℓ so theilen, daß A $\frac{1}{3}$, B $\frac{1}{4}$ und C $\frac{1}{6}$ bekommt. Wenn eine solche Bestimmung da ist, so sieht man bald, daß der Sinn derselben nicht seyn könnte, daß

$$A \rightarrow \frac{1}{3} \times 10000 \text{ R}\ell = 3333 \text{ R}\ell \text{ u. } 8 \text{ R}\ell$$

$$B \rightarrow \frac{1}{4} \times 10000 \text{ R}\ell = 2500 \text{ R}\ell \text{ und}$$

$$C \rightarrow \frac{1}{6} \times 10000 \text{ R}\ell = 1666 \text{ R}\ell \text{ erhalten solle;}$$

denk' sonst müßten 15833 R ℓ 8 R zu vertheilen gegeben seyn. Hiedurch wird weiter nichts als das

Verhältniß der Theile von A, B und C gegen einander angezeigt, und der Sinn der Aufgabe ist: Es sollen sich A, B und C in 10000 R ℓ so theilen, daß sich ihre Theile gegen einander wie $\frac{4}{9}$, $\frac{6}{9}$ und $\frac{9}{9}$ verhalten. Bringt man nun diese Brüche auf einseelen Benennungen, so erhält man anstatt derselben $\frac{4}{9}$, $\frac{6}{9}$, $\frac{9}{9}$, und anstatt des gedachten Verhältnisses die Zahlen 4, 6, 9. Man muß also die 10000 R ℓ in 19 Theile theilen, und davon A 4, B 6, C 9 geben, so daß also

$$A \frac{4}{9} \times 10000 \text{ R}\ell = 2105 \text{ R}\ell \quad 6 \text{ R} \quad 3\frac{5}{9} \text{ S}$$

$$B \frac{6}{9} \times 10000 \text{ R}\ell = 3157 \text{ R}\ell \quad 21 \text{ R} \quad 5\frac{1}{9} \text{ S}$$

$$C \frac{9}{9} \times 10000 \text{ R}\ell = 4736 \text{ R}\ell \quad 20 \text{ R} \quad 2\frac{8}{9} \text{ S}$$

und alle in allem — — 10000 R ℓ erhalten.

§. 18.

Wenn also eine Summe in Theile getheilt werden soll, und die Größe dieser Theile durch Brüche bezeichnet ist, welche zusammen genommen nicht Ein Ganzes ausmachen; so muß man die Vertheilung so machen, daß der Antheil eines jeden in der ganzen zu vertheilenden Summe so enthalten ist, als der für den Antheil eines jeden gegebene Bruch in der Summe der Brüche. Das Exempel des vorhergehenden §. kann zur Erläuterung dieser Regel hinlänglich seyn.

§. 19.

Gesetzt, daß folgender Fall vorfalle; Es sollen sich 4 Brüder in eine Erbschaft von 1000 R ℓ dergestalt theilen, daß der 2te 100 R ℓ weniger bekommt als der älteste, der 3te 75 R ℓ mehr als der 2te, und der 4te 60 R ℓ mehr als der dritte; so sieht man nach einigem Nachdenken bald, daß man nur irgend einen Theil zu wissen brauche, um darauf alle übrige mit leichter Mühe bestimmen zu können. Man vergleiche daher alle zu theilende Theile gegen irgend einen derselben, z. B. gegen den ersten; so ist der Theil des

$$1ten = 1$$

$$2ten = 1 - 100 \text{ R}\ell$$

$$3ten = 1 - 100 \text{ R}\ell + 75 \text{ R}\ell = 1 - 25 \text{ R}\ell$$

$$4ten = 1 - 100 \text{ R}\ell + 75 \text{ R}\ell + 60 \text{ R}\ell = 1 + 35 \text{ R}\ell$$

und alle 4 Theile zusammen = $4 - 90 \text{ R}\ell$, d. h. der Theil des ältesten viermal genommen ist um 90 R ℓ größer als 1000 R ℓ , indem die vorstehenden Theile zusammengenommen 1000 R ℓ gleich seyn sollen. Ist nun dies, so sind $1000 \text{ R}\ell + 90 \text{ R}\ell$ oder $1090 \text{ R}\ell$ das vierfache des Theils des ältesten, und sein Theil also selbst $\frac{1090}{4} = 272\frac{1}{2} \text{ R}\ell$. Es erhält also

$$\text{der älteste} \quad \text{---} \quad 272\frac{1}{2} \text{ R}\ell$$

$$\text{--- 2te} \quad \text{---} \quad 172\frac{1}{2} \text{ R}\ell$$

$$\text{--- 3te} \quad \text{---} \quad 247\frac{1}{2} \text{ R}\ell$$

$$\text{--- 4te} \quad \text{---} \quad 307\frac{1}{2} \text{ R}\ell, \text{ und alle}$$

$$\text{also} \quad \underline{\quad 1000 \text{ R}\ell.}$$

Auf eine ähnliche Art kann man sich in ähnlichen, auch noch verwickelteren Fällen helfen. Da übrigens dergleichen Fälle so häufig eben nicht vorkommen, so ist es ohnstreitig genug, die Verfahrensart dabey an Einem Exempel gezeigt zu haben.

§. 20.

Es soll eine Erbschaft von 20000 \mathcal{R} unter 3 Söhnen und 2 Töchtern dergestalt vertheilt werden, daß ein Sohn so viel als der andere, und eine Tochter auch so viel als die andere erhalten soll, der Theil eines Sohns soll aber viermal so groß seyn, als der Theil einer Tochter; es wird gefragt, wie viel so wohl ein jeder der Söhne als eine jede der Töchter erhalten müsse? Weiß man hier z. B. wie viel eine Tochter erhält, so ist alles übrige bekannt. Setzt man nun den Antheil einer Tochter 1, so erhält von den zu vertheilenden 20000 \mathcal{R}

die älteste Tochter 1

— 2te — 1

der älteste Sohn 4

— 2te — 4

— 3te — 4, alle also zusammen den Theil

einer Tochter — 14 mal, das heißt, das ganze Erbtheil der 20000 \mathcal{R} ist vierzehnmal so groß, als der Antheil einer Tochter. Es erhält also eine Tochter

$$\frac{20000 \mathcal{R}}{14} = \frac{10000 \mathcal{R}}{7} = 1428 \mathcal{R} 13 \text{ fl } 84 \text{ s}$$

und

und ein Sohn 5714 Rth 6 S^{ch} 10 $\frac{1}{2}$ D, als das 4fache davon. Da also bekommen soll

die älteste Tochter	1428 R th 13 S ^{ch} 8 $\frac{1}{2}$ D
— 2te —	1428 R th 13 S ^{ch} 8 $\frac{1}{2}$ D
der älteste Sohn	5714 R th 6 S ^{ch} 10 $\frac{1}{2}$ D
— 2te —	5714 R th 6 S ^{ch} 10 $\frac{1}{2}$ D
— 3te —	5714 R th 6 S ^{ch} 10 $\frac{1}{2}$ D, so erhalten

alle insgesamt 22000 Rth, und die herausgebrachte Bestimmung ist die wahre.

§. 21.

Ein Vater stirbt, und hinterläßt am Vermögen 22000 Rth. Nach dem Testamente soll seine Frau, welche schwanger ist, wenn sie einen Sohn zur Welt bringt, von dem ganzen Vermögen $\frac{1}{3}$, und der Sohn $\frac{2}{3}$; wenn sie aber mit einer Tochter niederkommt $\frac{2}{3}$ und die Tochter $\frac{1}{3}$ erhalten. Es fügt sich aber, daß die Mutter mit einem Sohne und einer Tochter zugleich niederkommt. Es ist die Frage, wie viel jetzt ein jeder von dem hinterlassenen Vermögen bekommen muß, wenn des Vaters Wille erfüllt werden soll. Betrachtet man diese Aufgabe genau, so findet man bald, daß der Sohn noch einmal so viel als die Mutter und die Tochter nur $\frac{2}{3}$ des Antheils der Mutter bekommen soll. So oft daher die Mutter 1 erhält, bekommt der Sohn 2, und die Tochter $\frac{1}{2}$; oder, so oft die Mutter 3 erhält, bekommt der Sohn 6 und die Tochter 2.

Man in.

Man hat also nur nöthig, das ganze Vermögen in 11 Theile zu theilen, und der Mutter 3, dem Sohne 6, und der Tochter 2 solcher Theile zu geben. Es erhält also die Mutter 6000 R ℓ , der Sohn 12000 R ℓ und die Tochter endlich 4000 R ℓ , welche Summen zusammen 22000 R ℓ ausmachen.

Man findet diese Aufgabe häufig in algebraischen Schriften in dem Capitel von den einfachen arithmetischen Aufgaben. Sie steht z. B. in Tempelhofs Anfangsgründen der Analysis endlicher Größen (Berlin 1769) S. 271 u. f., und in Langsdorfs Fortsetzung der Erläuterungen über die Kästnerische Analysis endlicher Größen, S. 367 u. f. Ihre Auflösung ist sehr leicht, und bedarf an und für sich der Hülfe der Algebra nicht.

§. 22.

Wenn das sämtliche hinterlassene Vermögen, in dem Falle, daß die erbenden Kinder noch minderjährig sind, so lange ungetheilt bleibt, bis das älteste großjährig geworden, und unterdeß von den Interessen die Erziehungskosten bestritten und das übrige zum Capitale geschlagen wird; ferner das älteste Kind nun seinen Theil erhalten, und mit dem übrigen eben so als vorher mit dem ganzen Vermögen bis zur Großjährigkeit des zweiten Kindes u. s. f. verfahren werden soll; so ist das ein Fall, dessen Berechnung zwar weitläufig aber nicht schwer ist, und daher auch nur berührt werden darf.

Repartitions

Contributionsberechnung.

Das übrige Verfahren bey dieser Rechnung von dem Verfahren bey der Gewinn- und Verlustrechnung, nachdem auch da der Fuß festgestellt ist, nicht. Von der Art und Weise, bey Repartitionen und Contributionen den Fuß festzusetzen, braucht daher hier nur geredet zu werden, und das kann auf eine viel kürzere Art geschehen.

§. 24.

Der Repartitions- und Contributionsfuß ist entweder einfach, oder zusammengesetzt. Wenn z. B. die Vermessung eines ganzen Landes zu 200 Rth verbunden worden ist, und die Geldmark

des Darfes A hält 1000 Morgen

— — B — 1200 —

— — C — 1700 —

— — D — 1400 —; so ist, wenn

bei der Vertheilung der 200 Rth. ~~Werkzeit~~ auf die Morgen-
zahl allein gesehen werden muß, der Repartitionsfuß
ein einfacher Fuß: wenn aber wegen der Lage und der
Beschaffenheit der Felder nicht bloß auf die Morgenzahl,
sondern auch auf die zur Vermessung nöthige Zeit gesehen
werden muß; so wird derselbe dadurch zusammengesetzt.
Bei dem berührten einfachen Fuße müßten die Beträge
von A, B, C und D sich gegen einander verhalten, wie
10, 12, 17, 14 und also

A geben $\frac{10}{44} \times 200$ Rth.

B — $\frac{12}{44} \times 200$ Rth.

C — $\frac{17}{44} \times 200$ Rth.

D — $\frac{14}{44} \times 200$ Rth. Wären aber auf

die Vermessung

der 1000 Morgen verwandt 10 Tage

— 1200 — — — 15 —

— 1700 — — — 14 —

— 1400 — — — 8 —, und

müßte also auch hierauf gesehen werden; so wäre der zu-
sammengesetzte Fuß

für

für das Dorf A = 10.1000 = 10.10
 — — — B = 15.1200 = 15.12
 — — — C = 14.1700 = 14.17
 — — — D = 8.1400 = 8.14, und es
 müßte also betragen

Das Dorf A = $\frac{3}{4} \times 200$ Rth.
 — — — B = $\frac{3}{4} \times 200$ Rth.
 — — — C = $\frac{3}{4} \times 200$ Rth.
 — — — D = $\frac{3}{4} \times 200$ Rth.

§. 25.

Diejenigen Dinge, welche bey der
 des Repartitions- und Contributionsfußes
 gebracht werden dürfen, müssen als wahr
 dessen, was repartirt oder contribuiert werden soll, an-
 gesehen werden können. Ob dies sey oder nicht? und
 wenn es nicht gerade zu statt findet, in wiefern es
 sey? Hierüber hat man vor allen Dingen nachzusehen
 und zu entscheiden. Zur Erhellung besondere
 Regeln hiezu wird sich indeß in der Folge ein beque-
 merer Ort finden, daher es gegenwärtig an dem all-
 gemeinen genug seyn mag.

Habe

Haverenrechnung.

§. 26.

Das Wort **Haveren** hat mancherley Bedeutungen. Hier bedeutet es außerordentliche Unkoſten für ein Schiff und ſeine Ladung, und den Schaden an den Waaren auf demſelben, welche dem einen Theile von den Eigenthümern der übrigen vergütet werden. Die Haverenrechnung betrifft alſo die ſo genannten groſſen oder gemeinen Haveren, wozu die Sachen, welche den Seeräubern für Löſelauſung des Schiffes und der Waaren gegeben werden; die in das Meer geworfene Waaren, die zerriffene oder abgehauene Täu oder Mäſte; die zum gemeinen Nutzen des Schiffes und der Waaren im Stiche gelafſene Anker und andere Effecten; der den in dem Schiffe zurückgebliebenen Waaren bey dem Auswerfen ins Meer zugefügte Schade, die Beſorgung und Verpflegung den bey der Vertheidigung des Schiffes verwundeten Matroſen u. d. gl. gerechnet werden.

§. 27.

Die Regel, nach welcher dieſe Haveren berechnet werden müſſen, iſt: Es müſſen dieſelben ſo wohl auf das Schiff als auf die Waaren auf dem Schiffe, und zwar

nach

nach Verhältniß des Werthes der Waaren und des Schiffes fallen. Es bedarf diese Regel keines weitem Beweises, da sie von selbst einleuchtet; man sieht aber bey Ueberdenkung derselben auch sogleich, daß die Havereyrechnung mit der Gewinn- und Verlustrechnung sehr vieles gemein hat.

§. 28.

Es kommt bey einer Havereyberechnung auf 3 Stücke an: erstlich auf die Berechnung des Capitals, welches die Haverey tragen muß, zweitens auf die Bestimmung der Haverey, und endlich drittens auf die Verschätzung der Haverey. Ein Exempel kann hinreichen, die haben in der folgende Art vor Augen zu legen. Es sey solches das in dem Versuche über Affecuranz, Havereyen und Bodmereyen insgemein, und über verschiedene wirkliche Vorfälle und deren Berechnung insbesondere (Hamburg 1753) S. 220 u. f. befindliche.

1. Berechnung des Capitals.

D = = 3 Cassen mit 165

Bouteillen Oehl a 1 P ——— 265 P

3 dito mit 165 Bouteillen Wein a 8 fl. 82 P 8 fl

3 dito mit Rosinen und Käse ——— 59 P —

297 P 8 fl

ab Fracht, Kaplaken, Bolluntkosten 60 P 8 fl

bleibt — — — 237 P.

Ec

P = =

10402 ater Absch. Versch. Rechnungen.

282 Orbst Wein, ab	
10 pr. C. Seccage, restiren 254 Orbst	
a 26 Mk	2812
50 Stück Picardan, ab 10 pr. C.	
restiren 45 Stück a 26 Mk	2519
20 Stück Brandtwein 1397 Quart, ab	
10 pr. C. restiren 1257 Quart a	
26 Mk 30 Quart	13268
ab Fracht, Kaplaken etc.	26590
Zoll und Accise	4400
Einführen, Arbeiter, Courtage	200
	480
	6580
bleibt	20010
22 Ballen Amantain,	
netto 11034 fl, deren theils beschädigt,	
belaufen mit 12 Monat Rabatt	3413
10 Cassen mit 720 Kisten Brünellen	1288
41 Fässgen kleine Köpfen	620
	5322
ab Fracht, Kaplaken	557
Zollkosten, Courtage	186
	743
bleibt	4579

D = e H = s 2 Kisten mit Wein
und Kleingestein, Kosten laut seiner

Rechnung 60 20 15 8

ab für Fracht 7 20 15 8

D = e D = t 1 Cassé und 2 Säcken 350 20

ab Fracht, Zollunkosten 38 20

J = s E = t 88 Cassen Kaufmanschaft

abgezogen Fracht, Zollunkosten 600 20

H = s H = s 9 Ballen Provence Amandeln

428 8 34 2, mit 13 Monat Rabatt 1397 20

6 Säcke Gallen a 300 20 1800 20

2 Fässer Spangrün 950 8 950 20

ab Fracht und Unkosten 4107 20

bleibt 3800 20

H = s H = s 19 Ballen Provence

Amandeln 9400 8 a 37 20 8 2982 20

9 dito Valence dito 4500 8 a 37 20 1531 20

8 Säcke Gallen 2400 20

2 Fässer Spangrün 1000 8 1000 20

ab Fracht und Unkosten 7913 20

bleibt 7230 20

404 2ter Abchn. Versch. Rechnungen:

2000 B = n 6 Fässer Spangrün,

wiegen 2050 fl — — — 2050 fl

ab Fracht, Zoll, Unkosten — — — 120 fl

1930 fl

Das Schiff und die Fracht, Wollshauer

abgezogen — — — — — 6000 fl

44751 fl .

a. Berechnung der Haverey.

Für Lootsgeld und Ancorage in Kingsale 2 fl St. — 3 - 10

— ein Protest — — — — — 18 - 6

— Lootsgeld und Havenunkosten in

Falmouth — — — — — 6 - 8

— Feuergeld in allem — — — — — 18 - 8

— Lootsgeld und Unkosten in Dunns 3 — — 5 - 6

12 fl St. — 12 - 8

thun 2 16 $\frac{1}{2}$ fl in Courant — — — 211 fl 10 fl

Heiliglander Lootsgeld laut Quiting 33 fl

Löcher in das Schiff gekloppt, damit das

Wasser hinunter laufen könnte, ist der

Schade — — — — — 12 fl .

Für folgende Waaren, so der Schiffer über Bord
geworfen, ist zu bezahlen

220 Orhöft Frontignat a 26 M. an

Yere Bere — — — 1716

ab 10 pr. C. Lettage und Actise — 196

1520

3 Caffe Yere H. gehörig — — 60 15

20 Ballen Amandeln für P. M.

netto 5256 M. a 34 1/2 — 1813 5

ab 13 Monat Rabatt — 144 10

1668 11

3 Ballen Provence Amandeln für H.

M. a 1920 M. a 34 1/2 — 662 6

ab 13 Monat Rabatt — 52 13

609 9

3 Ballen Provence Amandeln für H. L.

M. a netto 2415 M. a 34 1/2 — 833 3

2 Ballen Valencia Amandeln 1039 M.

a 37 — — — 384 7

1120 8

Für des Wolls Auslage mit Dolmetschen 8

Für Haberey anjudienem und Facturen

zu holen — — — 4 8

Für Provision 1 pro mille — 44 12

An die Armen — — — 2 1

5295 10

2. Theilung.

Die 5295 \mathcal{L} 10 \mathcal{S} für Haverey-Grasse, getheilt über
44751 \mathcal{L} Capital, kommen für jede 100 \mathcal{L} zu beza-
len. ————— 11 \mathcal{L} 13. 4

P = e D = j — — —	237 \mathcal{L} —	28 \mathcal{L} —	1
W = e B = t — — —	20010 — —	2366 \mathcal{L} —	14 2
P = e M = e — — —	4579 — —	541 — —	14 4
P = e H = f — — —	53 — —	6 — —	4
Pe = D = t — — —	312 — —	36 — —	15 7
S = s C = t — — —	600 — —	71 — —	—
H = ch N = s — — —	3806 — —	449 — —	11
H = ch L = f M = d — —	7230 — —	855 — —	9
A = i B = n — — —	1930 — —	228 — —	5 2
Das Schiff Matheus — —	6000 — —	710 — —	—

44751 \mathcal{L} — 5295 \mathcal{L} 10 \mathcal{S}

§. 29.

Von der Verfertigung einer Dispache, (denn so
nennt man die Berechnung und Repartition der Haverey,
davon der vorhergehende §. ein Beispiel enthält, so wie
derjenige, der dergleichen anzufertigen gesetzt ist, Dispa-
cheur heißt, und dafür Provisions \mathcal{L} C. 1 pro mille er-
hält,) muß ausgemacht seyn, theils was und wie dasselbe zur
Haverey contributren müsse, und was nicht? theils, wel-
che Dinge Entschädigung erhalten, und welche nicht? und
theils auf was für eine Art die Taxation der contribuiren-
den

Bermischungsrechnung.

Von dieser Rechnung dürfen höchstens ein Paar Beispiele angeführt werden, indem das dabei nötige Verfahren sehr mit der Art der Gewin- und Verlustrechnung übereinstimmt. Die Hauptaufgabe dieser Rechnung verlangen, daß man, wenn eine aus der Bermischung mehrerer Ingredienzien entstehende Masse gegeben ist, bestimme, wie man eine andere Masse von gleicher Art hervorzubringen im Stande sey. Man weiß z. B. daß zu 21 Kisten Pulver 1 $\frac{1}{2}$ Schester, 3 Unzen Kohlen und 2 Unzen Schwefel genommen werden, und es wird gefragt, wie viel man von jeder dieser Ingredienzien nötig habe, um 1000 $\frac{1}{2}$ Pulver zu erhalten? Man sieht hier bald, daß man nur 1000 $\frac{1}{2}$ nach und nach mit $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ und $\frac{1}{21}$ multiplizieren habe, um die zu nehmenden Mengen des Salpeters, der Kohlen und des Schwefels zu finden. Nur ist:

$$1000 \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 1000 \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \right) = 2000 \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \right)$$

$$1000 \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = 1000 \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$$

$$1000 \frac{1}{2} \times \frac{1}{21} = 2000 \frac{1}{2} \times \frac{1}{21} = 2000 \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$$

und man muß also nehmen

$$2000 \text{ lb} \times \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right)$$

$$666\frac{2}{3}$$

$$95\frac{1}{2}$$

$$761\frac{1}{2} \text{ lb Salpeter.}$$

$$1000 \text{ lb} \times \frac{1}{2}$$

$$142\frac{1}{2} \text{ lb Kohlen.}$$

$$2000 \text{ lb} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$$

$$666\frac{2}{3}$$

$$95\frac{1}{2} \text{ lb Schwefel.}$$

32.

Befehl daß man wissen will, wie viel von einem oder andern Ingredienz in einer schon vorhandenen Masse liegt, so kann man, wie solches bald in die Augen fällt, das verlangte nach denselben Regeln finden. Würde z. B. gefragt, wie viel Salpeter in 1000 lb Pulver enthalten sind, wenn zu 21 Unzen Pulver 1 lb Salpeter, 3 Unzen Kohlen und 2 Unzen Schwefel genommen werden? so wäre natürlicher Weise die Antwort:

$$1000 \text{ lb} \times \frac{1}{21} = 761\frac{1}{2} \text{ lb.}$$

Hier gehören auch die Fragen, wie viel fein Gold oder fein Silber in dieser oder jenen Masse enthalten sey. Z. B. Wie viel fein Gold enthalten 8 P zafaratisches Gold? Die Antwort ist

Es

8 P

2ter Abschnitt: Rechnungen.

$$8 \text{ } \times \text{ } 11 \text{ } = \text{ } 88 \text{ }.$$

Wie viel enthalten 27 $\text{P}.$ 14 $\frac{1}{2}$ löthig Silber fein?

Die Antwort ist .

$$27 \text{ } \times \frac{14\frac{1}{2}}{16} = 27 \text{ } \times \frac{29}{32} = 24\frac{1}{2} \text{ }.$$

Es ist bekannt, was man unter 23, 22 u. f. w. karatigen Golde, und unter 15löthigen, 14löthigen Silber u. f. w. versteht. Man zeigt durch diese Benennungen an, wie viel Karat fein eine Mark Goldes, und wie viel Loth fein eine Mark Silbers enthalte. Beym Zinne bestimmt man den Grad der Güte etwas anders. Man giebt hier nemlich an, wie viel B. rein Zinn mit einem B. Bley zusammen geschmolzen ist, und nennt die Masse so viel pfündig, als die ganze zusammen geschmolzene Masse hält. Wechsfündig Zinn ist daher 1. B.

Das heißt: 1 B. Zinn und 1 B. Bley zusammen geschmolzen. Man weiß, daß 1 B. Zinn 6 $\frac{1}{2}$ pfündig, und 1 B. Bley 6 $\frac{1}{2}$ pfündig wiegt. Also enthält 1 B. Zinn 6 $\frac{1}{2}$ pfündig, und 1 B. Bley 6 $\frac{1}{2}$ pfündig. Wenn man also 1 B. Zinn und 1 B. Bley zusammen geschmolzen hat, so wiegt die Masse 13 pfündig. Das heißt: 1 B. Zinn und 1 B. Bley zusammen geschmolzen wiegt 13 pfündig. Wenn man also 27 B. Zinn und 27 B. Bley zusammen geschmolzen hat, so wiegt die Masse 351 pfündig. Das heißt: 27 B. Zinn und 27 B. Bley zusammen geschmolzen wiegt 351 pfündig. Wenn man also 27 B. Zinn und 27 B. Bley zusammen geschmolzen hat, so wiegt die Masse 351 pfündig. Das heißt: 27 B. Zinn und 27 B. Bley zusammen geschmolzen wiegt 351 pfündig.

Es hätten also 27 B. Zinn und 27 B. Bley zusammen geschmolzen 351 pfündig gewogen. Wenn man also 27 B. Zinn und 27 B. Bley zusammen geschmolzen hat, so wiegt die Masse 351 pfündig. Das heißt: 27 B. Zinn und 27 B. Bley zusammen geschmolzen wiegt 351 pfündig.

Alligationsrechnung.

§. 35.

Die Alligationsrechnung ist von der Vermischungsrechnung darin unterschieden, daß in ihr aus den dazu nöthigen Säcken den Vermischungsfuß zu bestimmen gelehrt wird. Es hat jemand 8 und 12löthiges Silber vorräthig, und will daraus 10löthiges zusammenschmelzen. Wie viel muß er, um solches zu erhalten, so wohl von dem 8 als von dem 12löthigen Silber nehmen? Diese Frage ist eine Frage der Alligationsrechnung, und man sieht daraus die Nichtigkeit der gegebenen Bestimmung derselben. Auch diese Rechnung ist sehr oft zu gebrauchen, und verdient daher nunmehr betrachtet zu werden.

§. 36.

Es sind entweder zwei Dinge nur, oder es sind mehrere zusammen zu setzen. Jener Fall soll zuerst betrachtet werden. Die Masse, welche aus den zusammen zu setzenden Dingen entstehen soll, muß zwischen beide fallen, und kann daher das Mittel genannt werden, so wie von den beiden gegebenen Dingen das eine das schlechtere und das andere das bessere heißen kann.

§. 37.

Was dem Schlechtern fehlt, muß durch das Bessere ersetzt, und was das Bessere zu viel hat, durch das Schlechtere hinweggeführt werden. Der Vermischungsfuß wird also durch die Unterschiede zwischen dem Mittel und dem Bessern und Schlechtern festgesetzt, so daß diese Unterschiede in umgekehrter Ordnung genommen werden. Wollte also jemand aus 8 und 10löthigen Silber 10löthiges schmelzen, so wären die gedachten Unterschiede 2 und 1, und es müßte also 2mal so viel von dem 10löthigen als von dem 8löthigen genommen werden.

§. 38.

Der Beweis der Behauptung des vorhergehenden §. gründet sich auf den Satz: Wenn von 3 Größen die erste und dritte und der Unterschied zwischen der ersten und mittleren und der Unterschied zwischen der mittleren und der dritten gegeben sind, so ist die mittlere gleich der Summe der Producte, aus der ersten GröÙe in den Unterschied der mittleren, und der dritten und aus der dritten GröÙe in den Unterschied der ersten und mittleren, durch die Summe beider Unterschiede dividirt. Ist z. B. die 1te GröÙe 10, die Dritte 15, der Unterschied der 1ten und mittleren 3, und der Unterschied der mittleren und dritten 2, so ist die mittlere =

$$\frac{10 \times 2 + 15 \times 3}{3 + 2} = \frac{65}{5} = 13.$$

§. 39.

Will man die Proben machen, so lege man sich dem gefundenen Fusse eine Masse zusammen, und erforsche darauf ihren Werth. Nimmt man z. B. 2 Mark reines Silber und 1 Mark Weibges, so erhält man daraus 3 Mark, die insgesamt 30 Loth fein Silber enthalten, und also 10 Lothig sind.

§ 33. Von der Bestimmung des Vermischungsfußes des Zinns.

Bei der Bestimmung des Vermischungsfußes des Zinns ist wegen der Art, die Güte des Zinns anzuzeigen, das daher nothwendige nicht aus der Acht zu lassen. Ein Beispiel mag das hier zu beobachtende Verfahren lehren. Es hat jemand 9 und 5 Pfundiges Zinn, und will daraus 3 Pfundiges schmieden. In welcher Vertheilung muß er dasselbe von seinem Vorwerke nehmen? Hier ist

die Güte des 9 Pfundigen Zinns = $\frac{3}{9}$
 die Güte des 5 Pfundigen Zinns = $\frac{3}{5}$
 oder es verhalten sich die verschiedenen Werthe gegen einander wie

$\frac{3}{9}$, $\frac{3}{5}$; oder $\frac{10}{30}$, $\frac{12}{24}$, oder 80, 72, 75. Der Vermischungsfuß ist also 3, 5; so daß 3 Theile 9 Pfundiges und 5 Theile 5 Pfundiges Zinn genommen werden müssen.

§ 34. Von der Bestimmung des Vermischungsfußes.

Wenn mehrere Dinge als zwei (§ 33) zu einer Masse zu vereinigen sind, und der Vermischungsfuß bestimmt

stimmt werden soll; so kann man zuerst zwischen den beyden von den zu vereinigenden Dingen, zwischen welche das verlangte Mittel nicht fällt, willkürlich eine Mittelmasse annehmen, und dann zwischen dieser und dem noch übrigen abermals das Mittel suchen. Hat z. B. jemand 3 Arten Silber 14löthiges, 11löthiges und 5löthiges, und will daraus 8 löthiges schmelzen; so fällt das verlangte Mittel zwischen 11 und 5, und man sucht also zuvörderst zwischen dem 14 und 11löthigen Silber ein Mittel. Man nimmt, so wie es die Umstände verlangen, von diesen beyden Arten Silber eine Quantität, und macht daraus eine Masse, deren Gehalt man darauf bestimmt. Was nimmt z. B. 3 $\frac{1}{2}$ 14löthiges und 2 $\frac{1}{2}$ 11löthiges Silber; diese geben 5 $\frac{1}{2}$ 12, d. h. 12 $\frac{1}{2}$ löthiges Silber. Man ist der Vermischungsfuß von 12 $\frac{1}{2}$ und 5löthigen Silber zu 5löthigen zu finden. Dieser ist 3, 4 $\frac{1}{2}$; so daß man 3 Theile 12 $\frac{1}{2}$ löthiges und 4 $\frac{1}{2}$ Theile 5löthiges nimmt. Anstatt 3 Theile 12 $\frac{1}{2}$ löthiges Silber aber zu nehmen nimmt man nach dem vorhergehabten Fuß 3, 2, 14löthiges und 11löthiges Silber, d. h. 1 $\frac{1}{2}$ 14löthiges und 1 $\frac{1}{2}$ 11löthiges. Es ist also der ganze Vermischungsfuß 21.

14	14löthiges	} Silber, oder
11	11löthiges	
4	5löthiges	

3 Theile

416 2ter Abschn. Versch. Rechnungen.

3 Theile 14löthiges
2 Theile 11löthiges
8 Theile 5löthiges } Silber.

§. 42.

Will man sich von der Richtigkeit der Ausrechnung des vorhergehenden §. überzeugen; so rechne man

3 \mathcal{P} 14löthig Silber enthalten 42 Loth fein
2 — 11 — — — — 22 — —
8 — 5 — — — — 40 — —, also

die daraus entstandenen 13 \mathcal{P} — 104 Loth fein, und die \mathcal{P} von dieser Masse ist also $\frac{104}{13}$ d. h. 8löthig.

§. 43.

Sollte hingegen aus den §. 41 genannten Arten Silbers 12 $\frac{1}{2}$ löthiges Silber geschmolzen werden, so müßte man das erste Mittel zwischen dem 11löthigen und 5löthigen Silber suchen. Es sey der Vermischungsfuß dazu 5, 4; so enthalten

5 \mathcal{P} 11löthiges Silber 55 Loth fein
4 — 5 — — — 20 — — und die

daraus mögliche 9 \mathcal{P} also 75 Loth fein, so daß man also 8 $\frac{1}{3}$ löthiges Silber erhält. Der Vermischungsfuß dieses Silbers und des 14löthigen zu 12 $\frac{1}{2}$ löthigen ist nun $\frac{11}{2}$, $4\frac{1}{2}$, oder 9, 25, und da nun 9 nach dem Fuße 5, 4 getheilt werden

werden muß, und dadurch die Theile 5 und 4 entstehen, so ist der ganze Vermischungsfuß

25	Theile	14	löthiges	} Silber.
5	—	11	—	
4	—	5	—	

Da

25	℥	14	löthiges Silber	enthalten	350	Loth	fein
5	—	11	—	—	—	55	—
4	—	5	—	—	—	20	—

also die ganze daraus mögliche Masse von 34 ℥ 425; so erhält man nach dem berechneten Fuße $4\frac{3}{4}$ oder $12\frac{1}{2}$ löthiges Silber, welches verlangt wurde.

§. 44.

Wenn man den Vermischungsfuß des willkürlich anzunehmenden Mittels 1 zu 1 annimmt, so wird dadurch die Rechnung um etwas erleichtert: Es geschehe solches z. B. in dem Exempel §. 41, so erhält man aus

1	℥	14	löthiges	} Silber
1	—	11	—	

2 ℥ $12\frac{1}{2}$ löthiges. Der Vermischungsfuß von $12\frac{1}{2}$ löthigen und 5 löthigen Silber zu 8 löthigen aber ist 3, $4\frac{1}{2}$ oder 6, 9 oder 2, 3. Der gesuchte Vermischungsfuß also ist

Da

1 Theil

1 Theil 14löthiges	}	Silber.
1 — 11 — —		
3 — 5 — —		

Es enthält

1 \mathcal{P} 14löthiges Silber	14 Loth fein
1 — 11 — — —	11 — —
3 — 5 — — —	15 — —, und die daraus

möglichen 5 \mathcal{P} also 40 Loth fein, so daß der gefundene Vermischungsfuß glöthiges Silber giebt.

Die gedachte Erleichterung besteht darin, daß man die eine Zahl des erhaltenen Fußes hier nur durch 2 zu theilen hat.

§. 45.

Man lernt durch eine aufmerksame Betrachtung des bisherigen bald, daß nur in dem Falle, wenn zwei Dinge zu einem dritten zu vermischen sind, durch die Rechnung ein durchaus bestimmter Fuß herausgebracht werden könne. So bald die Anzahl der zusammen zu setzenden Dinge drey ist, so lassen sich mehrere Antworten auf die vorgelegte Frage finden, die alle dem verlangten ein Genüge thun. Noch mehr findet dies statt, wenn mehr als drey Dinge zu einer Masse vermischt werden sollen.

§. 46.

Die Alligationsrechnung muß oft mit der Vermischungsrechnung in Verbindung angewandt werden. Es hat.

Hat z. B. jemand 15löthiges und 12löthiges Silber, und will daraus 40 P 14löthiges zusammenschmelzen. Es wird gefragt, wie viel er von jeder Sorte nehmen müsse? Der Vermischungsfuß ist hier das erste, was gesucht werden muß, und im gegenwärtigen Falle 2, 1. Hat man ihn gefunden, so ist das übrige bekannt. Es muß z. B. in dem Exempel genommen werden

$$\begin{array}{l} \frac{2}{3} \times 40 \text{ P} = 26\frac{2}{3} \text{ P } 15\text{löthiges} \\ \frac{1}{3} \times 40 \text{ P} = 13\frac{1}{3} \text{ P } 12\text{löthiges} \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} \frac{2}{3} \times 40 \text{ P} = 26\frac{2}{3} \text{ P } 15\text{löthiges} \\ \frac{1}{3} \times 40 \text{ P} = 13\frac{1}{3} \text{ P } 12\text{löthiges} \end{array}} \right\} \text{ Silber}$$

Die Probe macht man hier ebenfalls so, daß man sagt. Es enthalten

$$\begin{array}{r} 26\frac{2}{3} \text{ P } 15\text{löthiges Silber } 400 \text{ Loth fein} \\ 13\frac{1}{3} \text{ — } 12 \text{ — — — } 160 \text{ — — — , also} \end{array}$$

die daraus entstandenen 40 P 560 Loth fein, so daß also diese Masse 14löthig ist.

Remissionsrechnung.

§. 47.

Es kann sich ereignen, daß von den verabredeten Pachtgeldern oder andern festgesetzten Abgaben gewisse Umstände, bey den Pachtgeldern z. B. Hagelschaden, Miswachs u. d. gl. eine Erlassung nothwendig machen. Zur Bestsetzung dieser unter gewissen Umständen zu ertheilenden Remission sind verschiedene Berechnungen nöthig, und die Art und Weise derselben wird in der Remissionsrechnung erklärt.

§. 48.

Wenn Remission ertheilet werden soll, so muß ein wirklicher Schade an denjenigen Dingen vorhergegangen seyn, woraus dasjenige erhalten wird, an welchem man die Remission fordert, und dieser Schade ist vor allen Dingen gehörig zu bestimmen. Von der Remissionsrechnung bey Fruchtshaden hauptsächlich zu reden, so muß dabey jedesmal erst ausgemacht seyn, wie hoch sich der erlittene Schade belaufe, d. h. was für ein Theil von dem ganzen Ertrage er sey?

§. 49.

Der ganze Ertrag ist hier offenbar der Nutzen, der aus dem Winterfelde, Sommerfelde und Brachfelde gezogen

zogen werden kann, oder in guten Jahren gezogen wird, und nach welchem die Abgaben eingerichtet sind. Hiergegen muß also jedesmal der erlittene Schaden, er mag nun nur das eine oder das andere Feld, oder alle Felder zugleich betreffen, gehalten werden.

§. 50.

Bei der Schätzung des Schadens kann, wenn dieselbe von mehreren Aestimatoren vorgenommen wird, sich ereignen, daß derselbe verschiedentlich angegeben wird. In diesem Falle muß man den Durchschnitt aller Schätzungen suchen, und das Resultat als den wahren Schaden betrachten. Würde z. B. ein Schaden von dem einen $\frac{1}{2}$, von dem andern auch $\frac{1}{2}$, von dem dritten aber $\frac{1}{3}$ geschätzt, so wäre das Mittel aller dieser Schätzungen $\frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{3} = \frac{1\frac{1}{2}}{3} = \frac{1}{2}$, und dieser Schaden wäre also in Anschlag zu bringen.

§. 51.

Gesetzt nun, daß das Land von einem Gute halte,
an Winterfeld 300 Morgen; und ein Morgen 6 Rth bringe
— Sommerfeld 200 — — — — 4 — —
— Brachfeld. 150 — — — — 2 — —;
so ist der ganze Ertrag dieses Gutes in Ansehung der Länderey

von dem Winterfelde 1800 R ℓ

— — Sommerfelde 800 —

— — Brachfelde 300 —, und

also überhaupt 2900 R ℓ .

Nun entstehe ein Schade durch alle 3 Felder, und selbiger werde von drey Estimatoren geschätzt

	von 1ten	2ten	3ten
im Winterfelde	450 R ℓ ,	450 R ℓ ,	600 R ℓ
— Sommerfelde	400 R ℓ ,	264 R ℓ ,	350 R ℓ
— Brachfelde	320 R ℓ ,	300 R ℓ ,	300 R ℓ ; so

ist der Schade, der in Anschlag gebracht werden kann,

im Winterfelde $\frac{1500}{3}$ R ℓ = 500 R ℓ

— Sommerfelde $\frac{1014}{3}$ R ℓ = 338 R ℓ

— Brachfelde — — — 300 R ℓ , also

der sämmtliche Schade 1138 R ℓ , oder:

von dem ganzen Ertrage $\frac{1138}{2900} = \frac{142}{362}$.

§. 52.

Bis jetzt hat die nöthige Rechnung keine Schwierigkeit; allein wie soll nun die zu ertheilende Remission berechnet werden? Soll etwa der ganze Schade ersetzt werden? Unbillig wäre dies ohnstreifig gegen den Güterbesitzer, indem er das Gut doch nicht so hoch verpachtet, als es der Pächter nutzen kann. Es ist daher billig, daß auch der Pächter einen Theil des Schadens trage, und es pflegt in den Landesgesetzen bestimmt zu werden, wie groß die

die Remission seyn solle, wenigstens für einige Fälle. Es ist z. B.

wenn der Schade dem Ertr. gleich ist, die Remis. $\frac{1}{2}$ der Abgab.

— — — $\frac{2}{3}$ des Ertr. ist — — — $\frac{1}{3}$ — —

— — — $\frac{1}{2}$ — — — — — $\frac{1}{4}$ — —

und für geringere Schaden wird gar keine Remission gegeben.

§. 53.

Wie soll man nun aber die Remission bestimmen, wenn der Schade zwischen $\frac{1}{2}$ und $\frac{2}{3}$, oder $\frac{2}{3}$ und 1 fällt? so daß die Verordnung der Landesgesetze dabei unverletzt bleibt. Wenn die vorhin angeführten Bestimmungen beibehalten werden, so kann man solches auf folgende Art thun.

Man sucht vor allen Dingen, was für ein Theil des Ertrags der erlittene Schade ist. Darauf theilet man das Ganze in so viel Theile, als der Nenner dieses Bruchs anzeigt, und schaltet zwischen $\frac{1}{2}$ und $\frac{2}{3}$ so viel Glieder ein, als dieser Nenner multiplicirt mit $(\frac{2}{3} - \frac{1}{2})$ oder mit $\frac{1}{6}$, angiebt, mit andern Worten den 6ten Theil der angenommenen Theile; zwischen $\frac{1}{2}$ und $\frac{2}{3}$ aber schaltet man $\frac{1}{3}$ derselben ein. Die Differenz zwischen jeden zwey jener ersten Glieder ist $\frac{1}{6}$, dividirt durch $\frac{1}{6}$ des Nenners des Bruchs, welcher das Verhältniß des Schadens gegen den Ertrag anzeigt; zwischen jeden zwey der letztgedachten Glieder aber $\frac{1}{3}$, dividirt durch $\frac{1}{3}$ des Nenners des so eben gedachten Bruchs. Auf diese Art erhält man eine

Tabelle, welche die Remission auch für mehrere zwischen $\frac{1}{2}$ und $\frac{3}{4}$, und $\frac{3}{4}$ und 1 befindliche Fälle enthält. Z. B. wenn der öfters gedachte Nenner 24 ist, so erhält man folgende Tabelle.

Schade	Remission
$\frac{1}{2} = \frac{12}{24}$ des Ertrags	$= \frac{1}{2}$ der Abgaben
$\frac{13}{24} — —$	$= \frac{1}{4} + \frac{1}{12} = \frac{5}{12}$
$\frac{14}{24} — —$	$= \frac{1}{4} + \frac{2}{12} = \frac{5}{6}$
$\frac{15}{24} — —$	$= \frac{1}{4} + \frac{3}{12} = \frac{7}{8}$
$\frac{3}{4} = \frac{18}{24} — —$	$= \frac{1}{4} + \frac{4}{12} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$
$\frac{17}{24} — —$	$= \frac{1}{2} + \frac{1}{12} = \frac{17}{12}$
$\frac{18}{24} — —$	$= \frac{1}{2} + \frac{2}{12} = \frac{18}{12}$
$\frac{19}{24} — —$	$= \frac{1}{2} + \frac{3}{12} = \frac{19}{12}$
$\frac{20}{24} — —$	$= \frac{1}{2} + \frac{4}{12} = \frac{20}{12}$
$\frac{21}{24} — —$	$= \frac{1}{2} + \frac{5}{12} = \frac{21}{12}$
$\frac{22}{24} — —$	$= \frac{1}{2} + \frac{6}{12} = \frac{22}{12}$
$\frac{23}{24} — —$	$= \frac{1}{2} + \frac{7}{12} = \frac{23}{12}$
$1 = \frac{24}{24} — —$	$= \frac{1}{2} + \frac{9}{12} = \frac{24}{12} = 2.$

§ 54.

Wäre der Nenner des Bruchs, welcher das Verhältniß des Schadens gegen den Ertrag anzeigt, so beschaffen, daß er durch 6 dividirt, keine ganze Zahl gäbe; so könnte man den Bruch in einen solchen verwandeln, dessen Nenner unter andern aus der 6 als Factor zusammengesetzt wäre. Anstatt des Nenners 7 z. B. kann man 42 nehmen, und dann erhält man folgende Tabelle.

Schade

Schabe

$\frac{1}{2} = \frac{21}{42}$ des Ertrags

$\frac{22}{42} \text{ --- } \text{---}$

$\frac{23}{42} \text{ --- } \text{---}$

$\frac{24}{42} \text{ --- } \text{---}$

$\frac{25}{42} \text{ --- } \text{---}$

$\frac{26}{42} \text{ --- } \text{---}$

$\frac{27}{42} \text{ --- } \text{---}$

$\frac{28}{42} = \frac{28}{42} \text{ --- } \text{---}$

$\frac{29}{42} \text{ --- } \text{---}$

$\frac{30}{42} \text{ --- } \text{---}$

$\frac{31}{42} \text{ --- } \text{---}$

$\frac{32}{42} \text{ --- } \text{---}$

$\frac{33}{42} \text{ --- } \text{---}$

$\frac{34}{42} \text{ --- } \text{---}$

$\frac{35}{42} \text{ --- } \text{---}$

$\frac{36}{42} \text{ --- } \text{---}$

$\frac{37}{42} \text{ --- } \text{---}$

$\frac{38}{42} \text{ --- } \text{---}$

$\frac{39}{42} \text{ --- } \text{---}$

$\frac{40}{42} \text{ --- } \text{---}$

$\frac{41}{42} \text{ --- } \text{---}$

$1 = \frac{42}{42} \text{ --- } \text{---}$

Remission

$= \frac{1}{4}$ der Abgaben

$= \frac{1}{4} + \frac{1}{8} \text{ ---}$

$= \frac{1}{4} + \frac{2}{8} \text{ ---}$

$= \frac{1}{4} + \frac{3}{8} \text{ ---}$

$= \frac{1}{4} + \frac{4}{8} \text{ ---}$

$= \frac{1}{4} + \frac{5}{8} \text{ ---}$

$= \frac{1}{4} + \frac{6}{8} \text{ ---}$

$= \frac{1}{4} + \frac{7}{8} = \frac{1}{2} \text{ ---}$

$= \frac{1}{2} + \frac{1}{8} \text{ ---}$

$= \frac{1}{2} + \frac{2}{8} \text{ ---}$

$= \frac{1}{2} + \frac{3}{8} \text{ ---}$

$= \frac{1}{2} + \frac{4}{8} \text{ ---}$

$= \frac{1}{2} + \frac{5}{8} \text{ ---}$

$= \frac{1}{2} + \frac{6}{8} \text{ ---}$

$= \frac{1}{2} + \frac{7}{8} \text{ ---}$

$= \frac{1}{2} + \frac{8}{8} \text{ ---}$

$= \frac{1}{2} + \frac{9}{8} \text{ ---}$

$= \frac{1}{2} + \frac{10}{8} \text{ ---}$

$= \frac{1}{2} + \frac{11}{8} \text{ ---}$

$= \frac{1}{2} + \frac{12}{8} \text{ ---}$

$= \frac{1}{2} + \frac{13}{8} \text{ ---}$

$= \frac{1}{2} + \frac{14}{8} = \frac{3}{4} \text{ ---}$

§. 51.

Wenn man auf diese Art eine Tabelle oder Tabellen machen wollte, die alle nur möglichen Fälle enthielten; so

Ob 5

würden

würden dieselben sehr weitläufig werden, und ihre Verfertigung nicht ohne grosse Schwierigkeiten seyn: Man hat indeß solche Tabellen so nöthig nicht, indem man nach dem bisherigen in jedem gegebenen Falle das verlangte leicht ohne dieselben finden kann. Es sey z. B. der ganze Schade $\frac{1062}{1478}$ des Ertrags; und die zu ertheilende Remission werde zu wissen verlangt. Man verwandele zuvörderst $\frac{1062}{1478}$ in $\frac{1207}{1378}$ nach dem vorhergehenden §. $\frac{1207}{1378}$ fällt zwischen $\frac{1}{2} = \frac{2200}{1378}$ und 1, und ist von dem $\frac{1350}{1378}$ oder 1450 Gliedern, welche zwischen $\frac{1}{2}$ und 1 eingeschaltet werden müssen, das 307te. Da nun die Differenz jeder zwey auf-

einander folgenden Glieder zwischen $\frac{1}{2}$ und 1 gleich ist $\frac{\frac{1}{2}}{1450}$

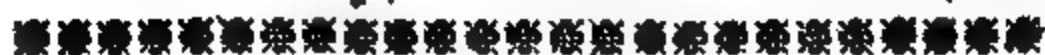
$= \frac{1}{2880}$, so ist die für $\frac{1062}{1478}$ des Ertrags zu ertheilende Remission $\frac{1}{2} + \frac{1207}{2880} = \frac{1207}{880}$ der Abgaben.

§. 56.

Wenn bekannt ist, was für ein Theil der Abgaben die Remission ist, so ist die Remission selbst leicht zu finden. Hätten an einer Remission mehrere Antheil, so müßte darauf nach der Gewinn- und Verlustrechnung der Antheil eines jeden an der ganzen Remission berechnet werden. Hierzu wird aber noch eine der §. 51 angeführten ähnliche Bestimmung des Schadens eines jeden erfordert.

In dem Exempel §. 51 wird, da $\frac{1062}{1478}$ ist, gar keine Remission ertheilt.

Berech-



Berechnung der Legitima.

§. 57.

Unter der Legitima oder dem Pflichttheile versteht man diejenige Erbportion, welche die Kinder nach den Rechten von den Eltern fordern können, so daß sie auch selbst den Enterbten nicht entstehen kann. Es fällt dabei sogleich in die Augen, daß zur Berechnung des Pflichttheils vor allen Dingen ein dahin gehöriges Gesetz erfordert werde, und dieses ist: Vier oder weniger Kinder bekommen ein Drittheil; fünf oder mehr Kinder aber die Hälfte der Erbschaft.

§. 58.

Die Fälle, welche bey der Berechnung des Pflichttheils vorkommen können, sind von gedoppelter Art; es ist nemlich entweder der Pflichttheil aller Kinder, oder nur der Pflichttheil eines Kindes zu bestimmen. Findet das letzte statt, so giebt es so viel Regeln, als man Mengen erbender Kinder annehmen kann; doch lassen sich dieselben insgesamt leicht auf eine allgemeine Regel zurückbringen.

§. 59.

§. 59.

Soll nun

a der Pflichttheil aller Kinder berechnet werden; so
sucht man

bei Kindern von dem Vermögen

1	}				
2					
3		—	—	—	$\frac{1}{3}$
4					
5	}				
6					
7		—	—		$\frac{1}{2}$
8					
9 u. s. w.					

Soll aber

b der Pflichttheil eines Kindes berechnet werden, so
ist derselbe

bei Kindern von dem Vermögen

1	—	—	$\frac{1}{2}$
2	—	—	$\frac{1}{3}$
3	—	—	$\frac{1}{4}$
4	—	—	$\frac{1}{5}$
5	—	—	$\frac{1}{6}$
6	—	—	$\frac{1}{7}$
7	—	—	$\frac{1}{8}$

bei

bey Kindern	von dem Vermögen	
8	—	$\frac{1}{8}$
9	—	$\frac{1}{9}$
10	—	$\frac{1}{10}$
11	—	$\frac{1}{11}$
12	—	$\frac{1}{12}$
13	—	$\frac{1}{13}$
14	—	$\frac{1}{14}$
15	—	$\frac{1}{15}$ u. f. w.

Es fließen diese Bestimmungen zu leicht aus dem §. 57 angeführtem Gesetze zur Berechnung des Pflichttheils, als daß es nöthig seyn sollte, ihre Richtigkeit weiter zu beweisen. Merke man sich nun noch, daß die etwa statt findenden Schulden von dem Actyvermögen jedesmal vor der Berechnung des Pflichttheils abgezogen zu werden pflegen, so ist die fernere nöthige Rechnung leicht.

§. 60.

Will man für die Bestimmung des Pflichttheils eines Kindes eine allgemeine Regel haben, so ist selbige: Man dividire das hinterlassene Vermögen, wenn nicht mehr als vier Kinder da sind, durch die Anzahl der Kinder mit 3; wenn aber mehr als vier Kinder da sind, durch die Anzahl der Kinder mit 2 multiplicirt. Durch die Anwendung dieser allgemeinen Regel auf die möglichen besondern Fälle ist die vorhergehende Tabelle entstanden,

§. 61.

Wie groß ist der Pflichttheil des einen von 4 Kindern, wenn das hinterlassene Vermögen 3000 R ℓ ?

Antwort:

$$3000 \text{ R}\ell \times \frac{1}{4} = 750 \text{ R}\ell.$$

Wie viel erhält ein Kind zu seinem Pflichttheile, wenn es 5 Geschwister hat, das Activvermögen 16000 R ℓ und die Schulden 3500 R ℓ sind? Antwort:

$$(16000 \text{ R}\ell - 3500 \text{ R}\ell) \times \frac{1}{6} = 1250 \text{ R}\ell.$$

§. 62.

Wenn Kinder vom ersten Grade mit Kindern vom zweiten Grade concurriren, und der Pflichttheil eines Enkels bestimmt werden soll; so muß zuerst berechnet werden, wie groß die Erbschaft aller Enkel ist, und dann wird nach den bisherigen Regeln gerechnet. Erbten z. B. 3 Enkel von dem Großvater anstatt ihres verstorbenen Vaters, und sollte der eine davon nur den Pflichttheil erhalten, so bekäme derselbe $\frac{1}{3}$ von dem Antheile seines Vaters.

§. 63.

Bei der Berechnung des Pflichttheils bei Lehngütern findet sich noch ein Umstand, der angemerkt werden muß, und welchen Volack in dem oft angeführten Werke S. 58. 59 mit folgenden Worten beschreibt. Daferne
bei

ben lehnsgütern der Pflichttheil zu berechnen ist, so kommen nur diejenigen Kinder in Berechnung, welche der lehnsſucceſſion fähig ſind, und alſo bey den Feudis masculinis nur die Söhne; ſo daß wenn der Verſtorbene 4 Söhne und 3 oder mehr Töchter, und alſo in allen 7 Kinder hinterlaſſen, wo ſonſt der Pflichttheil aller Kinder im Allodialvermögen die Hälfte wäre, ſo iſt es im angezogenen Falle doch nur der dritte Theil, weil die 3 Töchter nicht gezählet werden dürfen. Und gleichwie der Pflichttheil nicht eher gerechnet wird, als nachdem vorher alle Schulden abgezogen ſind; ſo müſſen auch hier allererſt die wirklichen lehnsſchulden, worunter auch dasjenige gehört, was die Töchter aus den lehnsgütern zu ihrer lehnscompetenz empfangen, abgezogen werden.

Berechnung der Quarta Falcidia.

§. 64.

Wegen der Quarta Falcidia muß dem Erben der vierte Theil der Erbschaft frey bleiben, und es fordert also der Erbe dieselbe, wenn seine Erbschaft so beschweret worden, daß er mehr als $\frac{3}{4}$ davon abgeben müßte. Dieses kann durch legatē von verschiedener Art geschehen, und da die Findung der Quarta Falcidia selbst mit keiner Schwierigkeit verbunden ist, so kommt es hier nur darauf an, daß gezeigt werde, wie in dem Falle, wenn ein Erbe in Ansehung der Falcidia durch legatē gravirt ist, diese legatē vermindert werden müssen, daß die Quarta Falcidia frey bleibe.

§. 65.

Wenn die Summe der Erbschaft ausgemittelt ist, so ist, wie solches nach einiger Ueberlegung in die Augen fällt, das erste was man zu thun hat, daß man bestimmt, um wie viel der Erbe gravirt sey. Hierzu ist öfters eine Reduction der gemachten legatē nöthig, welche dann größtentheils nach den Regeln der Rabattrechnung zu Stande gebracht werden kann. Weiß man, wessen der Erbe mit Recht sich weigern kann, so findet man nach sorgfältiger Ueber-

Ueberdenkung der jedesmaligen Umstände leicht, wie die gemachten Legate wegen der Quartā Falcidia verändert werden müssen. Die Legitima darf übrigens mit gar keinem Legate beschwert werden.

§. 66.

Eine Erbschaft von 8000 R ℓ ist mit 3 Legaten besetzt, der Erbe soll davon an A 3000 R ℓ , an B 1750 R ℓ und an C 2750 R ℓ zahlen. Es verlangt aber derselbe die Quartam Falcidiam, und es wird gefragt, wie viel A und B und C abgezogen werden müsse, damit er selbige erhalten könne?

Vermöge der Quartā Falcidia muß der Erbe erhalten

$$\frac{1}{4} \times 8000 \text{ R}\ell = 2000 \text{ R}\ell.$$

Er soll aber zahlen

an A — 3000 R ℓ
 — B — 1750 R ℓ
 — C — 2750 R ℓ

in allem 7500 R ℓ ,

und ist also verbortheilt mit 1500 R ℓ .

Er zieht also

von $\left. \begin{array}{l} 3000 \text{ R}\ell \\ 1750 \text{ R}\ell \\ 2750 \text{ R}\ell \end{array} \right\}$ ab 1500 R ℓ , und also

Er

von

von den 3000 R ℓ des A 1500 R ℓ $\times \frac{2}{3} = 600$ R ℓ
 — — 1750 R ℓ — B 1500 R ℓ $\times \frac{2}{3} = 350$ R ℓ
 — — 2750 R ℓ — C 1500 R ℓ $\times \frac{1}{3} = 550$ R ℓ ;
 und giebt also
 an A die Summe 3000 R ℓ — 600 R ℓ = 2400 R ℓ
 — B — — 1750 R ℓ — 350 R ℓ = 1400 R ℓ
 — C — — 2750 R ℓ — 550 R ℓ = 2200 R ℓ

 in Summa 6000 R ℓ .

§. 67.

Wenn der Erbe ein Kind ist, so kann er erstlich den
 Pflichttheil, und dann noch die Quartam Falcidiam oder
 Trebellianicam fordern. Die Quarta Falcidia ist aber
 hier nicht mehr $\frac{1}{2}$ des Erbes, sondern $\frac{1}{4}$ des Restes, nach-
 dem der Pflichttheil abgezogen worden. Gesezt also,
 daß ein Vater 6 Kinder und 30000 R ℓ hinterlasse, so
 darf er ein Kind, daß er zu 8000 R ℓ einsezt, mit nicht
 mehr als 4125 R ℓ legaten beschweren. Es kann nemlich
 dieses Kind fordern

1. den Pflichttheil, d. h. $\frac{1}{2} \times 30000$ R ℓ = 2500 R ℓ

2. die Quartam Trebellianicam

oder $\frac{1}{4} \times (8000$ R ℓ — 2500 R ℓ)

= $\frac{1}{4} \times 5500$ R ℓ

= 1375 R ℓ

also in Summa 3875 R ℓ ,

welche von 8000 R ℓ abgezogen obige 4125 R ℓ zum
 Reste lassen.

§. 68.

Gesetzt, daß das Legat, womit eine Erbschaft beschwert worden, ein jährliches Legat ist; so ist zur Beurtheilung, ob die Quarta Falcidia dem Erben frey bleibe, die Reduction dieses Legats auf seinen jetzigen Werth vor allen andern nothwendig. Da von der Art und Weise, wie dieselbe jedesmal anzustellen, in den Rabattrechnungen weitläufig gesprochen worden ist, so würde es überflüssig seyn, hier mehr als ein Beispiel anzuführen. Gesetzt also, daß der Erbe im vorhergehenden Exempel 12 Jahre lang jedes Jahr 500 R ℓ bezahlen sollte; so ergiebt sich nach den Regeln der doppelten Rabattrechnung für den jetzigen Werth der 12 Jahre hinter einander zu zahlenden 500 R ℓ , $886,325 \text{ R}\ell \times 5 = 4431,625 \text{ R}\ell = 4431 \frac{1}{2} \text{ R}\ell$, und der Erbe wäre also mit $4431 \frac{1}{2} \text{ R}\ell - 4125 \text{ R}\ell = 306 \frac{1}{2} \text{ R}\ell$ gravirt.

§. 69.

In dergleichen Fällen pflegt noch die Frage zu entstehen, wie viel also von der nach dem Testamente jährlich zu zahlenden Summe abgezogen werden müsse? Man sieht nach einiger Ueberlegung bald, daß man diese Summe finde, wenn man berechnet, wie viel jährlich gegeben werden müsse, um die ganze Summe, welche der Erbe von dem jetzigen Werthe des Legats abziehen kann, in gleichen Theilen und in den Terminen des Legats abzutragen.

gen. In dem berührten Falle, z. B. dürfte man nur berechnen, wie viel man 12 Jahre hindurch am Ende eines jeden Jahres geben muß, um 306½ R ℓ , die man jetzt erhält, mit ihrem Zinse abzutragen. Die Regeln dieser Aufgaben sind bereits oben erklärt, und mit Beispielen belegt worden.

§. 70.

Widerwärtig soll ein Erbe einem andern ein Legat auf Lebenslang auszahlen. Wenn das ist, so muß vor allen Dingen ausgemacht werden, wie groß die Zeit der Zahlung des Legats anzunehmen sey. Von diesem Falle kann aber hier nicht ausführlich geredet werden, indem derselbe manches von dem in dem folgenden 2ten Theile abzuhandelnden voraussetzt, und er bleibt also bis dahin verschoben.



Von der
Verlegung über die Hälfte.

§. 71.

Ueber die Hälfte oder enorm wird der Verkäufer verlegt, wenn er weniger als den halben Werth der Sache bekommt, der Käufer aber, wenn er weniger als die Hälfte der Waare erhält, die er für sein Geld hätte erhalten sollen.

§. 72.

Um zu beurtheilen, ob ein Verkäufer oder ein Käufer enorm lädirt sey, muß man das, was jener für seine Waaren erhalten hat, mit ihrem wahren Werthe, und das was dieser für sein Geld erhalten hat, mit dem, was er dafür hätte erhalten sollen, oder das was er hätte geben sollen, mit dem, was er wirklich gegeben hat, vergleichen. Ist z. B. eine Sache 16 Rth werth, und der Verkäufer erhält dafür 8 Rth, so ist er um die Hälfte, erhält er aber weniger, über die Hälfte lädirt, indem $\frac{8}{16} = \frac{1}{2}$, hingegen $\frac{7}{8}$, $\frac{6}{8}$, $\frac{5}{8}$ u. s. w. weniger als ein halbes sind. Der Käufer hingegen ist um die Hälfte lädirt, wenn er 32 Rth dafür bezahlt, und über die Hälfte, wenn er noch mehr dafür giebt.

Einige Zusätze und Verbesserungen.

§. 73.

Als einen historischen Beitrag zu den 268ten bis 271ten § des 1ten Abschnitts füge ich hier noch hinzu, daß bereits Klügel im 12ten Stück des Hannöv. Magaz. v. J. 1773 den Vorschlag gethan hat, um dessen willen die in den angeführten §§ enthaltenen Rechnungen erklärt worden sind. Man hat auch eine Tabelle verfertigt, welche die dabey nöthigen Rechnungen erleichtern sollte: Ich will dieselbe hersetzen, und mein Urtheil darüber hinzufügen.

§. 74.

Jahre	Accord von 1000	Abtrag von 1000
1	952	1000
2	930	500
3	908	333
4	886	250
5	866	200

Jahre

Jahre	Accord von 1000	Abtrag von 1000
6	846	166
7	827	142
8	808	125
9	790	111
10	772	100
11	755	90
12	739	83
13	723	76
14	707	71
15	692	66
16	677	62
17	663	58
18	650	55
19	636	52
20	623	50

Jahre	Accord von 1000	Abtrag von 1000
21	610	47
22	598	45
23	586	43
24	575	41
25	564	40
26	553	38
27	542	37
28	532	35
29	522	34
30	512	33
31	503	32
32	494	31
33	485	30
34	476	29
35	468	28

Jahre

Jahre	Accord von 1000	Abtrag von 1000
36	460	27
37	452	27
38	444	26
39	436	25
40	429	25

§. 75.

Die 2te Columne dieser Tabelle enthält, wie viel der Schuldner für 1000 zu geben im Stande ist, die daneben stehende Zahl der Jahre zeigt an, wie lange es währet, bis 1000 abgetragen sind, und die daneben stehende Zahl in der 3ten Columne zeigt an, wie viel jährlich von 1000 abgetragen wird. Daß diese Tabelle sehr unvollständig sey, fällt nach einer kurzen Betrachtung derselben in die Augen, und man überzeugt sich auch bald, daß eine vollständige Tabelle dieser Art nicht gut möglich sey. Nach der §. 269 — 271 des 1ten Abschnitts vorgeschlagenen Art sind die hier nöthigen Rechnungen kurz und leicht genug, um alle Tabellen entbehren zu können.

Zu § 299 des 1ten Abschnitts.

Bei der Berechnung des Portos, welches man von einer Summe, die man unbefreyt übersenden könnte, abziehen kann, weil man dieselbe frankiret, giebt es noch einen andern Anzeiger, dessen Gebrauch da, wo auf das schärfste gerechnet werden soll, vorzuziehen ist. Rechnet man nemlich, wie § 299 des 1ten Abschnitts gelehret worden, so erhält zwar der Empfänger das, was er nach eigener Bezahlung des Portos erhalten haben würde, wenn der Ubersender das Geld unbefreyt überschickt hätte; allein der Ubersender bezahlt so viel Porto nicht, als er zurück behält. Soll dieses vermieden werden, so dividirt man die zu überschickende Summe durch die Summe, wofür das Porto bestimmt ist, mit dem das für bestimmten Porto zusammen genommen. Sollten z. B. 505 Rth abgesandt werden, und das Porto wäre 1 für 100, so wäre das abzugehende $\frac{505 \text{ R}^{\text{th}}}{101} = 5 \text{ R}^{\text{th}}$.

Betrachtet man diesen Fall genau, so ist er mit der Berechnung des Rabatts aufs 100 vollkommen übereinstimmend,

stimmend, und eben deswegen bedarf auch die angeführte Regel keines weitern Beweises. Wie soll man nun aber in vorkommenden wirklichen Fällen rechnen, nach der Regel §. 299 des 1ten Abschnitts, oder nach der gegenwärtigen? Dies müssen die Postordnungen entscheiden. Wenn das Porto z. B. auf die Art festgesetzt ist:

Von 1 bis 20 R ℓ Silbergeld wird das doppelte,

— 20 — 35 R ℓ — — — dreifache,

— 35 — 50 R ℓ — — — vierfache Brief-

porto gegeben, und was über 50 R ℓ ist, als sey Gold oder Silber, wird wie 100 R ℓ bezahlt; so sieht man wohl, daß die strengen Berechnungen des Portos nichts helfen können.

§. 78.

Die Nähe der Messe hat es mir unmöglich gemacht, den gegenwärtigen 1ten Theil meiner Anleitung zur juristischen, politischen und öconomischen Rechenkunst vom Anfang bis zu Ende sorgfältig wieder durchzulesen, und die eingeschlichenen Fehler alle zu bemerken. Ich behalte mir solches also vor, und bitte, folgendes vorläufig zu ändern.

§. XXXII der Vorrede Z. 7 muß statt die erste Wurzel stehen die zweite Wurzel.

S. 89 lese man Z. 12 anstatt 3 oder 4, 2 oder 3, und Z. 21 anstatt 8 oder 10, 4 oder 6 oder 8 u. s. w.

S. 138 muß Z. 7 anstatt 14081 R ℓ bis 14081 R ℓ gelesen werden 14081 R ℓ bis 14082 R ℓ .

S. 141 steht Z. 5 von unten multiplicirt anstatt multipliciren.

S. 322 muß Z. 5 von unten 24,69 R ℓ anstatt 24,68 R ℓ gelesen werden.

E r k l ä r u n g

verschiedener der gebrauchten Zeichen

und

Bezeichnungen.

Das Zeichen $=$ setzt man zwischen die Grössen oder Zahlen, welche gleich sind.

Das Zeichen $+$ (plus) zeigt an, daß die Grössen, zwischen welchen es steht, zusammenaddirt werden sollen; z. B. $3 \text{ Rk} + 6 \text{ Rk} + 9 \text{ Rk}$ zeigt an, daß man die Summe von 3 Rk und 6 Rk und 9 Rk oder 18 Rk finden soll.

Das Zeichen $-$ (minus) zeigt an, daß die Grösse, vor welcher es steht, von derjenigen, die vorhergeht, abgezogen werden soll; z. B. $6 \text{ Rk} - 3 \text{ Rk}$ heisst, es sollen 3 Rk von 6 Rk abgezogen werden.

Anm. Wenn aber die Zeichen $+$ und $-$ vor Zahlen stehen, mit welchen man eine andere Zahl oder eine Grösse multipliciren oder dividiren soll; so zeigt $+$ an, daß man diese Zahl oder Grösse selbst, $-$ aber, daß man ihr gleiches Gegentheil multipliciren oder dividiren soll. S. die Vorrede S. xxvii u. f.

Das

446 Erklärung verschiedener Zeichen.

Das Zeichen \times oder \cdot setzt man vor die Zahl, mit welcher man eine andere Zahl oder eine GröÙe multipliciren soll. So heißt $6 \text{ Rk} \times 4$, daß man 6 Rk viermal zu nehmen habe. Werden mehrere Multiplicatoren durch das Zeichen \times oder \cdot verbunden, so ist der Sinn davon, daß man mit denselben nach einander die Multiplication anstellen soll. Z. B. $6 \text{ Rk} \times 4 \times 6 \times 2$ heißt: Es sollen 6 Rk viermal-genommen, dies Product (24 Rk) mit 6, und das hiedurch erhaltene (144 Rk) noch mit 2 multiplicirt werden; so daß also $6 \text{ Rk} \times 4 \times 6 \times 2 = 288 \text{ Rk}$ ist.

Bezeichnungen wie folgende $\frac{6}{3}$, $6 : 3$ zeigen an, daß die Zahl oder GröÙe über — oder vor : durch die Zahl unter — oder hinter : dividirt werden soll, und in den angeführten soll also 6 durch 3 dividirt werden. Wenn unter dem Striche — mehrere Zahlen durch \times verbunden stehen, so soll die obere Zahl oder GröÙe durch dieselben nach und nach dividirt werden. $\frac{6}{2 \times 4 \times 3}$ z. B. heißt: Es soll 6 durch 2, und was herauskommt (3) durch 4, und dieser Quotient ($\frac{3}{4}$) durch 3 dividirt werden, so daß also $\frac{6}{2 \times 4 \times 3} = \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ ist.

Wenn vor einem Bruche oder Anzeiger das Zeichen \times oder \cdot steht, so zeigt dasselbe an, daß man mit dem Zähler multipliciren und mit dem Nenner dividiren solle; steht aber das Divisionszeichen drüber oder davor, so soll man

man mit dem Zähler dividiren und mit dem Nenner multipliciren. So heißt also $6 \text{ Rk} \times \frac{3}{4}$, 6 Rk mit 3 multiplicirt, und das kommende Product (18 Rk.) mit 4 dividirt; $\frac{8 \text{ Rk}}{\frac{3}{4}}$ oder aber $8 \text{ Rk} : \frac{3}{4}$ zeigt an, daß man 8 Rk mit 4 multipliciren und das Product (32 Rk.) mit 3 dividiren soll.

Wenn verschiedene Zahlen oder Größen in einer Parenthese stehen, so bezieht sich das Zeichen vor der Parenthese auf alle in derselben befindliche Zahlen oder Größen. $8 \text{ Rk} \times (3 + 4 - 2)$ heißt also 8 Rk mit 3, ferner 8 Rk mit 4, und 8 Rk mit 2 multiplicirt, und dann 24 Rk und 32 Rk zusammenaddirt, und davon 16 Rk abgezogen; oder 3 und 4 zusammenaddirt, von der Summe 2 abgezogen, und mit dem Reste 5 die 8 Rk multiplicirt.

Die kleinen Ziffern oberhalb zur Rechten bey Zahlen, zeigen an, daß man die Zahlen, bey welchen sie stehen, zu einer Dignität erheben soll. 8^6 z. B. heißt 8 zur 6ten Dignität erhoben; $\frac{21^5}{20^5}$ heißt die 5te Dignität von 21 durch die 5te Dignität von 20 dividirt. Andere zeigen dies letztere auf folgende Art an $\left(\frac{21}{20}\right)^5$.

448 Erklärung verschiedener Zeichen.

L. bedeutet Logarithme, und zwar so, daß die Zahl, wovon der Logarithme gedacht werden soll, dabey gesetzt wird. L. 65 heißt also der Logarithme von der Zahl 65. Wenn L. $6 \times 4 \times 8$ u. d. gl. gesetzt worden ist, so soll das den Logarithmen des Products von $6 \times 4 \times 8$ anzeigen. Man schreibt dies sonst gewöhnlich L. $(6 \times 4 \times 8)$.

Das Zeichen $=$ ist bey den Anzeigern oft so gebraucht worden, daß es sich'los auf den Anzeiger bezieht.

B. E. S. 44 steht $5 \text{ pr. } C. \times \frac{1\frac{1}{2}}{1\frac{1}{4}} = \frac{6}{5}$, wodurch also

nicht gesagt werden soll, daß $5 \times \frac{1\frac{1}{2}}{1\frac{1}{4}}$ so viel als $\frac{6}{5}$ sey,

sondern nur, daß $\frac{1\frac{1}{2}}{1\frac{1}{4}} = \frac{6}{5}$.

Inhalt des ersten Theils.

Erster Abschnitt, Zinsrechnung. Einleitung in die gesammte Zinsrechnung §. 1. 2. **Eigentliche Zinsrechnung.** Einleitung §. 3 — 5. **Gemeine Zinsrechnung.** Bestimmung der zur gemeinen Zinsrechnung gehörigen einfachen Fälle §. 6 — 9. Betrachtung des vornehmsten unter denselben §. 10. 11. Beurtheilung der Hessischen Zinsrententabellen §. 12 — 17. Hieher gehörige Vortheile zur geschwinden Ausrechnung schwererer Fälle §. 18 u. f. ohne Tabellen §. 18 — 26, mit andern als den Hessischen Tabellen §. 27 — 32. Leichte Fälle §. 33 — 35. Betrachtung der übrigen einfachen Fälle §. 36 u. f. Betrachtung der zusammengesetzten Fälle der gemeinen Zinsrechnung §. 43 — 49. Berechnung des durch den Zins vermehrten Capitals §. 50. 51. Wie man verfahren muß, wenn anstatt des pr. C. der Zins einer gewissen Summe gegeben ist §. 52. Von der Berechnung des Agio §. 53. Ein Paar Anmerkungen §. 54 u. f. **Zinseszinsrechnung.** Nothwendigkeit dieser Rechnung §. 57. Dazu gehörige Fälle §. 58. Berechnung des durch den Zinseszins vermehrten Capitals §. 59 u. f. **Erster Weg dazu** §. 60 — 62. **Zweiter Weg** §. 63 — 74. Derselbe abgekürzt §. 75 — 80. **Dritter Weg, wo man die Logarithmen braucht** §. 81 — 84. Hieher gehörige Tabellen §. 85 — 95. Wenn die Zinstermine nicht jährlich sind §. 96. 97. **Gewöhnliche Zinstermine** §. 98.

Zweiter Hauptfall der Zinseszinsrechnung §. 99 — 107.
 Zu denselben gehörende Tabellen §. 108 — 112. Dritter
 Hauptfall §. 114 — 116. Zusammengesetzte Fragen der
 Zinseszinsrechnung §. 117 — 126. Von dem Gebrauche der
 Zinseszinsrechnung im gemeinen Leben und einigen andern
 Dingen §. 127 u. f. Rabattrechnung §. 134 u. f. Ein-
 leitung §. 134. 135. Gemeine Rabattrechnung §. 136
 u. f. Rechtmäßigkeit des Rabatts §. 136. Allgemeine
 Regel zur Bestimmung des Rabatts §. 137 — 139. Best-
 fehung der einfachen Fälle der gemeinen Rabattrechnung
 §. 140. 141. Von der Berechnung des kaufmannischen
 und wechslerschen Rabatts §. 142 — 144. Reduction der
 Fragen der gemeinen Rabattrechnung auf Fragen der ge-
 meinen Zinsrechnung §. 145. Betrachtung des vornehm-
 sten einfachen Falles der gemeinen Rabattrechnung §. 146
 u. f. Tabellen zur Rabattrechnung §. 149 u. f. Carp-
 zovsche Art den Rabatt zu berechnen §. 152. Von der Be-
 rechnung des Verlusts des schlechteren Geldes gegen besse-
 res §. 154. Von den übrigen einfachen Fällen der gemei-
 nen Rabattrechnung §. 155 u. f. Zusammengesetzte Fälle
 der gemeinen Rabattrechnung §. 158 u. f. Anwendung
 der Rabattrechnung bey Licitationen u. f. m. §. 167 u. f.
 Doppelte Rabattrechnung. Einfache Fälle derselben
 §. 170. Allgemeine Regel zur Bestimmung des doppelten
 Rabatts §. 171. Reduction verschiedener Fälle der dop-
 pelten Rabattrechnung auf Fälle der Zinseszinsrechnung
 §. 173

§. 173 u. f. Betrachtung des Falls, wenn das mit doppelten Rabatte zu bezahlende Capital bis zu seiner Fallzeit Zinseszins trägt §. 177—179. Zusammengesetzte Fälle der doppelten Rabattrechnung §. 180. Wichtigster derselben §. 180—184. Tabellen dazu §. 185—187. Fernere Betrachtung desselben §. 188 u. f. Anwendung der doppelten Rabattrechnung bey Licitationen §. 195. Gedanken über die Frage: Welche Art der Rabattrechnung muß bey wirklichen Vorfällen gebraucht werden? §. 197—201. Zeitrechnung §. 202 u. f. Einleitung §. 202. 203. Zeitrechnung im engern Verstande §. 204 u. f. Aufgaben, welche mit der gemeinen Zinsrechnung §. 205 u. f. mit der gemeinen Rabattrechnung §. 208 u. f. mit der Zinseszinsrechnung §. 211 u. f. und endlich mit der doppelten Rabattrechnung in Verbindung stehen §. 214 u. f. Mittlerer Zahlungstermin §. 218 u. f. Erklärung des mittlern Zahlungstermins §. 218. Allgemeine Regel zur Bestimmung desselben §. 219. 220. Bestimmung desselben nach einfachem Zins §. 221—223. nach Zinseszins §. 224—226. nach einfachem Rabatte §. 227. 228. Was für eine Art der Bestimmung jedesmal zu erwählen sey? §. 229—231. Betrachtung des Falls, wenn die terminweise abzutragende Schuld bis zu ihrer Fallzeit einen verabredeten Zins trägt §. 232—237. Veränderte und getheilte Zahlungstermine §. 238 u. f. Erklärungen 238. 240. Allgemeine Regel hiezu §. 239. Fälle §. 241. Erster Fall bey getheil-

